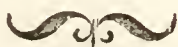
MEMORIE

DI

MATEMATICA E FISICA

DELLA

SOCIETÀ ITALIANA

TOMO VIII. PARTE I.

MODENA

PRESSO LA SOCIETA' TIPOGRAFICA.

MDCCXCIX.

SE il Tomo presente esce in luce ben nove Mesi oltre a quell' Epoca, in cui le misure prese da principio ne facevano sperare il compimento; in compenso l'abbondanza delle materie ne ha aumentato la mole a segno che si è stimato conveniente di formarne due Parti.

La sola diversità dai Tomi precedenti consiste nella nuda indicazione de' nomi degli Autori in testa delle Memorie; ma deve ascriversi alle circostanze dei tempi, nei quali fu intrapresa la Stampa.

Si pone qui lo Statuto della Società, quale dietro la proposta fattane ai Socj nel 1797, fu dai medesimi successivamente approvato.

STATUTO

DELLA

SOCIETÀ ITALIANA.

I. La Società Italiana è composta di quaranta Socj attuali, tutti Italiani, di merito maturo, e per opere date in luce ed applaudite riconosciuto.

II. La scienza della natura è il grande oggetto, in cui la Società Italiana si propone di versare. Pubblicherà pertanto, di due in due anni, sotto il titolo di Memorie di Matematica e Fisica, le produzioni di chiunque de' Socj vorrà render pubblico negli Atti Sociali il frutto de' proprj studj.

III. De' quaranta Membri uno sarà Presidente della Società, e la Presidenza durerà sei anni.

IV. Avrà la Società un Segretario perpetuo ed Amministratore; il quale sarà partecipe di tutte le facoltà dei quaranta, benchè non fosse uno d' essi; ed avrà diritto, non obbligo, di presentar Memorie da inserirsi negli Atti.

V. Altra Classe vi avrà di Socj Emeriti, in numero indeterminato. Essa è preparata a chiunque dei quaranta, o per età avanzata, o per abituale mancanza di salute, o per altro motivo, non producesse verun suo lavoro in tre consecutivi Tomi delle Memorie Sociali: e questi si conteranno dal Tomo VIII. in poi, cioè dopo l' accettazione del presente Statuto.

VI. Un' altra Classe, parimente indeterminata, comprenderà i Socj Onorarj. A questa saranno ascritti, previo l' assenso di ven-

turo almeno dei quaranta, i compilatori, eletti dal Presidente, degli Elogj de' Socj attuali defunti. Inoltre esso Presidente potrà aggregare a questa classe, nel suo sessennio, due Soggetti, non più, che avessero operato cosa a prò della Società, onde meritassero d'esserne onorati particolarmente.

VII. Ed altra Classe avrà finalmente il titolo di Socj Stranieri, stabilita per distinguere ed onorare il merito nelle scienze in qualunque parte fuori d' Italia. Sarà composta di dodici Soggetti: a ciascun de' quali verrà esibito in dono un esemplare d'ogni Volume, che uscirà in luce, delle Memorie Sociali.

VIII. Le aggregazioni, alle classi de' Socj attuali e degli stranieri, si faranno nel modo seguente. Per ogni posto, che rimanga vacante, dovrà il Presidente, col mezzo del Segretario, propor sei nomi a ciascuno de' Socj attuali, il qual farà scelta d' uno, e lo indicherà per lettera al Segretario. Quel de' sei, ch' entro il termine di due mesi dalla proposta avrà più suffragi, s' intenderà aggregato, e la Compagnia sarà fatta opportunamente consapevole dell' acquistato cooperatore.

IX. All' elezione del Presidente saranno invitati li Socj attuali con una lettera circolare del Segretario; al quale ognun d' essi farà tener in iscritto la nomina del Socio da se eletto a Presidente: e la pluralità de' voti, che arriveranno al Segretario dentro il termine di due mesi dopo la data del circolare invito, determinerà l' elezione, che dovrà esser dal Segretario annunziata ai membri votanti.

X. Ciaschedun dei quaranta ha facoltà d' inserire negli Atti una scoperta utile, un' importante produzione, anche di persona non aggregata, ma Italiana, purchè se ne faccia mallevadore egli stesso, come di cosa propria, inverso la Compagnia.

XI. Di questi Autori non Socj dovrà il Presidente aggiungere i nomi, segnati con asterisco, ai sei che presenta, a tenor dell' articolo VIII, per l' elezione d' un Socio attuale. Bensì questa nomina cesserà, dopo fatta sei volte, contate dalla pubblicazione d' ogni Memoria.

XII. Le Dissertazioni o Memorie, da pubblicarsi ne' Volumi della Società, debbon essere scritte in lingua Italiana, in carattere chiaro, e, avanti che spiri il Dicembre antecedente all' anno prefisso all' impressione, fatte pervenir franche alle mani del Segretario, il qual dovrà apporvi la data del ricapito, acciocchè sieno

stampate con essa in fronte, e per ordine di tempo. Che se l' opera sia voluminosa, può l' Autor distribuirla in due o più parti pe' Tomi susseguenti.

XIII. Tutto ciò, ch' è destinato pegli Atti, dev' esser nuovo, inedito, importante, ed analogo all' indole scientifica di questi Volumi, che non ammette sfoggio d' erudizione, nè moltitudine di note e di citazioni.

XIV. I fogli stampati di ciascun Volume non dovranno eccedere il numero di cento. Le Memorie sopprabbondanti resteranno in deposito pel Tomo susseguente, o saranno restituite agli Autori che le dimandassero. Bensì, nel caso di soprabbondanza, le Dissertazioni degli Autori non Socj dovranno cedere il luogo a quelle de' Socj, purchè queste sieno arrivate entro il termine prescritto.

XV. La Società non si fa risponsabile delle opere pubblicate negli Atti. Ogni Autore dev' esser mallevadore delle cose proprie, come se le pubblicasse appartatamente.

XVI. Non permette peraltro la Società le invettive personali, e nè anche le critiche non misurate: sopra di che veglierà il Segretario, e ne farà inteso il Presidente per un acconcio provvedimento.

XVII. Il Socio, autore d' una Memoria o d' un Elogio, avrà in dono il volume, in cui è contenuta; e dodici esemplari della sua Produzione, con Frontispizio apposito, e con la numerazion delle pagine ed il registro ricominciati. Le dodici copie saranno pur corrisposte agli autori non Socj. Qualunque Autore desiderasse più delle dodici Copie, non sarà aggravato d' alcuna spesa per conto della composizion tipografica.

XVIII. Nell' atto di queste spedizioni sarà trasmesso ai Socj, che avranno mandato il voto per le elezioni, la dimostrazione stampata del numero de' suffragj toccati ad ogni candidato, senza il nome però de' votanti; e così ancora i conti stampati dell' Amministrazione tenuta dal Segretario durante il biennio precorso.

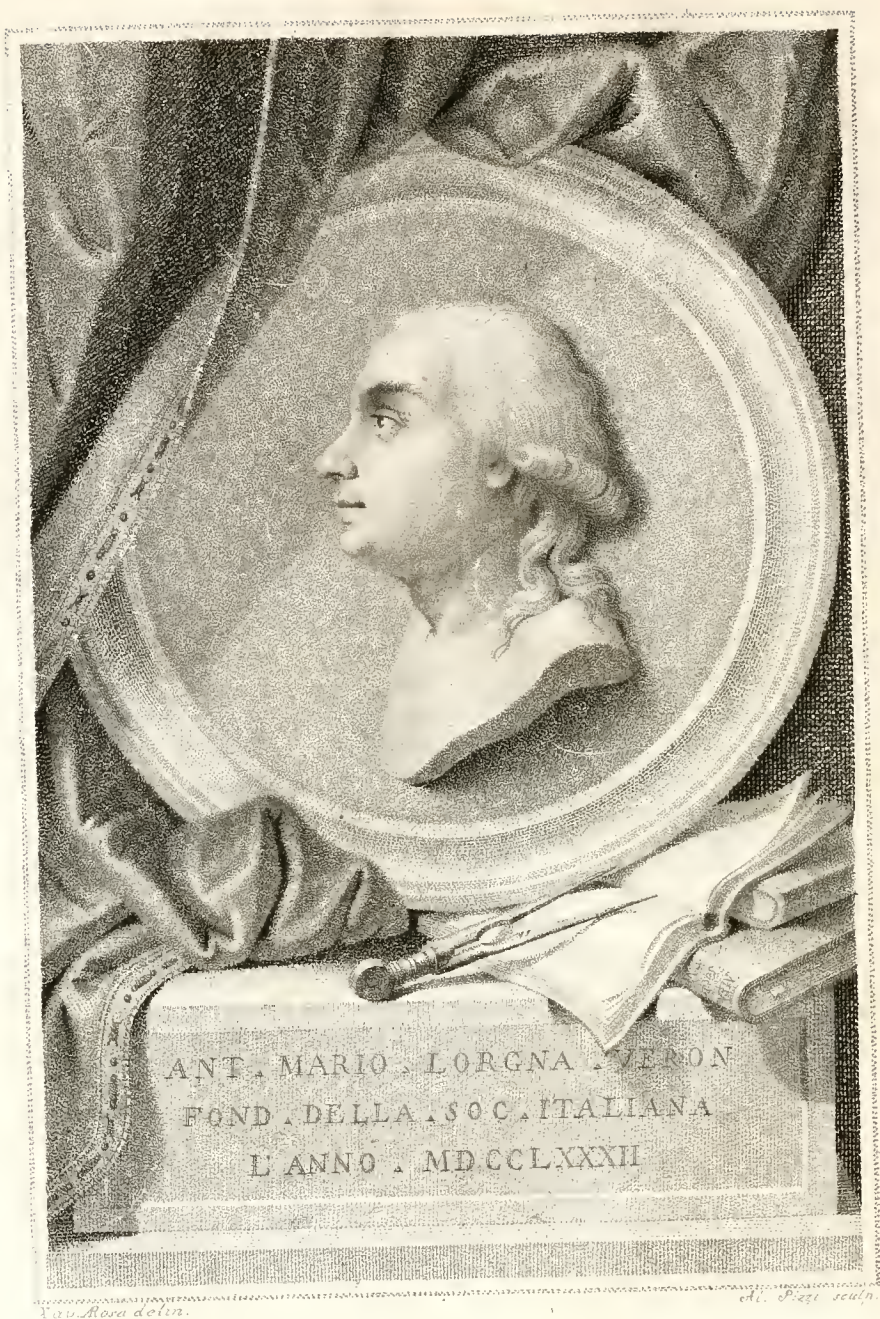
XIX. Alle principali Accademie estere sarà offerto in dono un esemplare d' ogni volume delle Memorie Sociali, che andrà successivamente uscendo alla luce.

XX. I doveri del Presidente, oltre i già mentovati, sono: mantener l' osservanza dello Statuto; eleggere il Segretario, qualunque volta sia di bisogno; avere in governo e cura ogn' interesse della Società; rivedere, almeno una volta all' anno, i conti

dell' amministrazione del Segretario, alla validità de' quali fa d' uopo l' approvazione e sottoscrizione di mano propria del Presidente; e ragguagliar finalmente il Successore, dello stato degli affari nell' atto di rinunziargli l' Uffizio.

XXI. Dopo il Presidente il Segretario è la persona propriamente deputata a mantener corrispondenza con tutti i membri della Società, e quasi centro ove debbono metter capo tutte le relazioni Sociali. Egli invia le patenti d' aggregazione; tiene il maneggio economico; presiede alla stampa, ai correttori di quella, ed all' incision delle tavole; prende cura delle spedizioni, e d' ogn' altro interesse della Società; sempre però con l' approvazione del Presidente. Egli deve pure tener registro d' ogni atto che importi; custodir i voti de' Socj per le elezioni, manifestandogli al Presidente ad ogni richiesta; e finalmente eseguir tutto ciò, che ne' precedenti Articoli gli è addossato.

ELO-

Sav. Rosa delin. Al. Pizzi sculp.

ELOGIO

D' ANTON-MARIO LORGNA

Scritto

DA LUIGI PALCANI.

Ricevuto li 30. Gennajo 1798.

Se dei Libri dottissimi, e del mirabile ingegno d'Anton-Mario Lorgna tacessero per inaspettato destino le lettere e gli uomini, e niun' altra cosa si sapesse di lui, fuor solamente ch' Egli, privato ed in mediocre fortuna, divisò la Società Italiana, la compose, la stabilì, la resse, e l' educò alla gloria, ciò basterebbe per mio avviso a derivargliene ogni maniera di commendazione. Che di vero scorrer coll' animo tutta quant' era la grandezza dell' Italia, vederla divisa e quasi squarciata in parti per instituzioni politiche e per costumi diversissime, niun comune legame, ammortito da particolari affetti l' amor nazionale, i chiari ingegni sparsi per tutto a dovizia, ma rade volte curati nelle terre loro medesime, e divisi dall' altre con provinciali rivalità; destarli ciò non pertanto, e volgerli ad una generale collegazione, animarli a lunga e molta fatica senza offerta di premio, sottoporli a provide leggi senza arroganza di comando, ed ottener pienamente con privati uffizj ciò, che arduo e duro potea sembrare all' oro stesso ed alla forza dei Re; questa è veramente gran cosa, e innanzi a Lorgna inaudita. E so bene, che l' onore di tanta impresa non è così proprio di Chi intrepidamente la preparò, che assai non appartenga a' valorosi Italiani che l' abbracciarono docilmente; ma ben possiamo dalla prontezza di questi inferire in quello una singolare autorità, e conoscendo quali seguaci egli avesse, argomentare quant' egli era glorioso. I Diomedi e gli Achilli non avrebbero sofferto nel Duce loro imperizia o mediocrità, nè sarebbonsi accolti sott' altri stendardi, che sotto quelli del Re dei Re.

Non sarà tutta volta inutile indicar le vie, ond' egli a tant' altezza salì, o ad argomento della nostra riverenza verso di lui, o a conforto di quelli, che pel difficile sentiero delle scienze incerti, ed affannosi s' avanzano.

E già la fama, che le più volte è un lungo frutto del tempo, o un tardo tributo de' posteri, fino da' suoi prim' anni in singolar maniera l' accompagnò. Ebbe a lodatori, o ad ammiratori piuttosto, Colombo e Poleni, che l' addottrinavano nelle discipline Fisiche e Geometriche. Padova, ricchissima di Giovani studiosi, l' avea caro sopra d' ogn' altro, e l' apprezzava qual raro esempio d' ancor più rara virtù. Bello era il vederlo, in quella età medesima, in cui poca suol essere la fermezza, e il fastidio della fatica grandissimo, sempre inteso al coltivamento dell' animo, bramoso di sapere, sollecito della verità, nè d' altro curante. Non lo atterrì giammai la moltitudine o asperità delle meditazioni, non lo adescarono i vezzi dell' ozio o de' piaceri, nol corruppero le usanze od i motteggi del volgo. Quindi parve a noi dato qual fedele testimonio di quella prisca gravità, che non solo dai costumi del nostro secolo, ma fin dai libri è sbandita. Che già le scritture medesime piene d' avita virtù non si ricordano, o si dispregiano, ed una tenera Filosofia rammorbidò le vecchie maniere, ed essendo più condiscendente e più facile, fu meno magnifica e meno grande. Ma Lorgna, tutto che giovinetto, non vedea più avanti della vera ed inflessibil ragione: quindi si diede a quella abbandonata e incolta strada, e ingombra di virgulti e di frondi, nè mai per errore l' abbandonò, nè per fiacchezza si rimase. Recò a Verona il raro tesoro delle acquistate dottrine; e il militare Collegio di quella sua Patria coltissima i primi frutti a gran vantaggio ne colse. Ivi insegnò le Scienze Matematiche, e tali ebbe discepoli, che a volerli annoverar tutti sarebbe troppa lunghezza, a tacerne alcuno troppa ingiuria. Ivi eletto a scriver ordini, per cui si componesse quella Scuola, diè tanti indizj di prudenza e di consiglio, che vinto non parve da' più rinomati autori di leggi, se non per la pochezza della materia. Ivi intrepido e fermo fra lo smarrimento de' suoi Colleghi, e quasi in mezzo ad universale procella, senza timore e senza danno l' onore

sostenne della virtù; e ben potrei molti e bellissimi argomenti di sua rettitudine raccogliere in questo luogo, ma parmi che Lorgna medesimo m' accenni e ponga freno al discorso, per timore di non far noja ad altrui. Essi perciò non altrimenti si mostrino, che di lontano ed in ombra, anzi pure, come gli arcani di Vesta, rimangano ascosi nei penetrali del tempio.

Ma le prove del suo ingegno non doveano chiudersi entro il breve spazio d' una Scuola, o d' una Città. Erano esse impazienti di palesarsi nei libri, e parea che giustamente chiedessero un più largo campo di gloria. Che di vero o si consideri la moltitudine, o la difficoltà loro; quali altre più degne della pubblica celebrità? Egli fa dono alla Geometria d' una squadra di proporzione non prima veduta; alle Sezioni coniche d' un nuovo ordigno, che mirabilmente le figura; all' Algebra elementare di singolari artificj, che molte equazioni cubiche, di ritrose e spiacevoli, trattabili rendono e dimestiche. Ebbe da lui la sublime Analisi cure ancor maggiori. Quest' altissima scienza, ora intenta a tracciare i rapporti degli accrescimenti, o delle diminuzioni successive d' una quantità variabile, ora sollecita di passare dalla notizia di quei rapporti alla conoscenza delle medesime quantità, vorrebbe pure al doppio oggetto risponder sempre, o fingansi quegli accrescimenti d' una mole finita, o se ne cerchi la relazione in quel momento in cui si perdono e svaniscono; e bramerebbe d' estendere sue forze a tutte le combinazioni di grandezze variabili, ed a tutte le ipotesi delle variazioni loro. Ma quantunque sia Ella vigorosa e franca, e ben sovente s' inoltri per cammino inospito ed asprissimo, nè di leggieri impaurisca, pur v' hanno sentieri, e per tenebre sì tristi e per tortuosità sì implicati, che l' arrestano e la distornano, e domano l' usata sua gagliardia. Tentò Lorgna di levare molte oscurità, e d' agevolar molte vie. Scrisse della somma generale delle serie, e ne fu lodato da profondi Matematici. Io nominerò il solo Cagnoli, parendomi, che della approvazion di quest' uno potesse Lorgna esser lieto, quand' anche gli fosse mancata quella d' ogn' altro. Egli però non ebbe d' uopo del conforto d' Antimaco. Fu ascoltato volentieri da tutti, e da Platone che valea per tutti. Trattò molt' altre quistioni

analitiche, e tutte ardue e intralciate. Parve e fu sempre ingegnoso; forse non parve sempre felice, e la verità, ch' egli s' affrettava di giugnere, e sembrava vicin-vicino di cogliere, si dileguò alcun' ora innanzi a lui, e non so come l' abbandonò. Ma un uomo di pronto intelletto, di rara industria, d' altissima dottrina sarà forse indegno di lode, se fallì tal volta e fu vinto da insuperabili difficoltà? Dovremo dunque della nostra mortale condizione dimenticarci? La pretensione di non errare giammai, sta ottimamente in un Dio; non è onesta in un Filosofo. Benchè Cicerone per discolpare i peccati di Silla ne rammentava molti di Giove; ma si lodano altrimente i Silla, altrimente i Lorgna. Questi si contentano d' esser uomini; quelli vogliono assomigliarsi agli Dei, e perciò non son paghi, se non proscrivono le virtù fin dal cielo.

Nè taceremo, che tante e sì varie occupazioni affaticavano il nostro Lorgna, che non è maraviglia se gli mancò talvolta il tempo a raffinare i suoi lavori. Niuna quistione idrometrica fu alquanto grave in Italia, che a lui non si riportasse. Il regolamento dell' Adige e del Pò, e della Brenta e del Mincio, la difesa del Polesine, la bonificazione delle valli del Tartaro, la division della Piave, la salvezza delle fonti delle acque acidule di Recoaro, le arginature del Bacchiglione, l' inalveazione delle acque Lucchesi, e i timori di quella Repubblica, e le molte controversie insorte tra Lei e lo Stato di Toscana, furono per lungo tempo gli studj suoi. Per cui se può credersi che l' Analisi perdesse alcun poco; l' Idrometria in contrario vi guadagnò. E molti lumi egli sparse nelle sue Scritture, che sono un grandissimo ornamento di quella Scienza; e fattosi poscia a riandarne i generali principj, questi in gran parte o purgò d' errori, o chiarì. Che di vero nelle Idrometriche ricerche qual cosa più necessaria a sapersi della quantità d' acqua, che sbocca dal fianco d' una conserva, o d' un canale? E quale più fastidiosa, e intrattabile? E lascio da parte gli orgogliosi, che a sciorre somiglianti quistioni altro non recano, che ipotesi e calcoli, e ben sembrano indegni di conoscere i corpi che sono, poichè s' affaccendano intorno a quelli, che mai non furono. Ma i moderati e saggi, che antepongono la fatica d' osservare al comodo di

fingere, dimorano in forse eglino stessi, nè sanno facilmente prender consiglio. E qual è la forza o l' uffizio dell' acqua, che sovrasta al foro di un vaso, ov' ella stabilmente si libra ad un' altezza costante? Discende forse dal sommo al piano, che le dischiude l' uscita? Ma perchè dunque non balza fuori con impeto proporzionato a tanta discesa? Forse la caduta dell' acqua mal si limita all' apertura, ed è ben fatto estenderla a più ima parte, ove si ristringe la vena. Se non altro ad Isacco Neuton ciò piacque; e non è perciò da domandare, s' indi piacesse a molt' altri. Ma quanto è difficile, anche in un picciol vaso, il definire la sezione della vena contratta! Tentarlo ne' maggiori canali è sopra ogni industria. Perciò le incertezze strigneano da ogni parte una sì grave quistione, e la speranza fuggiva di levarle. Lorgna prese cuore, e colle sperienze che saggiamente intraprese, rilevò l' affanno comune. Egli provò, che l' acqua superiore al foro, nè stagnante era nè libera, ma ringorgata. Egli dimostrò, che la velocità dell' acqua che scaturisce da un vaso, mal si ascrive ad attuale discesa, e combattè vigorosamente con Neuton, ed ebbe nome di vincitore. E da questi principj quali trasse argomenti e profittevoli alla scienza dell' acque, e per l' addietro sconosciuti! Misurò l' acqua, ch' esce dalle cateratte, quando con moto libero, quando con impeto perturbato; ne inventò una nuova; calcolò l' urto de' liquidi contro le superficie piane; corresse il Castelli; legò colla sua teoria tutto ciò che sapeasi intorno al zampillare, ed al cadere, ed al disperdersi dell' acque; nè tanto sembrò ch' egli coltivasse un' antica scienza, quanto che ne creasse una nuova.

E ben potea credersi, che tante fatiche stancar dovessero il nostro Lorgna, e tanta lode saziarlo e quasi chiamarlo ad onesto riposo. Ma l' invitta sua diligenza invigoriva per disagio, e rinfiammavasi con la gloria. Già tanti laghi, e torrenti, e fiumi, che da lui fiancheggiati, e composti, e repressi facean fede del suo travaglio e della sua dottrina, pareangli poca cosa. Già lo rapiva l' immensità del mare, e l' ardimento dei naviganti. Propose a questi nuove correzioni delle Carte ridotte, anzi pure gli esortò, che trattassero l' arte loro colla scorta d' un globo. Invaghì di calcolare l' azione dei remi, nè le grandi cose,

che ne avea dette Leonardo Eulero, lo sconfortarono da quella impresa. Mosse da una semplicissima considerazione, avendo il remo, come un ordigno animato dalla forza motrice in un capo, e frapposto tra due ostacoli, percossi in un tempo e spinti a parti contrarie. Alla schiettezza del principio quella rispose delle illazioni. Altre piegaronsi al sentimento d'Eulero, e da ciò trasser lode; altre dipartendosi da lui appressarono l'esperienza, e meritarono lode ancor maggiore.

Ma non poteva Lorgna star coll'animo in un oggetto, senza che se gli offrissero le numerose sue forme, e lo scuotessero mille idee, che pareano premersi da ogni parte e incalzarsi. L'uso de' marittimi argomenti lo trasse a meditazioni più varie ancora, e più belle. L'arcana costituzione del mare, origine di tante ricerche, e segno di tanti sistemi, gli venne innanzi quasi bramosa d'essere vagheggiata da lui, ed illustrata per le sue cure. E', diceva egli, è tuttavia sconosciuta la cagione del malvagio sapor di quell'acque, e invano tentarono di scoprirla gli Anassimandri, e gli Anassagora, e gli Empedocli, e gli Antifoni, e i Metrodori, e gli Aristoteli, e ne' tempi a noi più vicini i Cartesii, e gli Allei. Fino da secoli remotissimi s'adoperarono e Fisici e Chimici per addolcirle; ma degli studj loro qual frutto mai colsero? Esse tragittano per feltri, colla possanza del fuoco si risolvono in alito che si rappiglia in liquore, si confondono con sostanze fugatrici di bitumi e di sali, fervono, si disciolgono, e per così dire, si sformano, ma non perciò depongono la malvagità loro naturale, o se non altro, a lunghissima briga scarso risponde il riuscimento. E ond'è, che quest'acque medesime di fosche e pigre in vivaci e splendide si trasformano facilmente? Nè solo imperversando tempestosa fortuna, e trascorrendo con discordi movimenti, e urtandosi i flutti, s'infiammano orribilmente le rotte spume; ma gonfiandosi appena l'onde, e aprendo a' vascelli non difficil cammino, sovente lo distinguono con lunga striscia di luce, che poi scintilla ancor più viva, quand'esse ricadendo, e percotendosi insieme, stringono, e pareggiano il solco. E notissimi pur sono gl'insetti lucenti, che stanziano sul mare, e spesse volte il fan chiaro; ma ben altro è un riposato e

tranquillo albore, altro una commossa ed agitata fiamma, altro è luccicare della superficie, altro divampare profondamente, e lanciare da più ima parte quasi chiarissimi rivi d' ardito e libero fuoco. A questi ed a più altri maravigliosi accidenti del mare levò Lorgna l' animo indagatore, e poscia abbracciando e coltivando l' immenso argomento, scemò la sua maraviglia e l' altrui. Nè potè mancargli o materia d' elegantissime osservazioni, o splendore di ragionamento, poich' ebbe fatto palese il natro proprio e nativo degli animali, che nascono, vivono, si riproducono, periscono nel mare. Questi perciò ridondanti, od anzi contesti di natro, di magnesia, e di terra calcaria, mentre scommettonsi ne' ricetti loro e si dissolvono, d' intestini e domestici sali forniscono abbondantemente quell' acque: non altrimenti che, scomponendosi gli esseri organici su la faccia della Terra, si preparano e si lavorano grado a grado l' acido nitroso e la base alcalina; onde poi si genera il nitro, e di sè fa bianco velo alle vecchie pareti. L' arte non imitò la natura, quando bruttò l' acque dolci di bitumi e di sali, perchè rassembrassero le marine. Lorgna v' immerse animali testacei pur allora tratti dalle conchiglie, e questi corrompendosi e contaminando quell' acque, tanto le provvidero di sali, e sì le amareggiarono e le tinsero di color fosco, che recate pareano dal seno dell' Adriatico. Così egli tramutò in marine le temperate acque Veronesi. Rettificò le marine con replicati agghiacciamenti. Spiegò gli altissimi incendj del mare per lo scuotimento e l' agitazione di tante sostanze infiammabili che l' ingombrano. Investigò i principj che danno forma al sale marino, spiò le vie per cui la natura lo scompone, insegnò un piano ed agevole artificio onde nasce il sale di Glaubero, rivolse tante sue meditazioni sul mare a comodo della Medicina e della professione vetraria. Negli eroici secoli, in cui gli uomini avean l' arte di fabbricare gli Dei, avrebbe tenuto gran luogo presso Nettuno ed Amfitrite, ed ora leggeremmo nuove favole aggiunte per lui all' altre antiche d' Arione e di Glauco. La Filosofia, che inventò l' arti sincere, dimenticò le bugiarde, e perciò rende a' seguaci suoi lodi meno maravigliose e più vere.

Ma ben m' accorgo, che in un breve discorso nè tut-

ti possono comprendersi i dotti lavori del nostro Lorgna, nè forse alcuno spiegarsi distintamente. E chi oserebbe di confidar tanto, se l' immensità delle Scienze parve angusta all' ingegno di lui, nè v' ha quasi letteraria provincia, ch' egli non corresse, e non segnasse d' altamente impressi vestigj? Egli è forza perciò tralasciar molto, e molto adombrar lievemente, imitando i Geografi, che infiniti mari e terre chiudono in picciol foglio, e rispondono con brevi tratti ad amplissimo desiderio. Ed accennerò pur io la Fisica, e domanderò, che s' apprezzino i libri di Lorgna intorno a' barometri ed a' termometri, poichè piacquero al celebre Giambattista da Sanmartino. Additerò la Chimica, nè tacerò che trattando egli delle nitraje artificiali fu riputato dall' Accademia di Parigi uguale a Chevrand, inferiore a Thouvenel, superiore ad ogni altro. Mi volgerò alla Meccanica, e gli atti di Pietroburgo e di Siena faranno fede, quant' egli dottamente scrivesse e della spinta delle volte, e della resistenza dei muri. Non ometterò la Geografia, non lascerò la Balistica, poichè di quella spiegò maestrevolmente i principj; questa ornò di Tavole brevi, semplici, eleganti. Le stesse arti, che diconsi belle, faranno lunga e soavissima ricordanza delle sue cure ingegnose, e per trarre dalle tenebre e dalla oblivione dei secoli l' antico encausto, e per serbare incontaminate le moderne opere di pennello, mescendo all' olio l' alcali minerale. Qual meraviglia perciò, se la fama di lui fu dovunque sì chiara, se le più illustri Società letterarie l' ascrissero volonterosamente fra' suoi, se onori e premj gli dispensarono le Accademie di Parigi e di Mantova, se il celebrò tutta l' Italia, se bramò d' accoglierlo il Portogallo, se il commendò altamente lo stesso Federico di Prussia, che parve costituito sul Trono per conoscere, e proteggere la Filosofia, e alle doti degne d' un uomo potè aggiugnere lo splendore d' un Re?

Ma non era dato agli stranieri e lontani d' apprezzarlo se non in parte. Essi ne leggevano i libri, ed argomentavano in lui congiunte prontezza d' ingegno e sofferenza di studio, vivacità di spirito ed ostinazion di fatica: raro accoppiamento di qualità sovente discordi. Noi lo vedemmo in mezzo a tanto splendide occupazioni ed a gloria sì rara,

uma-

umano, moderato, piacevole, paziente nell' udire, grato nel rispondere, pietoso ai miseri, liberale agli amici, cortese a tutti. Favorì i chiari ingegni: le altrui virtù lo spronarono alla imitazione, alla invidia non mai. Nelle molte letterarie dispute ch' egli ebbe, ritenne la moderazione Socratica: ebbe riguardo alla dignità degli Avversarj, e serbò la sua. Cercò di conseguire, siccome i magnanimi fanno, chiarezza di fama, studiandosi cioè di meritarla. Fu sinceramente religioso: quindi non piacque a molti, che il furore chiamano zelo, e le inezie superstiziose hanno per virtù. Ma l' odio di costoro è una lode; la propensione una ignominia. Amò ardentemente la Patria, e di questo amor suo diede un illustre testimonio nella Società Italiana, per suo divisamento e con suo grave dispendio instituita e conservata. La quale permanendo, siccome io spero, fino alla posterità più tarda, le tramanderà il nome di Lorgna, nè lascerà che sia in alcuna parte guasto, anzi pur tocco dal tempo. Nè perch' essa vieppiù ingrandisca, e avanzi suo nome e suo stato, vorrà obbliare le paterne sollecitudini, onde pur nacque. La stessa superba Roma, mentre con oltraggioso orgoglio reggea l' Universo, ricordava pur con diletto la Capanna fabbricata di fronde, che fu Reggia al suo primo Re, e quel Cespuglio sul Palatino, che fu tribunale a' suoi primi Giudici. Benchè Lorgna non lasciò la Società Italiana ignorata, od abjetta. Egli la vide numerosa d' ingegni sublimi, ricca d' incliti ritrovamenti, fruttuosa alle Scienze, rinomata in Europa, proposta da Condorcet per norma ed esempio ad un popolo, che non suole aver d' uopo dell' esempio degli altri. Ma ciò non vide, ch' ora ne riempie d' una più bella aspettazione: lei rassodata ancor meglio dal tempo, e dalle cure dei dotti, e munita d' ordini utilissimi, e giuliva di promessi premj ed onori. La morte il rapì nel mille settecento novanta sei, essendo vissuto poco più d'anni sessanta. Ma se la Filosofia non ponesse freno all' immaginazione, ed a noi fosse lecito, come ai Poeti, correre col pensiero alle sedi beate, ed a' concilj dell' ombre; quanto ne sembrerebbe lieto di sì fortunate vicende! E forse l' udremmo tener discorso con Luigi Ferdinando Marsilio di ciò, che operarono ambidue in prò delle Scienze, e scambievolmente allegrarsi, ed af-

frettare coi voti l' adempimento delle nostre speranze. Ben giustamente per questi due Alunni suoi l' Italia si vanta, ed applaude in certa guisa a sè stessa. Forniti entrambi di vasto ingegno, e di moltiplice erudizione, e di ferma costanza, e d' invincibile integrità, con maniere di poco difformi pervennero alla gloria, e giovarono alla Patria. Marsilio, uom d' arme, affrontò eserciti, munì amiche terre, attorniò le avverse, l' espugnò, le vinse. Lorgna non militò; che la stabile pace de' Veneziani lo ritenne, ma erudì guerrieri, e li dispose ai cimenti. Quegli descrisse, e con diligentissime osservazioni recò splendore a' maggiori fiumi della Germania; questi pose l' animo a presso che tutti i fiumi d' Italia, e con singolare vigilanza li governò. Ordì quegli una fedele storia del mare, questi ne compiè molte parti. Pregiati entrambi nelle Corti, quegli fu molto innanzi coi Re, e per ciò stesso più vicino ai pericoli; questi soggiacque a rischj minori, perchè meno grazioso. Niuno di loro perdonò a fatiche, od a spese, per concitar gl' ingegni Italiani allo studio delle scienze, e dell' arti; quegli in maggiore, questi in minore fortuna, entrambi con animo egualmente grande. Nè quegli nè questi colla brevità della vita le azioni misurò del suo zelo, nè permise, che in quella stessa tomba, in cui dovean racchiudersi le sue ceneri, fosse ristretta ancora la sua provvidenza. Risguardarono entrambi all' età future, e meritarono degli uomini che ancor non erano, quegli dando l' essere primo all' Instituto delle Scienze, questi alla Società Italiana. In due Città fioritissime d' ingegni e di studj, quegli in Bologna, questi in Verona, ebbero appresso la morte inscrizioni e simulacri (*a*); non consacrati dalla stupida ignoran-

---

(*a*) L' Accademia di Verona ha eretto nelle sue stanze l' effigie in marmo del Lorgna, e vi ha sottoposto la seguente iscrizione.

ANTONIVS . MARIVS . LORGNA . DOMO . VERONA . IN . MATHESI . ET . RE AQVARIA . EXCELLVIT . CHIMIAM . PROBE . CALLVIT . SOCIETATEM . ITALORVM . XL . PHYSICAE . ET . MATHESI . PROMOVENDIS . INSTITVIT . DE SODALITATE . VERONENSI . QVAE . AGRIS . MERCATVRAE . OPIFICIIS COLENDIS . STVDET . BENE . MERITVS . EST . DECESSIT . AN. CIↃIↃCCXCVI.

za, o da una vile adulazione, che persegue i grandi fin dentro il sepolcro. Ma i bronzi ed i marmi si consumano dal tempo, e per innumerevoli vicende si corrompono, e si disperdono. I nomi di Marsilio e di Lorgna, più che in altro monumento, nell' Instituto Bolognese, e nella Società Italiana vivranno immortali.

Opere stampate di Anton-Mario Lorgna.

De montium altitudine Disquisitio, 1762.

Tentativo fisico-meccanico su la resistenza de' muri. *Atti dell' Accademia Fisiocritica di Siena, Tom. II.* 1763.

Della graduazione de' termometri a mercurio, e della rettificazione de' barometri semplici. *Verona* 1765.

De quibusdam maximis & minimis. *Veronæ* 1766.

Opuscula tria ad res mathematicas pertinentia. *Veronæ* 1767.

Fabbrica ed usi principali della Squadra di proporzione; *Verona, Moroni* 1768.

Discorso intorno al riparare dalle inondazioni dell' Adige la Città di Verona. *Moroni* 1768.

Dissertazione intorno al quesito delle pressioni dell' acqua in moto pe' vasi; *Premiata dall' Accademia Reale di Mantova. Pazzoni* 1769.

Opuscula mathematica & physica. *Veronæ, Moroni* 1770.

Del modo di migliorare l' aria di Mantova. *Coronata dall' Accademia Reale di Mantova. Pazzoni* 1771.

Ricerche intorno alla distribuzione delle velocità nelle sezioni de' fiumi. *Verona, Moroni* 1771.

Tavoletta balistica. *Tom. II. degli Atti de' Fisiocritici di Siena* 1771.

Specimen de seriebus convergentibus. *Veronæ Moroni* 1775.

De casu irreducibili & seriebus infinitis. *Veronæ* 1776.

Memorie intorno all' acque correnti. *Verona, Moroni* 1777.

Discorso intorno al ripararsi dalle corrosioni del Pò. *Parma Stamp. R.* 1778.

Parere intorno al regolamento del torrente Fersina. *Trento* 1778.

Osservazioni fisiche sull' acqua marziale di Recoaro. *Vicenza* 1780.

Relazione dello stato presente del taglio del Pò. *Parma Stamp. R.* 1782.

Saggi di Statica e Meccanica. *Verona*, *Tomo primo* 1782.

Nuova investigazione della somma generale delle Serie. *Tom. I. Società Italiana* 1782.

Ricerche intorno al calcolo integrale dell' equazioni differenziali finite. *Ibidem*.

Della irreducibilità della formula Cardanica. *Ibid.*

Indagini nel Calcolo integrale. *Tom. II. Società Italiana* 1784.

Delle progressioni reciproche delle potenze affette. *Ibid.*

Nuova teoria intorno al movimento de' navigli a remi. *Ibid.*

De curvarum in concamerationibus impulsu nova theoria. *Acta Petropolitana* 1783.

Discorso sopra la Cera punica. *Verona*, *Ramanzini* 1785.

Dell' origine de' vortici de' Fiumi. *Ebbe l' Accessit dall' Accademia Reale di Mantova*; *Pazzoni* 1786.

Sur la production du Salpêtre; Mémoire qui a obtenu le second prix de l'Academie des Sciences. *Paris*, *Mém. presentés*, *Tom. XI.* 1786.

Ricerche intorno all' origine del natro. *Tom. III. Società Italiana* 1786.

Sopra l' integrazione d' una formula. *Ibidem*.

Nuove sperienze intorno alla dolcificazione dell' acqua del mare. *Ibidem*.

Méthode pour sommer les series reciproques de sinus, cosinus &c. *Mémoires de Turin* 1788.

Théorie d' une nouvelle espece de calcul, fini & infinitesimal. *Ibidem.*

Delle variazioni analitiche finite. *Tom. IV. Società Italiana* 1788.

Principj di Geografia astronomico-geometrica. *Verona* 1789.

Appendice alla Memoria intorno alla dolcificazione dell' acqua del mare. *Tom. V. Società Italiana* 1790.

Intorno alle mappe, ed alla sfera di riduzione per l' arte navigatoria. *Ibid.*

Del misurare l' acqua che esce dalle cateratte con moto libero. *Ibid.*

Del misurare l' acqua che esce dalle cateratte con moto perturbato. *Ibid.*

Cateratta idrometrica proposta. *Ibid.*

De sectionum conicarum organica descriptione. *Bononiæ* 1791.

De functionibus arbitrariis calculi integralis. *Petropoli* 1791.

Legge inseparabile dal principio del Castelli intorno al moto e alla misura dell' acque correnti. *Tom. VI. Società Italiana* 1792.

Del dipignere a olio combinato. *Ibid.*

Dell' azione d' un corpo retto da un piano immobile, esercitata ne' punti d' appoggio che lo sostentano. *Tom. VII. Società Italiana* 1794.

Calcolo delle variazioni finite nella Trigonometria piana e sferica. *Ibidem*.

ELOGIO

DI GIOVANNI ARDUINO

SCRITTO

DA BENEDETTO DEL BENE.

Ricevuto li 2. Febbrajo 1798.

VErona, che in questo secolo potè riccamente abbellire i suoi fasti co' nomi di molti uomini celebri, e taluni anche di primo ordine in Lettere, e Scienze; ha sofferta non ha molto la perdita di due soggetti, che l' illustravano singolarmente con una fama, a cui seppero entrambi quasi da sè soli elevarsi: fondator l' uno della più ammirabile istituzione scientifica, che vantar possa l' Italia; l' altro, un de' veterani, che per eccitamento di quello erano stati ascritti alla eletta schiera. Mentre nell' elogio del primo si occupa uno Scrittore, di cui si può dir giustamente, applicando le parole di Tullio: *Unus ipsius libellus in eo viro laudando facile omnes imagines omnium statuasque superabit* (a); vengo io confortato, malgrado le disuguali mie forze, ad intesserlo all' altro. Nel che, se potevasi proveder meglio alla celebrità del defunto, io certamente non poteva desiderarla maggiore al breve mio scritto; il quale con le opere di parecchi uomini illustri, contenute in questo volume, passando congiuntamente alla posterità, non deve per lungo volger d' anni temer l' obblio.

In Caprino, ubertosa ed amena valle del Veronese, tra Benaco e l' Adige, ai 16 d' Ottobre dell' anno 1714 nacque d' onorati genitori GIOVANNI ARDUINO, e spirò ne' suoi anni più verdi le pure aure alpigiane, che avevano là d' intorno accolti assai prima i vagiti di quel bizzarro, ma valentissimo uomo, Giulio Cesare Bordone, che si chiamò Scaligero. Il padrino di Giovanni, Marchese Andrea Carlotti, prese gran cura di far ben coltivare con

(a) Epist. famil. V. 12.

l' educazione la tenera pianta, che prometteva buon frutto: provide il fanciullo de' più esperti precettori, che potè aver nella villa; e messolo circa il terzo lustro ad abitar in Verona, l' affidò ad un abilissimo maestro in pittura, sotto cui per alcuni anni fece ottime prove. Ma a questi parti d' una immaginazione ubbidiente dovevano succeder altri dell' intelletto operoso, e che da un' ardita impazienza era spinto non ad imitare nell' esterne sembianze, ma a ricercar la natura ne' suoi arcani. Quì però intorno ai primi studj geologici dell' Arduino, ed a' suoi progressi, torna in acconcio riportarne la storia, che da lui stesso fu scritta.

,, Studiate le Lettere nella mia adolescenza, indi il Disegno, e la Pittura, pel corso di più anni in Verona; mi portai ancora assai giovane alle miniere di Clausen, e d' altri luoghi del Tirolo per apprendervi la metallurgía, condottovi da occasione e spinto dalla mia naturale fortissima inclinazione per l' universale Mineralogía, e per tutto ciò che riguarda la scienza del regno fossile " . . . .

,, Nelle accennate scienze ed arti (Geometria spezialmente pratica, Statica de' solidi e de' fluidi, Meccanica, Idraulica, Architettura minerale, conoscenza non dubbia delle diversità dei monti, delle sostanze fossili, e dei loro andamenti, de' boschi per legne da fuoco e da costruzione ad uso delle miniere, Chimica, Docimasía) concorrenti unitamente a formare la vera teorìa e la pratica della Mineralogía e Metallurgía, io mi sono applicato, quanto meglio ho potuto con istudio ed osservazioni, ed anche coll' opera delle mie mani, in tutte le occasioni, nelle quali m' è riuscito di poterlo fare ".

,, Oltre l' aver esercitata la metallurgía pel corso di circa otto anni nei monti di Schio (*a*), sono anche stato chiamato, e andato più volte a riconoscere e sperimentare miniere metalliche, e ad incamminare i lavori in Stato Austriaco, e nel Bergamasco, e nello Stato di Modena ".

,, Nel 1753 fui ricercato da una Società minerale d' Inglesi stabilita in Livorno, a riconoscere, e dare direzione ai lavori di miniere, ch' essa avea scoperte in più luoghi della Toscana; feci erigere una fondería nella giurisdizione

---

(*a*) Vicentini.

di Montieri nello Stato di Siena, in cui si praticarono poi le fusioni, e rilevai in disegno le situazioni delle miniere ivi trovate; il quale con la mia relazione fu inserito nel *Magazzino Letterario* di Livorno..“

„ Fui poi nuovamente, e dalla stessa Società colà richiamato nel 1755, e vi stetti circa due anni e mezzo; vi scoprii, due mesi dopo il mio arrivo, buona miniera di rame, e di vetriuolo azzurro nel torrente Mersa di Bocchejano; nella quale si lavorò poi sempre con successo fino al discioglimento della Società, accaduto per varie combinazioni, qualche anno dopo la mia partenza dalla Toscana. Essendo colà . . . . . . fui mandato dal Governo di Siena ad esaminare la miniera d' argento vivo di Silvena, nella Contea di Santa Fiora . . . .“

„ Conservo ancora molte carte autentiche, tanto di detta Società, che della Reggenza Granducale, dimostranti con quale distinzione io abbia avuta la fortuna d' esser ivi riguardato . . . . . mi può bastare per ogni altra testimonianza la mia aggregazione alla celeberrima Accademia Fisiocritica di Siena, della quale, dopo il mio ritorno in Vicenza, piacque onorarmi di moto proprio a quell' illustre Corpo, cui io era notissimo, e che punto non ignorava i miei diportamenti . . . . . ed in progresso sono stato graziato del titolo, e facoltà di Perito Ingegnere dal Magistrato Eccellentissimo de' Beni Comunali, ed onorato da questa Magnifica Città di quello di suo Ingegnere attuale . . . . . Lo studio perciò dell' Agricoltura e della conoscenza delle differenti qualità e proprietà dei terreni, uno degli articoli importantissimi di detto esercizio, ha non poco occupata la mia attenzione . . . . . S' accresce a così forti stimoli l' aggregazione, di cui ha voluto onorarmi la celebre e benemerita Accademia Georgica di Udine, e la mia elezione in suo Segretario, fatta, in mia absenza, da questa nuova Accademia Agraria di Vicenza . . . . .“

„ Io ho trovati, nei monti Vicentini, dei fossili alluminosi, e vetriuolici, dei minerali di ferro in abbondanza, e dei segni e principj d' altre vene metalliche; dei carboni fossili, e terre saponarie. Vi ho pure trovate alcune gemme, e pietre dure, e gessi, e marmi di molte specie, de' quali ho fatta una raccolta numerosa . . . . . Per desiderio

di

di giovare, ho indicati i siti e gli usi di certi fossili ad alcuni soggetti, che se ne servono in manifatture di rilevanza. "

„ In questi ultimi anni sono stato più volte ricercato per Direttore delle miniere d' acciajo di Sargans negli Svizzeri; ma non m' è piaciuto di lasciare questo cielo per condurre la mia vita in orride montagne d' estero Stato ". (a)

Di queste notizie, spettanti alla vita del nostro Arduino, saremmo forse privi, almeno in gran parte, se egli, benchè già eletto per disposizione Veneta, nel dì 31. Dicembre dell' anno 1768, all' incarico di rintracciar la *marna*, ed indicarne gli usi, non avesse dovuto dar conto di sè medesimo alla Deputazione Veneziana sopra l' Agricoltura, che voleva presso lei destinarlo più stabilmente al servigio pubblico. Di fatti non molto dopo, cioè nel dì 6. Maggio dell' anno 1769, il Senato approvando ciò, che la Deputazione gli avea proposto, qualificò Giovanni Arduino *Soprantendente all' Agricoltura*, incaricandolo d' istruire sopra tutti gli oggetti e ritrovamenti e sperienze atte ad ampliar questa scienza per sè vastissima, e promossa in que' tempi con fervor singolare, mercè l' istituzione d' altrettante Accademie, quant' erano le Città soggette a quella Repubblica. Nè quì ristettero le incombenze addossategli. Com' egli s' era fatto conoscere istruito copiosamente in Idraulica e in Mineralogía, gli fu imposto di rispondere anche su questi argomenti alle ricerche dei Magistrati. L' assegnamento di L. 400. Venete al mese, oltre il bisognevole per trasferirsi con la famiglia da Vicenza a Venezia; un posto nella stanza della Deputazione; l' obbligo d' una continua e strettissima dipendenza dai voleri della medesima: furono altre condizioni espresse, alle quali tutte l' Arduino, bensì troppo saggio per non lasciar abbagliarsi dalla vanagloria d' una soprantendenza, ma spinto da brama di coadjuvare al ben pubblico, e forse lusingato dalle sembianze d' una più ridente fortuna, si sottomise. O confronto amaro! Per un uomo ripieno d' utili cognizioni, per un genio benefico alla Società, non altro stipendio si assegna, che bastevole a sostener la vita; a tanti stromenti abbominevoli

(a) *Giornale d'Italia* presso Milocco in Venezia Tom. V. p. 156. e segg.

della voluttà e corruzione pubblica, della vessazione, dell' oppressione e rovina del genere umano, si profonde l' oro a larga misura.

Era l' Arduino in sull' anno cinquantesimo quinto della sua età; e fa maraviglia, come potesse allora conformarsi ad un genere per lui sì nuovo di vita, e sostenerne i pesi moltissimi per tutti i restanti suoi giorni. Poichè, oltre le dette cose, a lui diedesi l' incombenza di scriver le lettere della Deputazione alle tante Accademie, le quali da lei dipendevano, ed ai Governatori delle Città; a lui la cura di compendiare per uso della Deputazione stessa molti scritti economici, venuti dalle Accademie; a lui la noja di far pubblicar con le stampe quei tutti che poteano esser utili; a lui la fatica di scrivere a lungo le proposte o risposte della Deputazione al Senato sugli argomenti agronomici; a lui anche il peso meccanico dei registri; a lui l' obbligo d' intervenire ai dialoghi della Deputazione ogni qual volta era convocata; a lui per fine anco il debito d' esser presente agli esami di quanti chiedevano il titolo, e la facoltà di Perito pubblico, per attestarne giuratamente in iscritto l' abilità, se n' erano meritevoli.

Con un' indole morigerata, coll' assuefazione allo studio, con un ampio capitale di varia dottrina, con una spontanea facilità di stile, quantunque non trascurato, potè camminar l' Arduino a piè franco nella spinosa carriera. Già da più anni per parecchie sue Opere ben si sapeva in Italia e fuori, quanto ei valesse in Chimica, in Mineralogía, in Geología, in Agricoltura, e nelle scienze congeneri. Eccolo divenuto assai presto il consultore universale dei Magistrati circa ogni subbietto ad esse attenente. La mortalità de' gelsi diffusa in più territorj, l' asciugamento delle paludi Veronesi, la descrizione ed il governo de' boschi publici, la cura de' legnami e loro stagionamento per la marina, la coltivazione della canape allo stesso riguardo, le varie qualità delle macine per le farine di publico uso, le diversità e preparazioni del ferro pei lavori di getto, gli elementi di varie piante marine per le fonderíe dei vetri, le miniere d' allume e di vetriuolo nell' Istria, le differenze tra varj sali, le proprietà di qualche pianta tintoria, l' indicazione delle miniere metalliche e sostanze fossili nelle parti

montuose della Terraferma, ed altri analoghi, del pari svariati, che gravi argomenti di publica economia furono quelli, sui quali or l' uno or l' altro de' magistrati Veneziani chiese il consiglio, ed occupò in analisi chimiche, in esami e visite locali l' occhio espertissimo, ed in trattazioni estese la penna di Giovanni Arduino; il quale da essi, e dal Senato riportò sempre onorevoli significazioni d' aggradimento.

Alla giusta fama dell' Autore, non meno che all' istruzione degli uomini sarebbe utile, che questi scritti, dagli archivj, dove forse per la maggior parte si serbano inosservati, venissero prodotti ordinatamente a publica luce, in un solo corpo con altri parecchi da lui publicati, e sparsi in collezioni periodiche. Diverso è il chiarore di molti lumi, accesi quà e là in una casa, da quello che mandano raccolti in una sola stanza. E tanto più chiaro per questa unione delle sue opere diverrebbe il nome dell' Arduino, quanto dal confronto degli anni potrebbe più facilmente apparire, in qual bujo abbia egli trovata la storia naturale, e quanto siasi potuto andar oltre e scoprire col valoroso ingegno. Certo è, che il celebre Alberto Fortis gli ascrive indivisa la gloria d' aver fatto conoscere *il primo* i basalti colonnarj Vicentini (*a*), e che il Piemontese Robilant Malet, scrivendo all' Arduino „ Quali obbligazioni, dice, non le si debbono, per aver *il primo* atteso a scoprire nei monti le vestigie di antichi vulcani? e si può dire, che gl' Inglesi, i Francesi, e gli Svizzeri dietro a Lei sono camminati. Queste nozioni hanno aperto un vasto campo alla teoria del Globo nostro, e ne sono derivate le mineralogie vulcaniche di parecchi autori " (*b*). Nè minor soggetto di lode per l' Arduino verrebbe offerto dal poter osservare in mezzo a qual folla d' occupazioni publiche abbia egli saputo raccor la mente ed il tempo, non solo per le lunghe scritture e disamine a lui commesse dai Magistrati, ma ancora per altre produzioni scientifiche date alle stampe, e trovamenti utilissimi alla Società. Non parlo della *bussola agrimensoria* più facile d' ogni altra e più comoda, poich'

(*a*) Lettera all' Abate Bertola, inserita nei viaggi di questo sul Reno.
(*b*) Lettera a stampa.

egli l'avea già inventata e costrutta fin dall' anno 1754; ma d' una fondería di ferro da lui eretta per publico uso al Gaffaro circa l' anno 1775, e sostenuta da' suoi ammaestramenti col più felice successo; d' un' altra a Signe in Dalmazia, che intrapresa sulla fede dei soli suoi esperimenti ebbe anch' ella prosperi e copiosi progressi; come altresì d' un forno svaporatorio a riverbero, di somma economia e vantaggio per la confezione del vetriuolo, già posto in pratica nelle miniere d' Agordo circa l' anno 1790, e con molta lode dell' inventore Arduino, adottato nelle saline di Berna.

Quest' uomo instancabile, non pago di promover gli utili studj, animando con sue lettere le Accademie economiche allora soggette a Venezia, non di compiere puntualmente le tante rilevantissime commissioni pubbliche, non d' arricchire con nuove produzioni la repubblica letteraria; coltivò ancora l' epistolare corrispondenza con un gran numero d' uomini illustri della sua età, che si pregiavano d' averlo amico. Tali furono gl' Italiani Rosa, Targioni, Manetti, Scopoli, Zanon, il Presidente Carli, Fortis, Allioni, Spallanzani, Gioeni, Robilant Malet, Giobert; i Francesi Guettard, Tessier, Dolomieu; gl' Inglesi James Home e Strange; gli Svedesi Schreber e Bergman; i Ginevrini de Luc e Saussure; in Germania e nell' Elvezia Tedesca l' Achard, il Bloch, il Klinghammer, il Charpentier, il Leske, il Born, il Gesnero, lo Stengel; il Retzius a Lundon nella Scania, il Bernoulli e il Ferber a Petersburg.

Ma ben fu lungi che nè il commercio letterario con uomini di questa sfera, nè le visite di quanti dotti arrivavano a Venezia, nè il suo posto pubblico, nè i successi de' suoi consigli, nè gli esempj e le maniere ordinariamente fastose anche nel volgo delle metropoli, punto a lui togliessero della sua naturale affabilità, e d' una cotal piacevolezza e candor patriarcale, che rendeva presso lui non solo facile, ma soave l' accesso ad ogni persona. Io potrei renderne testimonianza per me medesimo. Senza raccomandazioni, senza precedente corrispondenza di lettere, senza esser conosciuto da lui, essendo andato a Venezia, mi portai a visitarlo, e fui accolto, e trattenuto più d' un' ora come un amico. Alla semplicità ingenua del carattere

personale corrispondeva la modesta decenza nel vestito, nel soggiorno, e negli arredi domestici. La stanza da studio era addobbata qual conveniva ad un naturalista: là una matrice di minerale, in quell' angolo un pezzo di pietra, quà un bel cesto di spighe, e dove semi da affidar alla terra, dove un miscuglio di cose osservate, nè per anco riposte.

Mai non l' abbandonò la brama di nuove cognizioni, o la premura di felicitar la nazione colle arti utili. Nell' alta ed universale estimazione dei dotti, nell' aggradimento pubblico, nell' aggregazione che di lui fecero spontaneamente tutte le Accademie, che appartenevano allo Stato Veneto, molte altre d' Italia, e non poche straniere, ottenne onorato premio alle sue fatiche. Dalla complessione robusta, dalla vita regolata, dalla placidezza dell' animo fu condotto a lunga, e vigorosa vecchiezza. Morì d' anni presso ad ottantadue in Venezia il dì 21. Marzo del 1795, e fu sepolto in S. Maria Formosa.

La disunione e il disordine, in cui sono presentemente le opere stampate dall' Arduino, renderebbe soverchiamente difficile la scelta delle principali, per assegnarne l' epoche, analizzarne il contenuto, e mostrar i progressi del loro Autore oltre i limiti delle cognizioni, che potevano esser comuni a' suoi tempi. Ma il catalogo anche solo delle opere stesse proverà quanto fosse ricco l' ingegno che le produsse.

Opere pubblicate da Giovanni Arduino.

DUe Lettere sopra varie osservazioni Naturali da lui fatte, e dirette al fu Cav. Antonio Vallisneri, Pubblico Professore di Storia Naturale nell' Università di Padova nell' anno 1759, inserite nel Tomo sesto della nuova Raccolta di Opuscoli Filologici Scientifici del P. Ab. Calogerà. In Venezia per Simon Occhi 1760.

Raccolta di Memorie Chimico-Mineralogiche, Metallurgiche, e Orittografiche dello stesso, e di alcuni suoi Amici. In 12. Venezia 1775. per Benedetto Milocco. (a)

(a) *Questa Raccolta è stata tradotta in Tedesco, e stampata in Dresda nel* 1778 *col titolo*: Sammlung einiger mineralogisch chymisch-metallurgisch-und orykto-graphischer Abhandlungen, des Herrn Johann Arduino, und einigner Freunde desselben.

Le Memorie contenute in questa Raccolta sono:

I. Notizie sopra una sorgente d' Acqua acidula medicinale dei monti di Arzignano nel territorio di Vicenza, di detto Sig. Arduino.

II. Memoria epistolare del medesimo sopra la natura di essa Acqua chimicamente esaminata.

III. Osservazioni sopra la Zolfatara di Pozzuolo, nel Regno di Napoli, del Sig. Ferber, comunicate al Sig. Arduino, e dallo stesso aggiunte alla predetta sua Memoria.

IV. Memoria dello stesso Sig. Arduino sopra la natura delle Acque minerali di Recoaro, chimicamente esaminate; e sopra l' indole e struttura di quelle montagne.

V. Effetti di antichissimi Vulcani osservati dal medesimo Sig. Arduino nei monti Vicentini; Lettera al celebre Sig. Antonio Zanon.

VI. Saggio di Osservazioni sopra alcune montagne e alpi altissime del Vicentino, del Sig. Dottore Girolamo Festari di Valdagnò, da esso diretta al Sig. Giovanni Arduino.

VII. Lettera Orittografica del Sig. Ferber allo stesso Sig. Arduino, sopra i monti e minere dell' Austria, Stiria, e Carniola.

VIII. Due Memorie epistolari di Osservazioni Mineralogiche e Orittografiche di esso Sig. Ferber, scritte dalla Boemia al prefato Sig. Arduino.

IX. Osservazioni Metallurgico-Mineralogiche, con figure in due Tavole in rame, sopra le minere di ferro di Eisenärz nella Stiria, e loro escavazioni, fusioni, e riduzione del ferro e dell' acciaro: Memoria anonima diretta al suddetto Sig. Arduino, e da esso tradotta dal Francese, ed accresciuta di note e riflessi. *(b)*

X. Riflessioni di detto Sig. Arduino in aggiunta a quelle della Memoria del Sig. Hacquet sopra la teoria del ferro: e spiegazione delle due Tavole preaccennate.

XI. Saggio Fisico Mineralogico di Lythogonía, e Orognosía di detto Sig. Arduino, tratto dal Tomo V. degli atti della Reale Accademia delle Scienze di Siena, corretto da molti errori tipografici della Senese Edizione, ed accresciuto dall' Autore di varie note, e di un' Appendice. *(c)*

Apología del Sig. Giovanni Arduino, Sopraintendente Pubblico all' Agricoltura in Venezia contro il Manifesto fatto inserire in varie Gazzette dal Sig. Conte Marco Carburi circa la fusione del ferro malleabile. *(d)*

(b) L' Autore Francese è il Signor Hacquet Professore dell' arte salutare a Lubiana.

(c) Le memorie della Raccolta anzidetta I. II. III. IV. V. VI. VII. sono anche nel Tomo nono del Giornale d' Italia, stampato dal Sig. Benedetto Milocco in Venezia l' anno 1773. Le qui sopra segnate VIII IX. X. XI. sono inserite nel Tomo undecimo dello stesso Giornale stampato da detto Sig. Milocco nel 1775.

(d) Fu stampata in Lugano l' anno 1780. L' avviso dell' Editore ai Leggitori è del celebre Sig. Francesco Griselini, allora Segretario attuale, ed ora giubilato della Reale Società Patriottica di Milano, che la fece pubblicare.

Estratto d' una Relazione del Sig. Giovanni Arduino alla Società Minerale di Livorno, sopra le minere nuovamente scoperte nelle vicinanze del Castello di Montieri nel Territorio di Siena l' anno 1753. cogli estratti del III. Tomo delle Relazioni d' alcuni viaggi del Signor Giovanni Targioni sopra le minere di Montieri; stampato per uso della Società. Livorno 1755. per Antonio Santini, e Compagni. *(e)*

La Squadra mobile, l' Aritmetica, e l' Agricoltura del Sig. Antonio Sangiovanni Nobile Vicentino: nuova Edizione corretta . . . . . ed arricchita di varie Annotazioni ed aggiunte, particolarmente d'una Bussola Agrimensoria più facile d' ogn' altra, e più comoda, inventata e costruita l' anno 1754. dal Sig. Giovanni Arduino celebre Professore di Metallurgía, ecc. . . . . Con varie figure. In Venezia 1759. appresso Giandomenico Occhi ecc.

A. Delle minere di Allume, e di altre scoperte mineralogiche fatte nel Vicentino dal Sig. Giovanni Arduino. Lettera ecc. data da Vicenza li 11. Novembre 1764.

B. Denti di Coccodrillo fossili trovati nel monte della Favorita nel territorio Vicentino, ed altre Orictologiche osservazioni fatte dallo stesso Sig. Arduino.

C. Due Memorie del medesimo sopra l' uso, e l' utilità del Pettine da mietere il Riso, inventato dal Nobile Sig. Conte Egidio Negri, ecc.

D. Dissertazione epistolare sopra le Pietre Obsidiane ed altre gemme dei monti Vicentini e Padovani, scritta ecc. . . . . . da esso Sig. Arduino, scopritore delle medesime.. *(f)*

Delle Acque medicinali di Recoaro nel Vicentino, Lettera del Sig. Giovanni Arduino al Sig. Dottore Michele Rosa circa alcune nuove scoperte, oltre le già fatte in proposito della medesima. *(g)*

Esposizione all' Illustrissimo Nobile Sig. Giulio Franchini-Taviani, per la Sacra Maestà di Francesco primo Imperatore de' Romani, Gran Duca di Toscana ec. Auditore Generale della Città e Stato di Siena, delle Osservazioni, e parere sopra le minere d' argento-vivo di Sua Eccellenza Sig. Duca Sforza-Cesarini nella Contea di Santa Fiora, di Giovanni Arduino, Sopraintendente attuale, e Direttore delle minere della Società minerale di Livorno, nelle Corti di Montieri, di Bocchejano, di Prata, e di Massa di Maremma, scritta dallo stesso, e presentata in Siena li 26. Luglio 1757. *(h)*

Considerazioni e sperienze sopra le minere d' Acciajo di Sargans negli Svizzeri, che si riaprono da una Società minerale di Zurigo, e

---

(e) Vi è annessa la pianta planimetrica dei luoghi, e dell' andamento del gran Canale minerale alle Carbonaje di Montieri, che fu formata in grande con sue dichiarazioni da esso Sig. Arduino nel 1753.

(f) Le predette Memorie segnate A. B. C. D. esistono nel Tomo primo del dianzi mentovato Giornale d' Italia, stampato dal Sig. Benedetto Milocco in Venezia l' an. 1765.

(g) Esiste nel Tomo terzo del suddetto Giornale stampato in Venezia l' anno 1767.

(h) E' inserita nel suddetto Tomo terzo del Giornale d' Italia.

di Clarona ecc. . . . Lettera del Sig. Giovanni Arduino al Sig. Künhaš a Zurigo delli 31. Gennajo 1767. *(i)*

Estratto d' una Memoria del predetto Sig. Arduino includente molte notizie Minerologiche spettanti al territorio di Vicenza, spedita in Francia al celebre Sig. de la Lande. *(k)*

Lettera di esso Sig. Arduino a S. E. Sig. Niccolò Tron, Cavalier ecc. sopra le scoperte di esso Arduino di minere di Allume nel territorio Vicentino. *(l)*

Alcune Osservazioni Orittologiche fatte nei monti del Vicentino dal chiarissimo Sig. Giovanni Arduino dell' Imperiale e Reale Accademia de' Fisiocritici di Siena, e di quelle Georgiche di Udine, e di Vicenza, e Pubblico Soprantendente alle cose Agrarie ecc. esposte in Lettera al chiarissimo Padre Alberto Fortis. *(m)*

Discorso pronunciato nella generale Radunanza della Pubblica Accademia di Agricoltura di Vicenza delli 10. Luglio 1769. dal Sig. Giovanni Arduino, Socio e Segretario della medesima, ed ora Pubblico Soprantendente alla Georgica Economia nel Magistrato Eccellentissimo sopra li Beni Inculti ecc. dallo stesso poi accresciuto con varie Note, e con tre altre Memorie. *(n)*

Risposta dello stesso Sig. Arduino, a richiesta del Sig. Dottore Girolamo Vandelli Pubblico Professore di Chirurgia ecc. nell' Università di Padova, ad un quesito del Sig. Dottore Carlo Gandini, Pubblico Professore di Medicina in Genova; se i vapori esalanti dal vetriolo, mentre si estrae dalle minere, e si prepara agli usi ec. sieno nocivi alla salute de' vicini abitanti. *(o)*

Riferta agli Eccellentissimi Sigg. Deputati all' Agricoltura del medesimo Sig. Arduino, estesa per loro comando, concernente a' di lui studj, ed impieghi sostenuti, e ad oggetti Agrari, ed alle Marne: scritta in Vicenza li 18. Febbrajo 1769. *(p)*

Memorie del Sig. Giovanni Arduino soprantendente alla Rurale Economia pel Magistrato Gravissimo de' Beni Inculti, ed Eccellentissima Deputazione Agraria; una sopra il modo migliore di conservare il legno di quercia, e di renderlo più duro e resistente; l' altra sopra la coltura dei boschi di queste stesse piante: scritte di commissione degli Eccellentissimi Signori Provveditori e Patroni all' Arsenale di Venezia. *(q)*

Memoria di ciò che deve praticarsi per formare Disegni planimetrici di possessioni, con esattezza ed in modo che servir possano di lume ai proprietarj, tanto per dirigerne la coltura, che per altri bisogni,

---

(i) Trovasi in detto Tomo terzo del Giornale d' Italia.

(k) E' compresa nel medesimo terzo Tomo del Giornale d' Italia.

(l) E' inserita nel suddetto terzo Tomo del Giornale d' Italia.

(m) Pubblicate nel Tomo quinto del suddetto Giornale del 1769.

(n) Trovasi nel Tomo sesto del Giornale anzidetto, stampato nel 1770.

(o) Esiste nel predetto sesto Tomo del Giornale d' Italia.

(p) E' inserita nello stesso Tomo sesto di detto Giornale.

(q) Trovansi nel Tomo settimo del sopraccitato Giornale d' Italia stampato nel 1771.

gni, estesa a richiestà di S. E. N. N. dal prenomato Sig. Arduino. (r)

Della coltura delle terre coll' uso del seminatore, introdotta, e da più anni utilmente continuata ne' poderi dell' Eccellentissimo Veneto Senatore Sig. Giacomo Miani nel Trevigiano dal suo agente Gio: Antonio Giacomello ecc. Memoria di Giovanni Arduino Sopraintendente ecc. (s)

Osservazioni metallurgicho - mineralogiche, con figure, sopra le rinomate minere di ferro di Eisenartz nella Stiria, e sopra i modi praticati nell' escavarle e fonderle, e nel ridurre il ferro crudo o di prima fusione, in ferro buono malleabile, ed in acciaro, pervenute anonime al Sig. Giovanni Arduino, Pubblico Soprintendente ecc. e da esso tradotte dal Francese, ed accresciute di note ecc. (t)

Due Lettere Orittologiche del Sig. Charpentier, professore di mineralogia ec. nell' Accademia Elettorale di Freyberg, e Consigliere delle commissioni delle minere della Sassonia, al Sig. Giovanni Arduino Soprintendente, ecc. con la di lui risposta. (u)

Modi di aumentare i Bestiami senza danno della coltivazione delle terre a grani, con l' uso del gesso nell' agricoltura, di Gio. Antonio Giacomello, con annotazioni, ed aggiunta di sperienze agrarie fatte col gesso nell'anno 1777. Esposizione del Sig. Giovanni Arduino ecc. (x)

Annotazione di esso Sig. Arduino aggiunta alle Osservazioni mineralogiche sopra le minere di ferro dell' Isola d' Elba del celebre Padre Ermenegildo Pini C. R. B. Regio Professore d' Istoria Naturale in Milano, nella quale annotazione si espone l' esame ed i riflessi di esso Arduino sopra un saggio recato dalla Moscovia dal Sig. Marchese Michele Sagramoso, Balì dell' ordine de' Cavalieri di Malta, della gran massa di ferro nativo trovata nella Siberia dal celebre Sig. Professor Pallas. (y)

Considerazioni e riflessi rassegnati all' Eccellentissimo Magistrato sopra le minere, circa l' opera del celebre Sig. Scopoli, tradotta dal Latino in Italiano, che ha per titolo: *principii di mineralogia sistematica e pratica*, ecc. di detto Sig. Giovanni Arduino, stampati al principio

(r) Appare nel predetto settimo Tomo del detto Giornale d' Italia.

(s) E' inserita nel Tomo ottavo del suddetto Giornale d' Italia, stampato nel 1772.

(t) Sono inserite nel Tomo undecimo del prefato Giornale d' Italia, stampato l' anno 1775, e riprodotte dal fu Sig. Benedetto Milocco nella già indicata Raccolta di Memorie di detto Sig. Arduino, e d' alcuni suoi amici.

Il Saggio Fisico - Mineralogico contenuto nella Raccolta di Memorie Chimiche ecc. enunciata a principio di quest' indice; è pure inserito nel suddetto Tomo undecimo del Giornale d' Italia.

(u) Trovansi nel Tomo secondo del nuovo Giornale d' Italia, stampato dal Sig. Benedetto Milocco, in Venezia l' anno 1778.

(x) Esiste nel predetto Tomo secondo del nuovo Giornale d' Italia.

(y) Appare con la Memoria del P. Pini nell' anzidetto Tomo secondo del nuovo Giornale d' Italia.

di essa traduzione, con varie annotazioni del medesimo a diversi articoli dell' istessa opera. (z)

Due annotazioni del prefato Sig. Arduino circa gli antichi Vulcani, ed i basalti dei monti Vicentini, aggiunte alla Lettera orittografica del Sig. Antonio Gaidon di Bassano sopra alcuni degli stessi monti. (aa)

Descrizione epistolare con Osservazioni Chimiche di alcuni prodotti fossili inviati al celebre Sig. Achard dell' Accademia Reale di Prussia ecc. dal Sig. Giovanni Arduino, Socio delle Reali Accademie delle scienze di Siena, di Mantova, di Lund, e delle Società de' curiosi della natura di Berlino, fisica di Zurigo, ed Agrarie dello Stato Veneto, ecc. (bb)

Maniera usata nei folli, o gualchiere di Arzignano per purgare con una terra saponaria dei vicini monti li panni detti mezzalana: Memoria di esso Sig. Arduino. (cc)

Cinque Lettere sopra cose Agrarie, cioè: del Sig. Marino Baroni dalla Boàra di Polesine al Sig. Giovanni Arduino; lettera del medesimo al Nobile Sig. Giambattista Barbaro a Cavarzere, e risposta del medesimo; lettera risponsiva del Sig. Pietro Arduino al predetto Signor Giovanni suo fratello. (dd)

Al celebre Sig. Nathanael Godofredo Leske, Dottore di filosofia, ecc. Lettera Orittologica del Sig. Giovanni Arduino Pubblico Soprintendente alle cose Agronomiche, ecc. con indice dei saggi di alcune produzioni vulcaniche, minerali, e fossili da esso al medesimo professore dirette li 2. Luglio 1782. (ee)

Effetti di antichissimi estinti Vulcani, e altri fenomeni e prodotti fossili osservati da Giovanni Arduino nei monti della Villa di Chiampo, ed in altri luoghi del territorio di Vicenza, e di quello di Verona, da esso riferiti con lettera al chiarissimo Sig. Antonio Zanon, dell' Accademia di agricoltura pratica di Udine, ecc. (ff)

Sale amaro scoperto nell' acqua d'una sorgente nelle vicinanze della Città di Belluno, con varie notizie concernenti alla medesima, e ad altre simili sorgenti di quei contorni. Lettera del Ch. Sig Dottore Jacopo Odoardi Medico primario dell' istessa Città, e socio di quella pubblica Accademia agraria degli Anistamici, ecc. al Sig. Giovanni Arduino; e

---

(z) Trovansi riprodotti nel predetto secondo Tomo del nuovo Giornale d' Italia.

(aa) Tutto esiste nel precitato Tomo del nuovo Giornale d' Italia.

(bb) Fu stampata a parte dal Sig. Benedetto Milocco nel 1780. ed esiste anche nel Tomo quarto del suddetto nuovo Giornale d' Italia pubblicato nell' anno medesimo.

(cc) Trovasi nel detto Tomo quarto del nuovo Giornale d' Italia.

(dd) Sono tutte nel suddetto Tomo quarto del nuovo Giornale d' Italia.

(ee) Questa Memoria stampata a parte dal prenominato Sig. Milocco trovasi anche nel Tomo settimo del nuovo Giornale d' Italia.

(ff) Anche questa Memoria fu dal suddetto Sig Milocco stampata a parte, e parimente nel precitato Tomo settimo del detto nuovo Giornale d' Italia.

risposta del medesimo, esponente gli esperimenti da lui fatti per conoscere la natura di esso sale. (gg)

Fin quì è trascritto l' Indice pubblicato a stampa nell' anno 1785.

SEGUONO ALTRE OPERE DI GIOVANNI ARDUINO.

Di varie minere di metalli, e d' altre specie di fossili delle montane Provincie Venete di Feltre, di Belluno, di Cadore, e della Carnia, e Friuli; e specialmente del sale catartico amaro a base di magnesia, scoperto recentemente in quelle montagne. (*hh*)

Circa gl' indizj d' antichissimi Vulcani nelle montagne e Alpi Vicentine, Veronesi, e Trentine. Lettera ad Alberto Fortis. (*ii*)

Dell' uso della calcina nell' Agricoltura. Lettera di Giovanni Arduino al Conte Barcellon-Corte. (A)

Del Napo-Brassica o sia Cavolo-Navone, detto anche Cavolo-radice di Lapponia. Lettera del Sig. Giovanni Arduino al Conte Ascanio Amalteo. (B)

Sopra alcuni fossili nella vicinità di Belluno. Lettera del Sig. Giovanni Arduino in risposta al Dott. Antonio Gualandris. (C)

Della coltivazione della esotica pianta tintoria detta Asfor, e Cartamo, e volgarmente Zaffranone. Lettera del Sig. Giovanni Arduino al Dott. Simone Regio. (D)

Ingrassamento di buoi da macello colle rape. Lettera del Sig. Giovanni Arduino al Marchese Alessandro Carlotti. (E)

Compendio della Litologia Vesuviana del Cavalier Gioeni. Lettera del Sig. Giovanni Arduino al Sig. Gio. Luca Garagnin. (F)

Esperienze Chimiche ed osservazioni Agronomiche sopra la marna recentemente scoperta a Nona in Dalmazia, con altre notizie e riflessioni analoghe sull' emendazione delle terre. Memoria del Sig. Giovanni Arduino. (G)

Memoria epistolare sopra un Bolo particolare di Sovizzo nel Vicentino, molto utile per le distillazioni dello spirito di Nitro ec. diretta nel 1769. dal Sig. Giovanni Arduino al Sig. Antonio Zanon. (H)

(*gg*) *Trovansi esse lettere nel Tomo ottavo del nuovo Giornale d' Italia, che è il vigesimo ed ultimo di tutta la serie di tale opera periodica, stampato dal suddetto Sig. Milocco l' anno* 1784.

(*hh*) *Negli atti della Società Italiana Tom. III.* 1786.

(*ii*) *Negli atti della Società Italiana Tom. VI.* 1792.

(A B C D) *Nel nuovo Giornale d'Italia in Venezia presso Perlini* 1790. *Tomo I.*

(E F) *Nel detto Giornale* 1791. *Tomo II.*

(G) *Nel detto Giornale* 1792. *Tomo III.*

(H) *Nel detto Giornale* 1794. *Tomo V.*

Lettera del Sig. Giovanni Arduino al Barone di Zois a Laubach su varj oggetti di Storia Naturale. (I)

Lettera dello stesso in risposta al Sig. Girolamo Barettoni su alcune miniere dei monti di Schio, su i pesci scoperti nello schisto bituminoso di Salzedo ec. 3. Novembre 1787. (L)

Lettera dello stesso in risposta al Sig. Lodovico Scomasconi, sopra il modo d' estrar l' amido dalle patate, e suoi usi. (M)

D' alcuni alberi Americani introdotti in Lombardia; lettera dello stesso al Conte Ascanio Amalteo. (N)

Analisi Chimica d' un' acqua di nuova sorgente scoperta in Dalmazia; Lettera del Sig. Gio. Arduino al Co. Ab. Nassi. (O)

(I L M N O) *Nel detto Giornale* 1795. *Tomo VI.*

ELOGIO

DI GIUSEPPE TOALDO

SCRITTO

DA ANGELO FABRONI.

Ricevuto il dì 22. Ottobre 1798.

Giuseppe Toaldo nacque agli 11. di Luglio dell' anno 1719. nella Parrocchia di S. Lorenzo di Pianezze situata negli amenissimi colli Vicentini alle radici dell' alpi, non lungi dalla terra di Marostica, illustre per molti titoli, ma specialmente per essere stata madre feconda di uomini insigni in ogni maniera di scienze (*a*). I genitori suoi furono Gio. Battista Toaldo, ed Elena Barbieri nata di onesta famiglia nel vicino castello di Breganze, i quali di buon' ora infusero in lui l' amore della virtù, e il desiderio delle lettere. Ebbe un largo campo di coltivarle nel Vescovile Seminario di Padova fiorentissimo allora di studj, ove dette opera all' umanità, alla rettorica, alle filosofie, alla

(*a*) Questo luogo, che una volta fu sede d' un Podestà dell' Ordine de' Patrizj Veneti, e che nel suo Distretto comprendeva 36. villaggj, produsse in vita Prospero Alpino celebre medico e botanico; Gio. Battista Verri canonico della Cattedrale di Padova, autore di un elegantissimo Latino compendio dell' Istoria Veneziana; l' Ab. Michel Viero, teologo, filosofo, chimico ed anche alchimista, con altri Vieri accreditatissimi medici; più Professori legali della famiglia Matteacci; l' Ab. Gandini noto per varie opere d' Istoria Ecclesiastica scritte in terso Latino; l' Ab. dalle Laste elegantissimo scrittore di prose e versi; Alessandro Scarelli protomedico delle armate Venete, uomo d' altissimo ingegno; l' Ab. Canal dotto in molte lingue antiche e moderne, che compilò un copioso e stimato Atlante di geografia antica; l' Ab. Chiminello nipote ed Aggiunto nell' Osservatorio del nostro Toaldo, cognito per varie sue opere di meteorologia, di matematica e di astronomia; il Canonico Spignolo; due Lorenzini Zio e Nipote Canonici della Collegiata di Piove; l' Ab. Mozzato; ed altri coltissimi uomini, che dal Seminario di Padova trassero il buon gusto, massimamente nello scriver Latino.

teologia, di cui ricevè la laurea nel 1742., e spezialmente alle matematiche. Di scolare ben presto divenne maestro nello stesso Seminario, e v' insegnò la gramatica, la rettorica, la filosofia, e per molt' anni le matematiche. I maggiori progressi che fece in queste li dovè all'Ab. Suzzi, (*b*) dal quale fu introdotto ne' misterj del calcolo Cartesiano e Leibniziano, scienza da pochi allora conosciuta, e di cui fece uso nelle sue lezioni, accendendo in molti il desiderio d' apprenderla. Allorchè si pensò di pubblicare colle stampe del Seminario medesimo le opere dell' immortal Galilei, ben si conobbe non esservi alcuno per diligenza e per dottrina più atto a ciò dell' Ab. Toaldo, che non solo somministrò prefazioni, note, e alcuni scritti inediti da se fortunatamente ritrovati, ma operò in modo che fosse permessa la stampa del famoso Dialogo del mondo, mediante alcune sue note marginali ed altre del Galilei stesso, che invece di scusare, manifestano maggiormente l' ignoranza di que' giudici, che lo proscrissero, non vergognandosi del vil trattamento fatto dell' Autor del medesimo.

Non intraprendeva cosa il Toaldo, che non comunicasse all' Ab. Conti, letterato a pochi eguale, a molti superiore, che dopo di aver visitato le più colte e le più remote nazioni cercò un ozio dignitoso in Padova, accogliendo cortesissimamente quanti vi avevano uomini per ingegno e per dottrina commendabili. Tra questi il Toaldo ebbe certamente il primo luogo nell' amor di lui, e a lui medesimo si confessava debitore di molte pellegrine noti-

---

(*b*) Non è forse abbastanza noto il merito di questo insigne matematico; che fu prediletto scolare del Co. Jacopo Riccati, e Professore di Padova. Valeva tanto nell' analisi che il March. Poleni si giovò spesso dell' opera di lui per la soluzione dei più difficili problemi: La sua scuola, la sua casa furono sempre aperte agli studiosi, nè ricusò commissione che gli fosse affidata. Non cercava la gloria, che l' avrebbe coronato, se per un trasporto di riscaldata fantasia non si fosse abbandonato al noto errore sulla soluzione del caso Cardanico. Possono però essere sicuri argomenti del suo valor analitico una formola molto ingegnosa sul trinomio indicata nelle Instituzioni d' analisi del Riccati e del Saladini, altre formole di cui si valse l' Agnesi, dandone la lode all' Autore, un trattato di serie geometriche stimato anche dagli Oltramontani, e gli elogj, che riportò dai Gesuiti Riccati e Boscovich.

zie, della cognizione de' migliori libri, e di una certa squisitezza di gusto, che fa più bella ogni scienza, onde a ragione il chiamava suo maestro. Ne pianse amaramente la morte accaduta nel 1749: e fatto erede degli scritti di lui, credè di servire alla sua gratitudine, alla gloria delle lettere e dell' amico, pubblicandone cinqu' anni dopo una copiosa vita, nella quale il Filosofo, il Matematico, il Poeta, l' Erudito fanno la più luminosa comparsa. Se sacri furono per lui i doveri dell' amicizia, non minor cura pose in adempiere quelli dello stato. Imperocchè chiamato dal suo Vescovo Cardinal Rezzonico al governo della ricca Arcipretura di Montegalda, non trascurò alcun uffizio di buon Pastore, concedendo il rimanente del tempo ai suoi geniali studj, dai quali l' avevano alquanto distornato le continue occupazioni delle varie scuole. Tra gli antichi filosofi Platone, Aristotele e Plutarco, tra i moderni Bacone di Verulamio, Cartesio Leibnizio e Newton nutrivano sopra tutti una mente piena di studio, che cercava il conoscimento della verità nascosta, con guida e con iscorta della propria, e dell' altrui ragione; e vago ancora di fare acquisto di quel che appartiene alle umane lettere, ne possedè la ragione ed il bello, a segno tale che l' Ab. Cesarotti riconobbe da lui il felice avviamento, che lo menò a tanta fama da potersi meritamente chiamare un de' più splendidi luminari dell' Italiana Letteratura. Sono una prova del suo indefesso studio i molti ristretti, che fece delle altrui opere, un' illustrazione del Timeo di Platone, ed altri scritti da lui lasciati, dai quali chiaramente apparisce quanto si affaticasse per fare acquisto di que' tre generi delle cognizioni, le quali può colle sue forze ottenere il nostro intelletto, cioè dei pensieri, delle azioni umane, e delle cose materiali.

Dopo dieci anni di un sì fatto tenor di vita, eletto Professore d' astronomia, geografia e meteorologia nell' Università di Padova si abbandonò interamente allo studio di queste Scienze, dalle quali ottenne la celebrità del suo nome. Poichè questa cattedra non altro esigeva allora se non che semplici lezioni di Scuola, si affrettò il Toaldo di emendare questo difetto, e di rivolgere ogni opera in ornamento della medesima. Domandò pertanto al Senato Vene-

to che si fabbricasse in Padova una specola astronomica, e che si corredasse de' migliori instrumenti, e quell' augusto consesso, che non trascurò mai nulla di quel che potesse servire al pubblico vantaggio, ingiunseli di dirigere la fabbrica, e di operare tutte quelle cose, per le quali a se medesimo celebrità, ed al Liceo gloria si poteva acquistare. A tal fine visitò le principali specole dell' Italia, e dai più rinomati astronomi trasse lumi, che lo indirizzassero nella novella carriera. L' edifizio cominciato nel 1767. ebbe il suo compimento sette anni dopo, e se ne conobbe subito l' utilità, poichè per esso fu fondata in Padova una scuola d' architettura, e in molti nacque il desiderio di osservare i movimenti degli astri. Ne determinò la longitudine geografica dall' osservatorio di Parigi in tempo di 38′ 0″, e la latitudine a 45° 23′ 40″.

Obbligato di servire alla sua cattedra non solo colle osservazioni astronomiche, ma ancora colle meteorologiche, nel 1769. comparve per la prima volta in pubblico col Trattato della vera influenza degli Astri sulle stagioni e mutazioni di tempo, o sia Saggio meteorologico, libro che non rinuovava de' vecchj errori, nè confermava delle volgari opinioni, ma che contenendo nuove osservazioni, nuove esperienze, e nuove applicazioni di queste, poneva in necessità i Fisici o di approvarle, o di richiamarle ad esame. L' azione del sole mediante il suo lume e calore, gli effetti e le conseguenze del moto diurno ed annuo della terra, la forza meccanica e fisica della luna sulle maree e sull' ammosfera, il suo calore, i resultati provenienti dalle osservazioni barometriche e termometriche, le misure della pioggia, le cagioni de' venti e del freddo, gli effetti dell' elettricismo ammosferico, i pronostichi che possono dedursi dal sole, dalla luna, dal cielo, dall' aria, dalle meteore, e dagli animali, e altre sì fatte cose sono trattate estesamente, e collegate in maniera da mostrare la lor corrispondenza e attitudine a produrre un sistema. Ebbe ragione d' applaudirsi di quest' opera l' Autore, perchè fu più volte ristampata in Padova e sempre con notabili accrescimenti, tradotta in Francese e in altre lingue, e gli procurò l' aggregazione a molte illustri Accademie di Europa. Non vi è fenomeno in natura per stravagante che sembri, che non di-

dipenda da costanti cagioni, e chi procurò d'indagarle nell' oscurità, in cui sono spesso involte, dee esserne sommamente commendato. A questo fine ei pubblicò l'anno 1772. nel giornale Veneto d'agricoltura una Memoria sopra gli anni stravaganti spezialmente piovosi con una lunga cronaca de' medesimi, onde dedurne con qualche probabilità il ritorno, e nell'anno stesso divulgò varie altre memorie sui conduttori elettrici, ristampate più volte, e trasportate ancora nella lingua Francese, nelle quali la teoria dell' elettricismo è spiegata in maniera da convincere i più rozzi a non trascurare l'unico e sicuro mezzo di preservare gli edifizj loro dal fulmine. Sono da ricordarsi ancora le tavole del Barometro e del flusso e riflusso del mare, che l'anno dopo pubblicò in Latino, e che tradotte in Italiano i Giornalisti di Modena inserirono nel Vol. IV. del loro Giornale, lodandone la scrupolosa esattezza. Tutto ciò serviva allo scopo propostosi di creare per così dire una scienza nuova, l'uso di cui si propagasse alla medicina, alla navigazione, e spezialmente all' agricoltura. Per l' applicazione a quest' ultima la Reale Società di Montpellier aveva proposto un premio, che nel 1774. ottenne una Memoria del Toaldo, scritta in Francese, e stampata subito nel Giornale del Rozier. Questa e il Saggio meteorologico ricordato di sopra possono dirsi il fondamento di quel sistema, che tanto lusingò l' amor proprio dell' Inventore, e di cui grandissimo romore si fece nelle Società letterarie, e sopra tutto oltramontane. L' Elettor Palatino ebbe da quelle eccitamento di fondarne una nuova, e d' invitare i Fisici dell' Europa, e di altre parti del mondo ad osservare d' accordo le meteore, inviando per ogni dove instrumenti comparativi. Quest' esempio ebbe seguaci a Bade e all' Haya, e risultò in gloria del Toaldo quel che fu pubblicato da queste novelle Società, che comprovando gl' influssi lunari, e que' periodi detti già dal nome di lui Toaldini, non dubitarono di dare al medesimo il glorioso titolo di Riformatore, o più tosto Creatore della vera scienza meteorologica.

Questi periodi altro non sono, che un ciclo di 223. lune corrispondente a giorni 6585. e un terzo, che gli piacque di nominare Saros, perchè così appunto gli astronomi Caldei chiamarono quel periodo di 18. anni, che indica il

ritorno delle ecclissi, e che fa girare in serie tutti i punti della luna (1) con tutte le disuguaglianze della medesima. Non dubitando egli che questo pianeta non abbia qualche influenza sull' ammosfera e sulle stagioni, s' avvisò che a ragione gli dovesse essere concesso, che quella rivoluzione, che riconduce i punti lunari, dovesse altresì ricondurre un circolo d' impressioni simili nell' aria, cioè un ritorno di tempi e di stagioni. Conobbe la necessità di confermare quest' argomento d' induzione coll' esperienza, ed avendo una serie d' osservazioni meteorologiche proprie, dei due Poleni padre e figlio, e del Morgagni che abbracciavano lo spazio di 57. anni, cioè dal 1725 al 1781. potè formare una tavola di tre Saros e più, pubblicata l' anno stesso 1781. in Francese e in Italiano, dimostrante un ritorno di tempi, di pioggie, di venti, di nebbie, di tempeste ec. ritorno non già di eguaglianza numerica, che sarebbe chimerico il pretenderlo, ma di una tal quale rassomiglianza, bastante però a dare una valevole prova dell' influenza lunare. A confermarla si serviva di un altro argomento d' analogia dedotto dall' azione della luna sopra le acque dell' oceano, sembrandogli verisimile, ch' essa produca un' impressione simile sull' ammosfera, specie di mare che ci preme, e ci circonda, e che dee soffrire il suo flusso e riflusso, operato dalla medesima cagione, che agita e solleva le acque del mare. Adduce altre prove, che costituiscono la luna principale operatrice de' fenomeni meteorologici, senza però escludere molte altre cagioni, che possono concorrere a variarli, ad accelerarli, a ritardarli. Stabilito così un principio tanto costante, e tanto generale, gli fu facile di trarne delle conseguenze, applicabili a molte arti, e a molti usi della vita umana, e di formare pronostichi delle future stagioni; avvertendo però egli medesi-

---

(1) Nomina punti della luna le dieci situazioni di questo pianeta che accadono in ciascuna lunazione, cioè le quattro fasi, le denominazioni delle quali sono conosciute, l'apogeo, il perigeo, i due passaggi per l' equatore, de' quali l' uno sarà l' equinozio ascendente, l' altro l' equinozio discendente, li due Lunistizj, così chiamati dal celebre Sig. la Lande, di cui l' uno è boreale, allorchè la luna si approssima quanto può al nostro zenit, l' altro australe, allorchè più se ne allontana.

mo prudentemente, che nell' indicare in certo tal qual modo le qualità degli anni, dei mesi, dei giorni, e quasi per fino dell' ore, non pretendeva di dare se non che delle congetture ragionevoli, degne però dell' attenzione de' Filosofi per alcune verità, che racchiudono. Si maravigliava egli, che essendo la meteorologia di tanta importanza ed utilità, fosse stata quasi del tutto abbandonata al volgo credulo ed ignorante, che ne formò una bizzarra mescolanza di osservazioni, di errori, e di pregiudizj; onde invitò le Società letterarie, e spezialmente le Accademie d'agricoltura, a notare quel che accade nell' aria e nella terra, temporali, gragnuole, nebbie, siccità, umidità, sterilità, abbondanza di raccolte, ed altri sì fatti fenomeni colle circostanze del luogo e del tempo, per poi giudicare, se la sua teoria meritava la loro confidenza. Quanto a se in niun' altra cosa spendea più volentieri il suo tempo, che in osservare tutto ciò che precede, o accompagna, o segue le varie meteore, e in tentare con diligente perizia di tutte le più minute circostanze di formare, se era possibile, un sistema di verità, onde nascessero le regole di questa nuova scienza da servirsene in tutti i luoghi, sol che si avesse riflesso ad alcune circostanze proprie de' medesimi.

Questo glorioso desiderio gli suggerì il pensiero di pubblicare annualmente un giornale astrometeorologico, a cui dette principio l' anno 1773, che condusse fino all' anno 1798. per cui l' aveva preparato prima di abbandonare la vita. Non vi è volume di quest' opera periodica, che non contenga avvertimenti utili per quelli, che possono giovarsi delle osservazioni meteorologiche, e massimamente per gli agricoltori, e ve ne sono alcuni, in cui piacque all' Autore d' inserire varj suoi opuscoli, come per esempio un breve compendio di cronologia, un discorso sopra gl' inverni straordinarj, un altro sopra la lunga siccità dell' inverno dell' anno 1779. e varj altri intorno la nebbia e l' influenza de' fulmini, del pronostico dei tempi e delle stagioni dal passaggio degli uccelli, dei circoli delle stagioni, e in ispecie di un circolo nuovo, dei presagj generali e particolari dall' aspetto del cielo delle pioggie, e dei venti pel Golfo Adriatico, un dizionario meteorologico, ed altre sì fatte operette corredate di osservazioni proprie e straniere, ten-

denti tutte a confermare la sua teoria degl' influssi lunari. Ella ebbe però, tra gli applausi dei dotti e di molte Accademie, dei forti contradditori; e tra questi volle distinguersi l' Ab. Frisi che in uno de' suoi opuscoli Filosofici, e poi anche in uno scritto pubblicato nel Giornal di Pisa sostenne doversi le meteore lasciare intatte nell' oscurità delle loro prime cagioni, e solamente meritar lode colui, che ne esamina l'influenza e gli effetti con quella forza eterna, senza la quale nulla fu fatto mai, e che esercita il suo costante impero sopra le arti tutte, e sopra le operazioni medesime della natura, e che si chiama ragione. Per quel poi che appartiene alla luna, non dubitò di affermare, esserci ignota ogni influenza di lei sopra la terra, fuor che quella di tramandare la luce che dal sol riceve, e di aver parte nel flusso e riflusso del mare, nella precessione degli equinozj, e nella nutazione dell' asse terrestre. Il piacere di far bene altrui, e anche quel della lode, di cui era desideroso, indussero il Toaldo a combattere le obbiezioni del suo illustre avversario; il che fece in modo da confermare sempre più il suo sistema senza ledere la fama di coloro, che si mostravano restii ad abbracciarlo.

Non depose però mai la lusinga che, non altrimenti che la nuova scienza dei principj della Filosofia naturale del Newton, avrebbe col tempo trionfato de' suoi oppositori, lusinga che sempre più l'impegnò a cercar nuove prove e nuovi argomenti degl' influssi lunari. Di questi ne somministrò copia ai giornali del Rozier, Veneti, ed Enciclopedici di Vicenza, agli Opuscoli scientifici di Milano, agli atti della Società Palatina, e in quelli di Bologna inserì una lunga Memoria sul calor lunare dedotto dalle osservazioni termometriche, e da quella spezialmente della maggiore elevazione del mercurio intorno al plenilunio, che intorno al novilunio. Nè contento dell' emanazione del calore da quel pianeta, gli dà ancora la forza di accrescerlo per l' attrazione, che egli e il sole esercitano sopra i corpi terrestri, onde ne nasce l' agitazione dell' oceano e dell' ammosfera, e per conseguenza una maggior leggerezza de' corpi medesimi, che facilita l' esalazioni dell' acqua, della terra, e del calor latente. Non sol dal termometro, ma anche dal barometro credè di potere cavar prove da con-

vincere la forza della luna sull' ammosfera, argomento che trattò copiosamente in una Memoria inserita negli atti dell' Accademia di Berlino, a cui era ascritto. Ma se come osservò il Bouguer la luce della luna è trecento mila volte più languida di quella del sole, non dovrà egli essere minimo il calore, che da lei a noi deriva? E se le forze della luna e del sole nel muover l' aria non producono che certe oscillazioni simili a quelle che si fanno nel mare, e alle quali corrispondere dovrebbero le oscillazioni del mercurio nel barometro, come potranno essere sensibili, quando che sotto l' equatore, dove sono maggiori, il mercurio non si muove al di là di due millesime parti di un pollice? Vi fu chi a queste ragioni aggiunse, che data l' azione della luna sul mare, non deriva da ciò la necessità di ammetterla sull' ammosfera, perchè il flusso dell' aria non ha rapporto alcuno con quello del mare, nè diurno, nè mestruo, nè annuo; che i venti annuali orientali seguono la direzione del sole; e che i barometri, che dovrebbero pur regolarmente variare giusta il variar delle fasi lunari, non danno indizio dell' azione di quel pianeta sulla nostra ammosfera (1). Noi non decideremo una questione, che ha diviso, e dividerà forse per lungo tempo le opinioni dei Filosofanti, contenti di aver data la dovuta lode al Toaldo per l' indefesso studio, ch' ei pose in dilatare i confini della cognizione umana nella scienza meteorologica, e per liberarla da inveterati e universali errori; e chiunque a miglior perfezione riduce qualche metodo di scienza, benchè da altri immaginato, ma per la vastità sua, come sogliono essere quasi tutte le invenzioni umane, in alcuna parte mancante, merita la gratitudine d' ogni giusto estimatore della buona Filosofia. E' poi incredibile quanto ei si adoprasse perchè i giovani medici facessero dei rapporti delle malattie particolari alle stagioni anomale, ed annate stravaganti, e perchè li facessero gli agricoltori colla qualità, abbondanza o scarsezza dei prodotti, e della vegetazione, somministrando a tutti con animo veramente infiammato del pubblico bene libri, fatti, metodi e consigli.

Molt' altri, oltre i riferiti, sono gli scritti di lui, che

---

(1) Vedi la Dissertazione del Co. Jacopo Belgrado sul calor Lunare.

hanno relazione alla sua prediletta scienza, e tra questi è degna di essere ricordata con lode una Memoria, che trovasi nel Giornale Veneto d' agricoltura, sopra l' emendazione de' barometri e dei termometri, perchè oltre al contenere un sugoso compendio della grand' opera del Sig. de Luc insegna ai fabbricatori di quest' instrumenti con precisione e chiarezza il miglior metodo per costruirli. Ammiratore sopra ogni altro delle fatiche di quell' illustre Ginevrino, che per trenta e più anni non istudiò se non se quella parte di fisica, che dobbiamo agl' inventori di quegli stessi istrumenti, non seppe però scusarlo d' aver combattuta l' esperienza del Leibnizio intorno alla discesa del barometro in tempo piovoso, e alla difesa di questo dedicò uno scritto, che ebbe luogo nel Giornal di Modena dell' anno 1774. Si trattò dopo di trovare un igrometro comparabile, i punti del quale fossero fissi e certi, e facili ad essere determinati nella costruzione dell' istrumento, la cui sensibilità coll' andare del tempo non si mutasse, in cui l' effetto del calore con sicura ed espedita regola si potesse sottrare, e che con poco di costo si fabbricasse; e per questa interessante e difficile invenzione l' Accademia delle Scienze di Manheim esibì un premio. Questo e la gloria del ritrovamento la divisero il Toaldo, ed un suo carissimo nipote l' Ab. Chiminello, che riportò ancora un maggior frutto della letteraria educazione avuta dallo zio coll' essere stato dichiarato dal Senato Veneto Ajuto del medesimo nella presidenza all' Osservatorio, e degno di succedergli. La Memoria di questo vide la pubblica luce, non così l' altra, quantunque dichiarata meritevolissima di vederla.

Domandava anche l' astronomia e per genio e per dovere l' opera del Toaldo. A prepararne le vie agli studiosi nel 1775. pubblicò un' introduzione alla dottrina della sfera e della geografia, che fu accettissima per la brevità e per la chiarezza. Ma vi voleva qualche cosa di più, e perciò due anni dopo procurò l' edizione Italiana delle tavole astronomiche col compendio dell' Astronomia del Signor la Lande, opera che divenne subito il libro elementare delle scuole. Ma un parto tutto proprio di sua dottrina, e che può chiamarsi la chiave dell' Astronomia, fu la Trigonometria, la più sugosa, la più chiara e la meglio esem-

plificata di quante fin' allora avessero veduta la luce, che recò tanto comodo agli astronomi nella pratica, e che riuscì tanto facile ai principianti, ed ai Piloti anche li meno addottrinati. Lo zelo di ravvivare la gloria e lo studio della nazione verso una scienza, di cui debbono singolarmente giovarsi la geografia e la nautica, lo indussero a pubblicare nel 1782. un opuscolo degli studj Veneti in queste tre facoltà, in cui inserì ancora un' antica regola di navigare praticata dai Veneziani, cosa assai curiosa; (1) nè molto dopo insegnò il metodo di determinare le longitudini mediante l' osservazione del passaggio della luna pel meridiano, per cui dall' Inglese Collegio delle longitudini riportò non solo lode grandissima, ma anche il dono di varie opere di questo genere. Era egli fin d' allora aggregato all' Accademia delle Scienze di quell' illustre nazione, a cui nell' anno stesso della sua aggregazione mandò in testimonianza di sua gratitudine la dissertazione *de Aestu reciproco maris Adriatici*, che fu stampata nelle Transazioni Filosofiche dell' anno 1776. Mantenne ancora un commercio d' osservazioni col celebre astronomo Maskelyne, il che gli fu occasione d' un grande avanzamento nella scienza del cielo. Poichè tra gli innumerevoli fenomeni, che questo presenta, meritano speciale attenzione gli ecclissi solari, come quelli che conducono a perfezionare la teoria del sole e della luna, di somma importanza non solo per l' astronomia, ma ancora per la geografia e per la nautica, espose in un primo schediasma un suo metodo per calcolarli con accuratezza, in un secondo un metodo meno esatto, ma breve, facile e spedito ad uso di quelli, che non cercano se non se l' ore e le grandezze degli ecclissi, e in un terzo rendè conto dell' osservazione da se fatta del passaggio di mercurio sopra il disco del sole con indicare una facil maniera d' assegnare i luoghi, ne' quali possono vedersi i passaggi sì di quel pianeta, come di Venere, ed altri simili fenomeni. Questi tre schediasmi gl' indirizzò al suo rinomato ami-

(1) Fu cavata da un vecchio manoscritto di marina contenente un lungo Portulano scritto nel dialetto vernacolo d' allora. La regola suddetta vi è intitolata *Rason del martologio* o sia *regola di navigar a mente*.

co Anton Cagnoli, dalla presidenza di cui or tanto lustro ne deriva alla nostra Società Italica. Anche un bel soggetto di studio astronomico gli somministrò l' eruditissimo Cardinal Borgia, alle mani del quale essendo pervenuto un globo celeste cufico, che domandava un sagace illustratore, lo cercò nel Toaldo, che facilmente soddisfece al desiderio di lui con due lettere piene d' erudizione indirizzate al dottissimo Monsignore Simone Assemanni.

Si pensò intanto dal Senato Veneto di fondare in Padova una nuova Accademia delle Scienze, Lettere, ed Arti, a cui fu subito aggregato il Toaldo, e posto nel ruolo de' 24. pensionarj, colla fondata speranza ch' egli avrebbe molto contribuito alle glorie della medesima. Dopo un breve viaggio fatto per la Lombardia, pel Piemonte e Genovesato, ritornato alle sue studiose occupazioni, non ebbe maggior premura, che di servire all' Accademia e di somministrarle materia, onde arricchire i volumi de' suoi atti. Trovansi in fatti di proprietà di lui nel primo volume la descrizione di un' insigne Aurora Boreale osservata in Padova nel 29. di Febbrajo dell' anno 1780. con un catalogo d' Aurore Boreali de' tempi Romani; la determinazione della longitudine geografica dell' osservatorio di quella Città in rapporto a quello di Parigi: nel secondo una Memoria delle qualità fisiche delle Plaghe fondate su molte osservazioni del termometro e dell' igrometro, e sui vegetabili trovati in esse: nel terzo le Riflessioni sopra i colpi di fulmine, e l' Investigazione del calore di più luoghi dell' Italia da gradi 41. di latitudine fino a gradi 47.: nel quarto finalmente una Memoria del passaggio di Annibale per l'Appenino, e della sua marcia per la Toscana; la relazione di una bella e gran fiamma volante, o sia di un globo di fuoco osservato in Padova ed in altri luoghi il dì 11. di Settembre dell'anno 1784. con riflessioni sulla natura di questi fuochi: e in tutti e quattro i detti volumi le osservazioni astronomiche e meteorologiche fatte in compagnia del suo dotto e diligente Aggiunto. Oltre queste Memorie altre ne depositò nel seno dell' Accademia, che aspettano la pubblica luce, e tra esse si distinguono quelle sopra i viaggj di Marco Polo antico geografo Veneziano; della vera epoca della gran Muraglia della China; l' illustrazione del Timeo

di

di Platone ricordata di sopra, e la spiegazione dell' antico fenomeno osservato dagli Olandesi nel mar glaciale, della comparsa del sole molti giorni prima che si potesse vedere a quella latitudine. Meritò altresì i suffragi dell' Accademia quel suo metodo facile di descrivere gli orologj solari, che è un trattato di gnomonica pubblicato l' anno 1789. con tavole e figure, e se si pentì d' aver dimostrata l' utilità dell' orologio oltramontano e di averne ottenuta dal Governo l' introduzione in Padova, ciò dee unicamente attribuirsi alla confusione che vide generata nel popolo, a cui sopra tutto in ogni suo studio e in ogni sua opera voleva servire.

Questo zelo di popolare utilità lo chiamò a quella Scienza di nuovo creata dai moderni matematici, a cui è stato dato il nome di Arimmetica Politica. Il celebratissimo Padre Fontana Professor di Pavia nella traduzione del *Trattato del Sig. di Moivre sopra le Rendite annuali, le Vite e i Vitalizj*, oltre le dottissime illustrazioni aggiuntevi, presenta un catalogo ben lungo degli Autori, che in ogni lingua hanno scritto su di questa materia. L' Italia non ha prodotto quasi nulla fuori di questo libro; le Tavole stesse inserite nel medesimo sono oltramontane. A supplire questa mancanza di Tavole Italiane, per quella parte almeno che appartiene alla Marca Trivigiana, indirizzò le sue cure il Toaldo, e ne aveva formato il pensiero fin dal tempo, che reggeva la Pieve di Montegalda. Lo abbandonò distratto da altre occupazioni, lo riassunse, eccitato ancora, come ei dice, dall' età senile, che facilmente inspira dei pensieri sopra la serie convergentissima della vita umana. Le chiamò Tavole di vitalità, come quelle che rappresentano l' andamento comune della vita in quella Provincia, andamento, come per avventura può sembrare a tal uno, non già casuale. Imperocchè esaminando la massa, s' incontra un ordine sorprendente della Provvidenza, e una regolarità quasi geometrica, mancando successivamente un dato numero di nati con quell' ordine quasi preciso, con cui si vuota un vaso cilindrico pien d' acqua, al quale si apre un foro nell' estremità, che in principio esce precipitosamente, poi per gradi più lentamente. Il lavoro di queste Tavole benchè piccolo di mole fu il frutto di un lungo stu-

dio e di una sofferenza veramente filosofica, ed aveva egli raccolti molti altri spoglj di battesimi, di matrimonj, e di morti, sui quali meditava di fare delle utili speculazioni di fisica, di medicina e di politica. Se si esamina con diligenza e con giudizio tutto ciò che si trova sparso nelle molte opere di lui, si comprenderà chiaramente, che non ebbe altro scopo se non se di servire alla comune società, perchè si avvicinò molto alla perfezione di quel carattere, che rarissime volte s' incontra, e che risulta dall' unione delle qualità del cuore le più oneste e le più benefiche, delle cognizioni dell' intelletto le più ample e le più estese.

Niuno pertanto potè negarli la lode di essere stato uno degli uomini i più utili, i più virtuosi, e direm anche i più amabili dell' età sua. A quanti non giovò procurando sovvenzioni, impieghi, servigj, cariche, onori? Chiunque se gli raccomandava era sicuro di trovare affettuosa assistenza, e preveniva ei medesimo la domanda, ove conosceva il bisogno. I buoni consiglj, le direzioni negli affari, le consolazioni nelle afflizioni, il sovvenimento nell' indigenza erano da lui accordati in ogni tempo ed a tutti. Insigne propagatore della benevolenza e dell' amicizia tra' suoi conoscenti, officioso, dolce, compiacente e scherzevole nella conversazione, ma però sempre lontano dall' adulazione, come dalla derisione e dalla maldicenza, giustissimo in tutte le azioni, liberale de' suoi lumi, perchè credeva di non posseder nulla di proprio, meritò l' amore e la stima di tutti. Non vi era classe di persone, con cui indistintamente non trattasse, dotti, ignoranti, buoni, cattivi ed anche viziosi, uomini di sane, e di perverse massime, onde chi ben non lo conosceva, poteva sospettare che approvasse gli altrui errori: ma il fine suo era di giovare anche per questo mezzo alla Società, cercando, se era possibile di ricondurre i traviati nella diritta via con delicate insinuazioni, con istoriette, collo scherzo, co' detti vivaci, ma però sempre mostrando quel suo nobile ed original sentimento, che il sommo delle virtù umane si riduce al dir sempre la verità, ed al far bene altrui. Sapeva ancora conversare coi grandi e piacere onestamente alle donne. Sarà sempre memorabile una conversazione, in cui si radunava tutto il fiore delle persone di varj ordini, e di cui il

Toaldo era l' anima e la delizia, e che si sciolse per la morte d' una virtuosa impareggiabile donna, che cortesissimamente l'accoglieva nella sua casa. E avvegnachè mal soffriva di vedere alcuni giovani abbandonar la propria provincia, copiosa di tutti i beni, che possono servire ai comodi della vita, e al coltivamento d' ogni arte e d' ogni scienza, per andare in cerca di pellegrine merci, colla pubblicazione d' una sua opera procurò o di distornarli, o almeno di dar loro degli utili insegnamenti onde guardarsi da molti errori e da certi pericoli. Attribuiva con ragione la maggior parte delle pubbliche calamità all' essersi da paesi stranieri a noi trasportato il lusso, e il viver molle, e in quel libretto appunto, che intitolò *Confronto delle stagioni coi principali prodotti della campagna*, provò niun' altra cagione potersi più giustamente addurre del deterioramento dell' agricoltura, che l' abbandono della vita sobria, attiva, e rusticale de' padri nostri, per sustituirvi la lussuriosa, l' inerte, e la cittadinanesca, ed altre costumanze,

Ch' anno dal mondo ogni virtù sbandita.

Se molte persone vi sono, che mentre si sforzano di vedere le cose avvenire, le presenti non veggiono, questo certamente non intervenne al nostro Toaldo, che ricco di quella scienza che appartiene ai costumi e al viver civile, seppe con giusta bilancia pesare gli errori degli uomini, e calcolare i tristi effetti che ne derivano. Non deesi finalmente tacere, che insignito l' anno 1766. della Propositura della Trinità (1) in Padova in luogo dell' Arcipretura suburbana di Montegalda, si gloriò sopra tutto di appartenere alla Congregazione de' Parrochi di quella Città, adempiendo scrupolosamente, per quanto l' impiego, l' età e la salute lo comportavano, tutti i doveri e servigj che la dignità a pieni voti conferitagli d' un de' tre Prepositi esigeva. Un uomo che divise tutta la lunga vita sua tra le occupazioni religiose, e letterarie, dovè godere di quell' interna soddisfazione, che ci fa esser contenti di noi mede-

(1) La Chiesa di questa Propositura una volta era fuori della Città, ma distrutta per l' assedio di Massimiliano, la cura dell' anime fu commessa ai vicini Parrochi, riguardati per ciò come tanti Vicarj del proposto, da cui sono pagati.

simi, e lieti, non essendo altro la felicità che una mescolanza di contento e di bene. Assalito da un accidente nervoso, dopo tre giorni finì di vivere il dì 11. di Novembre dell'anno 1797. in età di anni 78 e mesi 4. lasciando gran desiderio di se non solo agli amici, ma anche a tutti gli ordini di persone, che il conobbero o per scienza, o per costume, o per rinomanza.

Opere pubblicate di Giuseppe Toaldo.

1. Vita dell'Ab. Conti: Venezia appresso il Pasquali 1755. in 4.

2. Trigonometria Piana e Sferica colle Tavole Trigonometriche: Padova nel Seminario 1769. in 4.

3. Della vera influenza degli Astri sulle stagioni o mutazioni di tempo, Saggio Meteorologico: Padova nel Seminario 1770. in 4.

4. Novæ Tabulæ Barometri, æstusque maris: Patavii Typis Seminarii 1771. in 4.

5. Del ritorno degli anni stravaganti, Discorso: Venezia 1772. Luglio. Nel Giornale d'Italia appresso il Milocco.

6. Della maniera di difendere gli edifizj dal fulmine: Venezia appresso il Pasquali 1772. in 4.

7. Compendio della Sfera, e di Geografia ad uso delle Scuole: Venezia appresso il Bettinelli 1773. in 8.

8. Dei conduttori metallici a preservazione degli edifizj dal fulmine, nuova Apologia: Venezia 1774. appressso il Zatta.

9. La Meteorologia applicata all'Agricoltura, Memoria che riportò il Premio della Società R. di Montpellier: Venezia 1775. in 4. appresso Storti.

10. Discorso sopra i Barometri, che contiene la difesa dell'esperienza del Leibnizio. Nelle Effemeridi di Modena Vol. V.

11. Emendazione de' Barometri e Termometri: Venezia appresso il Milocco nel Giornale d'Agricoltura.

12. De æstu reciproco maris Adriatici. Nelle Transazioni Filosofiche di Londra 1776.

13. Memorie sopra i Conduttori, Raccolta migliorata ed accresciuta: Venezia appresso Storti 1778. in 8.

14. Des changemens des temps, et d'une faute de Monsieur de Luc sur la boule du Thermometre, etc. Journal de Rozier 1779.

15. De l'impulsion de la lune sur le Barometre. Negli Atti dell' Accademia di Berlino 1779.

16. Saggio di Studj Veneti nell' Astronomia, e nella marina: Venezia appresso Storti 1782. in 8.

17. Le Saros Meteorologique & Essay d'un nouveau Cycle pour le retour des saisons: Padova 1781. in 4. Journal de Rozier 1782.

18. Degl' Influssi lunari in risposta alle obbiezioni dell' Ab. Frisi: Giornale di Pisa 1782.

19. De methodo longitudinum ex observato transitu Lunæ per Meridianum: Patavii Typis Seminarii 1784.

20. Latitudo Speculæ & urbis Patavinæ, ac longitudo Geographica. Nel Volume primo delle Scienze, ed Arti dell' Accademia di Padova 1786.

21. Descrizione d' una distinta Aurora Boreale, osservata in Padova 29. Febrajo 1780. *ivi*.

22. Tavole di Vitalità: Padova 1787. in 4.

23. Confronto delle stagioni coi principali prodotti della Campagna; Dissertazione epistolare, Padova nel Seminario 1787. in 8.

24. Metodo facile di descrivere gli Orologi Solari, o sia Trattato di Gnomonica: Venezia presso Storti 1789. in 4.

25. Memoria della qualità fisica delle Piaghe. Vol. secondo dell' Accademia di Padova.

26. Epistolæ duæ ad Simonem Assemanum Linguarum Orient. Professorem de Globo Cœlesti Cufico Borgiano. Nel Vol. ch' ha per titolo, Globus Cœlestis Cufico Arabicus, pubblicato dall' Assemani nel Semin. di Padova 1790.

27. De calore lunari. Nel Vol. X. dell' Accad. delle Scienze di Bologna 1791.

28. Del Viaggiare, lezione Accademica: Venezia appresso Storti 1791. in 8.

29. Schediasmata Astronomica: Patavii typis Seminarii 1791.

30. Fenomeno di alcune vampe di caldo in mezzo al freddo. Vol. VI. delle Memorie della Società Italiana 1792.

31. Investigatio caloris plurium Italiæ locorum. Vol. III. dell' Accad. di Padova 1794.

32. Riflessi sopra i colpi di fulmine. *ivi*.

33. Del passaggio d' Annibale per l' Appenino, e della marcia da esso fatta per la Toscana. *ivi*.

34. Della fiamma volante, o sia globo di fuoco degli 11. Settembre 1784. osservato in Padova, ed altrove. *ivi*.

35. Giornale Astro-Meteorologico dal 1773. al 1798. Venezia. Stampò Bettinelli i tre primi volumi, gli altri Storti. Produsse l' Autore in queste effemeridi molte dissertazioni, delle quali ecco i titoli:

Breve notizia del Calendario, o sia compendio di Cronologia 1773.

Inverni straordinarj, e Cronaca relativa, 1777.

Ragionamento sopra l' anno 1777., e sopra le stagioni in generale, divisione meteorologica dell' anno 1778.

Confronto ragionato delle osservazioni meteorologiche di diversi paesi, 1779.

Ragionamento sopra la lunga siccità dell' inverno 1779. Nell' effemeride dell' anno seguente.

Relazione di alcuni fulmini accaduti, con osservazioni, 1781.

Dei principali accidenti dell' anno 1783., della nebbia ec., 1784.

Problema meteorologico, come due annate di seguito sovente si assomiglino, 1788.

Congetture sulle Stagioni, ec., 1791.

Dei Conduttori, o Parafulmini, 1798.

Sopra i Circoli delle Stagioni, e in particolare sopra un nuovo Ciclo, 1796.

Saggio sugli Aspetti dei Pianeti, 1797.

Presagj generali e particolari per il Golfo Adriatico, delle pioggie, e dei venti dall' aspetto del Cielo, 1798.

36. Notizie varie di fenomeni meteorologici, e descrizioni d' annate, ec. Nel Giornale enciclopedico di Vicenza dall' anno 1781. all' anno 1786.

37. Osservazioni meteorologiche con discussioni. Nel Vol. dell' Accademia Palatina, e di Padova.

38. Osservazioni Astronomiche. Sono sparse in tutt'i volumi dell' istessa Accademia di Padova.

Opere inedite.

Epoca della gran Muraglia della China.

Spiegazione del fenomeno osservato dagli Olandesi, che videro dal mar glaciale il Sole molti giorni prima, che dovea comparire.

Illustrazione del Timeo di Platone.

Illustrazione del Planisferio in bronzo acquistato dall' Eminentissimo Cardinal Borgia.

Pensieri su i presentimenti: Cicalata su i corpi aerei.

Quadro dell' Istoria Astronomica, e stato presente dell' Astronomia.

Su i fenomeni dell' Antiperistasi.

Di tre Soli veduti.

Sulle Processioni Ambarvali dei Romani.

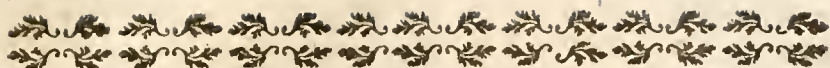
Su i piaceri del dolore.

Impressione della Luna sulle nascite, e le morti.

Dei Viaggi, e scoperte di Marco Polo; emendazione del Codice delle sue Opere.

Differenza del livello tra Padova, e Venezia, col Barometro.

Sulla Meridiana del Salone di Padova.

Sulla misura del Passo, e del Piede Veneto.

MEMORIE DI MATEMATICA E FISICA

DELL' ORIGINE DEL CARBONIO, CHE ENTRA NELLE PIANTE.

DI GIOVAMBATISTA DA S. MARTINO.

Ricevuta li 10. Ottobre 1796.

LA mancanza di cognizioni esatte, che fu mai sempre l' origine della mostruosità dei sistemi, fu la causa altresì di quell' ammasso informe di fallacie, di abbagli, di pregiudizj, e di errori, in cui ravvolte se ne rimasero per tanto tempo le scienze. Se noi rivolgiamo alcuni anni addietro lo sguardo, troviamo, che tutto il corredo dell' umano sapere riduceasi unicamente ad una quantità d' ipotesi mal fondate e sconnesse, ad un guazzabuglio di termini vuoti, ad un giuoco di parole arbitrarie e prive di senso. Il caos delle proprietà flogistiche occupava la faccia dell' universo, la spiegazione delle più rimarcabili verità stavasi in allora appoggiata a falsi e vacillanti supposti; il supposto dipendea bene spesso dal sistema; ed il sistema era figlio per lo più d' una fantasia riscaldata, ed effervescente. Per entro a questo stato di cose lo spirito umano, usando del natìo valore, fece uno sforzo vittorioso ed energico, scosse ad un tratto i ceppi del tirannico giogo, conobbe la necessità di dovere interrogar la Natura e d' interpretarne il genuino linguaggio.

L' analisi de' corpi la più circostanziata e severa incominciò fin da quel punto a divenire il fondamento primario della scienza novella. La teoria dei gas, fino allora quasi del tutto sconosciuta; la scoperta dell' ossigeno, da cui dipendono tanti e sì portentosi fenomeni; le proprietà del calorico, tenuto per l' addietro come una semplice modificazione degli esseri; la sintesi e l' analisi dell' acqua, che credeasi da tutti un puro elemento, divennero, fra le mani di sommi Genj, altrettanti principj inconcussi, onde erigere, i fondamenti dell' immortale edifizio. La Chimica, vitupero fino allora ed obbrobrio del genere umano, si eresse in direttrice di tutte le umane cognizioni: le scienze, le professioni, i mestieri, le manifatture, le arti si affrettarono a gara a tributarle il loro omaggio, e ad implorare il suo valido soccorso per la spiegazione delle più implicate teorie, per lo stabilimento de' più sodi principj, e per l' esattezza inappuntabile de' proprj lavori.

Dietro pertanto alle tracce di questa novella scienza, fra il numero ben grande delle verità, che ci si rendettero manifeste, siam giunti altresì a conoscere, che i vegetabili di qualunque genere eglino sieno, sono composti di tre originarj principj, a cui in ultima analisi si risolvono, cioè di *carbonio*, d' *idrogeno*, e di *ossigeno*; che alcuni di essi contengono altresì dell' *azoto* (*); e che oltre agl' indicati principj, entravi eziandio nella loro composizione in più o meno dose della terra, della potassa, del ferro, e simili altre sostanze, come dalla loro analisi evidentemente si raccoglie. Partendo da questi fatti, divenuti oramai della più

(*) *Azoto* è nome greco derivante dalla particella privativa, α, e dal nome Ζωὴ, *vita*, ed indica la facoltà di privar di vita gli animali. Ma siccome questa proprietà non è caratteristica del solo *azoto*, ma comune a tutti gli altri gas inabili alla respirazione; perciò il *Chaptal* giudicherebbe più opportuno dargli la denominazione di *Nitrigeno*, dedotta dalla proprietà, che ha questa sostanza di generare il Nitro. Ma poscia che l' azoto, a parlar propriamente, non è generatore del nitro, ma bensì dell' acido nitrico; per questa ragione al Dottor *Brugnatelli* piacerebbe meglio chiamarlo *Ossi-nitrigeno*; lasciando per ora da parte l' altra denominazione di *Fossigeno*, cioè, generator della luce; finchè non sia un po' meglio conosciuta questa proprietà.

chiara ed incontrastabile evidenza presso tutti coloro, che godono il dono esclusivo d' un sano criterio, restava solo ad indagare, da quali fonti vengano somministrati alle piante i tre mentovati primarj principj, carbonio, idrogeno, ed ossigeno; dacchè stabilita la vera sorgente di questi, l' origine delle altre particolari sostanze diveniva una quistione di facile scioglimento.

In quanto all' idrogeno ed all' ossigeno, non può rimanere alcun dubbio, ch' essi non derivino dall' acqua stessa impiegata al loro innaffiamento; dacchè essendo l' acqua un composto di questi due elementi, e venendo essa trasportata in circolo a tutto il sistema del vegetabile; mediante l' influsso del calorico e della luce solare, se ne rimane decomposta, e ridotta a' suoi primi principj: di maniera che l' idrogeno, ed una parte dell' ossigeno si uniscono al carbonio, e si fissano nel tessuto cellulare della pianta stessa; mentre l' altra parte maggiore dell' ossigeno si combina, per una prevalente affinità, al calorico ed alla luce solare, e se ne passa allo stato di gas ossigeno, ossia di aria vitale. Rapporto al carbonio, ch' è l' altro principio delle piante stesse, sembrava seguirne anche in forza del solo raziocinio, che non potendo essere costantemente somministrato dall' acqua, perchè essa punto radicalmente non lo contiene, dovesse derivare dal terreno. Una quantità di prove indirette si uniscono a comprovare la consentaneità, e la ragionevolezza di questa opinione. Si osserva in fatti, che l' acqua passando per qual siasi qualità di terreno, e molto più pe' concimi, si tinge d' un colore più o meno carico; sicchè facendola poscia svaporare, lascia per residuo principale il carbonio. Si osserva in oltre, che le radici de' vegetabili sono attissime a succiare unitamente all' acqua anche le sostanze in essa disciolte; come appare dalle belle ed esatte sperienze di *Bonnet*, *Duhamel*, e *de la Baisse*, i quali avendo innaffiati degli arboscelli con liquori colorati, videro che il sugo tinto di colore ascendeva a tutte le parti del sistema. Si osserva in fine che le piante, generalmente parlando, crescono tanto più rigogliose e vivaci, quanto più pingui sono i terreni, vale a dire, quanto maggior quantità di carbonio essi contengono. Contuttociò di

questo fatto ci mancavano tuttavia delle prove dirette e concludenti; di quelle prove, che sono atte da per se a portare la convinzione nello spirito, e a trionfare sovranamente di tutte le obbiezioni in contrario. Gli sperimenti, che ho praticati, e che ora vengo ad esporre, mi sembrano esser tali: al colto Pubblico si converrà esclusivamente il deciderlo.

Da un ammasso di terreno e di concio, mescolati intimamente insieme in guisa che formavano una sostanza da per tutto uguale omogenea ed uniforme, ne ho estratte due eguali porzioni, onde riempierne due vasi; in uno de' quali ho poscia seminato un grano di Lupino, *Lupinus Sylvestris*, e nell' altro un grano di sorgo-turco, ossia di Maiz, *zea Maiz*. Prima però di eseguire la detta semina, volli analizzare il terreno stesso, per conoscere la qualità, la proporzione, e la dose delle sue parti componenti. Non è raro, che alcuni terreni contengano delle sostanze saline: versai perciò a tale oggetto sopra una porzione del detto terreno una data quantità di acqua distillata. I sali, se ve ne sono, restano disciolti; si decanta allora l'acqua, la si fa svaporare a secco, e dal residuo si conosce la quantità e la natura del sale: ma avendo tutto ciò praticato col terreno, che avea fra le mani, il trovai privo di qualunque sostanza salina. Presi allora 20,000 grani del detto terreno (*), già prima perfettamente rasciugato per non commettere errore nello scandaglio; cominciai dal versarvi sopra dell' acqua pura in abbondanza, mescolando ogni cosa insieme, ad oggetto di rilevare la quantità della terra vegetabile in esso mescuglio contenuta (**). Dopo un qualche

(*) Grani 20,000. fanno libbre 3. onc. 5. grani 115, del peso sottile Veneto, del quale mi sono servito nel corso de' miei sperimenti. Ma in vece di esprimere le quantità secondo le frazioni ordinarie di libbre, di oncie, di dramme, ec. le quali cagionerebbero della confusione, e dell' imbarazzo, feci uso del numero dei grani; de' quali mi servirò d'ora in poi: avvertendo, che una libbra sottile Veneta è composta di 5820 grani; l' oncia per conseguenza, ch' è la duodecima parte della libbra, contiene grani 485; e la dramma, ch' è l' ottava parte dell' oncia, è composta di grani 60 $\frac{5}{8}$.

(**) La terra vegetabile risulta dalla deorganizzazione, e dal discioglimento delle sostanze animali, e vegetabili.

tempo di replicati mescolamenti, e di successivi riposi, la terra vegetabile più fina va a tinger l' acqua d' un colore più o meno carico, e la parte più grossolana di essa, attesa la minore sua specifica gravità, occupa la parte superiore di tutta la deposizione terrosa. Decantai dunque l'acqua così tinta, e separai in seguito con cautela le parti grossolane della terra vegetabile rimaste alla superficie della deposizione, già pienamente discernibili pel loro colore oscuro; gittandole entro all' acqua stessa già decantata. Replicai più volte questa operazione, finchè l' acqua se ne rimase chiara; ed unendo poscia l' acqua di tutte queste decantazioni, la feci lentamente svaporare, ed il residuo, ridotto a secco, mi offrì la porzione della terra vegetabile, che nel mescuglio era contenuta, la quale fu di grani 7433.

Per entro il residuo terroso, rimasto dopo la separazione della terra vegetabile, scorgeasi anche a sola stima d' occhio un mescuglio di argilla, di silice, e di calce, od a meglio dire di carbonato calcare (*). Per separare adunque la porzione calcare dalle altre sostanze, versai sopra il detto mescuglio una dose dieci volte maggiore di acido acetico, ch' è uno de' più acconcj reattivi a questo riguardo. La calce, la quale ha maggiore affinità con l' acido acetico, di quel che sia con l' acido carbonico a cui trovasi unita, abbandona questo il quale si sviluppa in forma di gas, si unisce all' acido dell' aceto, e forma un acetito di calce, che si separa con la semplice inclinazione del vase, rimanendo al fondo le altre sostanze, che non sono di natura calcare. Per rilevare la dose della calce disciolta dall' aceto, v' infusi del carbonato di potassa allungato: questo fece precipitare al fondo la calce, la quale diseccata fu di grani 2016. Per separare in fine l' argilla dall' arena, che furono le due sostanze rimaste dopo la separazione del carbonato

---

(*) L' argilla è una terra composta per la massima parte di allumina, con più o meno quantità di silice, di calce, di magnesia, di ossido di ferro ec. La silice è una terra primigenia indissolubile agli acidi, eccettuato che all' acido fluorico, e mediante un gran fuoco solubile altresì dagli alcali, con cui si forma il vetro. Il carbonato calcare è un mescuglio di calce, di carbonio, e di ossigeno.

di calce, feci bollire il mescuglio entro un vase di vetro con una sufficiente quantità di acido solforico allungato con acqua distillata: il liquore disciolse la parte argillosa, formando un solfato di allumina, del quale in seguito feci precipitare l'argilla, coll'infondervi similmente del carbonato di potassa allungato. L'argilla ridotta a siccità fu di grani 7497. L'ultimo residuo, dopo la separazione dell'argilla, fu l'arena silicea, già indissolubile agli acidi mentovati, la quale rasciugata fu di grani 3043. Unendo insieme il peso di queste differenti sostanze, ne risultò il peso totale dell'intero mescuglio terroso, come appare nella seguente Tavola, a riserva della dispersione di soli 11 grani; dispersione, ch'è affatto inevitabile in questo genere di sperimenti.

TAVOLA

Delle quantità delle sostanze contenute nel terreno analizzato.

In Grani 20,000 del detto terreno si contengono		
Di terra vegetabile . . .	Grani	7433
Di Argilla	Grani	7497
Di Arena silicea	Grani	3043
Di Calce	Grani	2016
Dispersi nell'operazione .	Grani	11
Somma totale	Grani	20,000

Certificato della qualità, e della dose delle sostanze componenti il terreno, che avea destinato all'uso de' miei sperimenti, ne posi 20 libbre, cioè 116, 400 grani in ciascuno de' due vasi, avendolo ben diseccato all'ombra prima di pesarlo, a scanso d'ogni errore. Indi in essi ho seminate le due piante sopra mentovate di Lupino, e di Maiz. Chiusi in appresso l'apertura superiore de' vasi con una lastra di piombo, otturandone attorno attorno anche le com-

messure, in guisa che ne rimanesse tolto onninamente ogni adito all' acqua non meno che all' aria, a riserva di due soli fori che ho praticati; l' uno al centro della lastra, pel quale dovea passare il fusto della pianta, e che io andava anche di tratto in tratto dilatando, a misura che il gambo aumentava in grossezza; e l' altro ad un lato, ad oggetto d' innaffiare per via di esso il terreno entro al vaso, quando occorreva, il qual foro si chiudeva poscia esattamente a tenuta d' aria con un coperchio di piombo. I vasi, entro cui pongonsi delle piante a vegetare, sogliono avere, come a tutti è ben noto, anche al loro fondo inferiore, un piccolo foro, per dare scolo all' acqua sovverchia, che altrimenti nuocerebbe alla pianta. Io apriva dunque il detto foro, allora soltanto che faceva d' uopo di abbeverare le piante, lasciandolo aperto finchè l' acqua aveal finito di sgocciolare, e fuori di tali incontri il tenea sempre chiuso, per impedire l' ingresso a qualunque sorta o di animale, o di altro. Ma siccome l' acqua, che scola dal detto foro, trae seco quasi sempre qualche porzione di terra, così io avea l' attenzione di raccogliere la detta acqua fino all' ultima stilla, della quale poi mi serviva per adacquare in seguito la pianta dello stesso vase, d' onde era sortita; e ciò ad oggetto che tutta l' intera quantità del terreno si avesse a conservare, senza che la più minima bricciola di esso se ne andasse al di fuori dispersa.

Io non niego, nè credo che alcuno sarà tentato a negarlo, che i vegetabili non sieno atti ad assorbire, e che effettivamente non assorbano l' acido carbonico, che trovasi molte volte sparso sotto forma di gas nell' atmosfera, o di cui per avventura n' è imbevuta l' acqua, che serve al loro nutrimento. Di ciò ne abbiamo delle prove troppo chiare e manifeste, qualor ci piaccia osservare, che le piante, tutte le altre cose d' altronde uguali, crescono con maggiore energia alle falde dei Vulcani, ed in vicinanza alle fornaci da calce, ed intorno alle abitazioni ed alle popolose città, ove da una immensa serie di operazioni naturali, o meccaniche si sviluppa a torrenti del gas acido carbonico. Quello soltanto che mi proposi di esaminare, ed a cui sono dirette le mie prove si è: se non essendo l' acido carbonico, che trovasi o sparso per l' atmosfera o mescolato

con l'acqua di vegetazione, in tal dose sufficiente che basti in ogni tempo in tutti i luoghi ed in ogni circostanza ad alimentare i vegetabili, se il terreno stesso, in cui essi vegetano, sia desso la sorgente primaria atta a somministrare questo loro necessario principio.

A tal fine una delle primarie mie attenzioni fu quella di operare in maniera, che le due piante da me coltivate non avessero per verun modo ad attraere d'altronde la minima porzione di Carbonio, fuor solamente quello, che potea esser loro somministrato dal terreno. Per questo oggetto collocai primieramente i due vasi in un sito lontanissimo affatto da tutti que' luoghi, d' onde è solito svilupparsi del gas acido carbonico, vale a dire discosto da qualunque siasi combustione, dalla respirazione degli animali, dalle fermentazioni, putrefazioni, effervescenze, ec. Per maggior cautela il sito trascelto era per ben novanta due piedi al di sopra del pian terreno, alla quale elevatezza il gas acido carbonico, attesa la maggiore sua specifica gravità, sicuramente non giunge. Ma ciò non bastava ancora. Le piante in vegetazione hanno bisogno di essere di tratto in tratto abbeverate; e l' acqua, di cui ci serviamo, è molte volte pregna di gas acido carbonico, che può essere assorbito dalle piante stesse. Per essere dunque certo, che l' acqua da me adoperata nell' innaffiamento de' vasi non contenesse per verun conto gas acido carbonico, ne facea prima di volta in volta la prova con l' acqua di calce; nè di essa me ne serviva, se non quando non dava il minimo indizio d' intorbidamento. Per quattro mesi continui seguitai ad aver cura delle due piante, cioè fino alla compiuta loro vegetazione; durante il qual tempo la pioggia in varie volte caduta fu di 8. pollici, e 4. linee. Questa pioggia non potea sicuramente entrare ne' vasi, perchè erano esattamente ricoperti dalla lamina di piombo; ma potea bensì aspergerne i rami, e le foglie; e quindi se ella avesse contenuto del gas acido carbonico potea comunicarlo alle piante stesse. Io era ben lontano dal persuadermi, che a quell' altezza ove erano i vasi, l' acqua di pioggia contenesse di questo gas, almeno in dose rimarcabile: ne feci varie volte la prova, e la trovai del tutto priva. Pure per una sovrabbondanza di cautele, e per essere su di ciò pienamente tran-

quil-

quillo, io copriva di volta in volta le piante stesse prima del cader della pioggia. In tal guisa rimasi con la piena e total sicurezza, che esse non si aveano appropriato altro Carbonio, se non se quello, ch' era loro somministrato dal terreno de' vasi.

Un' altra avvertenza credetti necessaria dover essere praticata rapporto all' adacquamento delle due piante. Premeami infinitamente, che il terreno entro ai due vasi non venisse per qual siasi cagione nè accresciuto, nè diminuito; ad oggetto di poter così autorevolmente decidere, se egli soffrisse o no alcun decremento per motivo della sola vegetazione delle piante. Ora l' acqua, di cui ci serviamo per l' innaffiamento, tiene quasi sempre in dissoluzione delle parti terree, le quali depositandosi nel terreno de' vasi avrebbero potuto aumentarne la quantità ed il peso. Per evitare dunque tale inconveniente, io faceva passar l' acqua, prima di servirmene, per un feltro di panno denso e triplicato. L' acqua così feltrata deponea ogni straniera sostanza sul feltro, e riduceasi al peso specifico dell' acqua distillata; come più volte me ne sono assicurato col mezzo della bilancia idrostatica.

Compiuti questi sperimenti, la cui malagevolezza nell' eseguirli solo può essere rimarcata da chi con una lunga assuefazione ne abbia acquistata la pratica; un' altra carriera ben intralciata e difficile mi rimaneva tuttavia per giungere al termine, che mi era prefisso. Io era certo, che in tutto il tempo in cui i due vasi rimasero esposti, non era in essi entrata, nè da essi era sortita la minima porzione di terreno; ma erami altresì necessario indagare, se in grazia della sola vegetazione il detto terreno si fosse diminuito di peso; quali delle sue parti componenti fossero quelle, che avessero sofferta diminuzione; qual dose di Carbonio avesse acquistata ciascuna delle due piante; e se la diminuzione del peso del terreno fosse in qualche modo analoga alla quantità del Carbonio acquistato dalla pianta. Sradicai dunque dai vasi le due piante, ma con tale attenzione e cautela, che tutte anche le più minute loro barbatelle ne fossero divelte; con l' avvertenza però che allo stesso tempo non vi rimanesse attaccato alle radici stesse il minimo granellino di terreno. In una parola operai in guisa, che tut-

to ciò che apparteneva alla pianta fosse scrupolosamente separato da ciò, ch' era terreno. Il peso della terra riposta in ciascuno de' vasi era, come dissi, di grani 116,400; ora avendola ridotta a secco, e di nuovo pesata, trovai che quella, in cui avea cresciuto il gambo di Lupino, se ne restò di grani 113,490; e quindi la sua diminuzione fu di grani 2910. Quella poi che servì alla vegetazione del Maiz, si ridusse a grani 113,005; e la sua diminuzione fu perciò di grani 3395.

Dall' analisi precedentemente istituita avea rilevato, che il terreno di cui feci uso era un mescuglio di terra vegetabile, di argilla, di arena, e di carbonato di calce. Sicchè volendo riconoscere a quale di questi quattro componenti appartenesse il decremento del peso già rimarcato, mi convenne ripetere la stessa analisi sopra il terreno di ciascuno de' due vasi. Avendo dunque rifatta questa laboriosa operazione, seguendo il metodo già sopra descritto, ne ottenni i seguenti risultati. 1. Che l' argilla e l' arena in amendue i vasi se ne rimasero identiche, senza avere sofferta alcuna diminuzione sensibile del loro peso primiero. 2. Che la terra vegetabile ed il carbonato di calce furono le due sostanze, che restarono diminuite. 3. Che la diminuzione della terra vegetabile in amendue i vasi fu maggiore in confronto della diminuzione del carbonato di calce. 4. Che nel vase, in cui vegetò il Lupino, la terra vegetabile restò diminuita di grani 2546., ed il carbonato calcare di grani 364., che in tutto formano la totale diminuzione di grani 2910. 5. Che nel vase, in cui vegetò il Maiz, la perdita del peso della terra vegetabile fu di grani 2971., e quella della terra calcare di grani 424., che uniti insieme formano l' intera diminuzione di grani 3395.

In vista di questi risultati sorgerà forse il desiderio d' intendere il motivo, per cui le due terre vegetabile e calcare soltanto diminuiscano di peso, e non così nè l' argilla, nè l' arena. Io potrei render di ciò una ben giusta e soddisfacente ragione, se non fossi sicuro, che il Leggitore a quest' ora mi ha già prevenuto colle sue riflessioni. Egli è certo, che tutto quello che può somministrare il terreno alle piante, se si eccettua una piccola porzione di terra, di potassa, di ferro, ec. non è che il solo Carbonio, o tutto

al più il Carbonio combinato coll' ossigeno. Egli è certo altresì, che nè l' argilla, nè la sabbia non contengono da per se questo principio. Egli è certo in fine, che la terra vegetabile n' è doviziosissima; e che la calce attrae per affinità, e si unisce all' acido carbonico: dal che ne siegue, ch' essendo il solo Carbonio quello che dal terreno se ne passa in nutrimento delle piante, la diminuzione del peso nata in grazia della vegetazione dee unicamente riscontrarsi in quelle sostanze che lo contengono, quali sono appunto la terra vegetabile e la calce.

Dalle esposte premesse noi possiam dedurne varj corollarj utilissimi per la pratica. 1. Che quando un dato fondo non constasse che di pura argilla, o di pura sabbia, oppure da un composto di queste due sostanze, essendo in tal guisa spoglio affatto di Carbonio, riuscirebbe anche del tutto sterile, ed incapace di servire alla vegetazione. 2. Che in questi casi il mezzo più acconcio, per rendere fecondi sifatti terreni, è quello di frammischiarvi, come suole comunemente praticarsi, altre terre pregne di questo principio, e specialmente dei concimi animali e vegetabili. 3. Che siccome alcune specie di piante esigono di lor natura pel proprio nutrimento una copia più abbondante di Carbonio in paragone di alcune altre; così esse sfruttano ed impoveriscono maggiormente i terreni; i quali hanno perciò bisogno di essere più abbondantemente, e più di frequente concimati. 4. Che quelle piante all' opposto, le quali richiedono minor quantità di Carbonio, provano meglio nelle terre cretose e calcari, il cui Carbonio è più discretamente dosato, di quel che sia ne' terreni pingui, ne' quali siffatte piante lussureggiano con eccessivo rigoglio di rami e di foglie, ma ne rimane ad un tempo deteriorato il loro prodotto. 5. Che esistono ancora alcune specie di piante, le quali abbisognano di sì piccola dose di Carbonio, che vegetano eziandio ne' terreni affatto sterili, od entro ad ampolle riempiute semplicemente di acqua; bastando al loro nutrimento il solo Carbonio, che a stento vanno attraendo dall' atmosfera, o che assorbono dall' acqua stessa, entro cui pescano le loro radici. 6. finalmente, che in veggendo che le piante di quest' ultima classe vegetano eziandio nei terreni sterili, od entro a vasi ripieni di acqua, non possiam

rettamente conchiudere, che dunque tutte le piante possono con egual felicità prosperare senza aver bisogno di attraere il Carbonio del terreno: a quella guisa stessa, che in veggendo la pecora pascersi di poco fieno, male si verrebbe a conchiudere, che dunque anche tutte le altre specie di animali possono vivere di poco fieno.

Conosciuta la minorazione del peso sofferta dal terreno in grazia della vegetazione delle piante, dovetti in oltre intraprendere una serie di laboriosi e dilicati sperimenti, diretti a rintracciare la quantità del Carbonio contenuto in ciascuna delle due piante di Lupino e di Maiz, per indi paragonarla col decremento del Carbonio riscontrato nel terreno de' respettivi vasi. A tale oggetto mi feci costruire un fornello rappresentato dalla figura prima della Tav. 3. La cassettina cilindrica A chiusa da ogni parte, eccettuato che alla parte superiore, è di ferro e serve di cenerario. Ad un lato di essa vi sta inserito il tubo B, pel quale deve essere introdotta l' aria necessaria a mantenere la combustione, mediante l' agitazione del mantice C. Sopra il cenerario se ne sta appoggiata la grata D., destinata a sostenere il combustibile, cui si unisce tosto il fornello conico pur di ferro, le cui pareti EE si ergono alquanto divergenti fino ad un pollice in distanza dell' estremità superiore, ove prendono una direzione perpendicolare. A questa apertura superiore adattasi il coperchio FF, il quale chiude il fornello pel di fuori a tenuta di aria; e dal mezzo del coperchio stesso parte il cannello di vetro GHI unito a mastice, e destinato a dare uscita all' aria, che ha servito alla combustione ed ai prodotti aeriformi della combustione stessa.

Avendo per tanto diseccate le due piante, collocai quella di Lupino minutamente tagliuzzata entro al fornello sopra la grata D; con un pò di fosforo e di zolfo vi diedi fuoco, chiusi l' apertura superiore del fornello col coperchio FF, indi cominciai ad agitare il mantice C per introdur l' aria entro al fornello, e mantenere così la combustione. Una delle principali avvertenze dee esser quella, che l' aria introdotta dal mantice sia affatto libera da qualunque mescolanza di gas acido carbonico, il quale renderebbe incerti i risultati delle nostre sperienze. Si sa, che nella combustione delle sostanze che contengono dell' idrogeno e del

Carbonio, come sono appunto i vegetabili, una porzione dell' ossigeno dell' aria si unisce all' idrogeno del combustibile, e formasi dell' acqua; che l' altra porzione del detto ossigeno si combina col Carbonio, e ne risulta del gas acido carbonico; e che il gas azoto, che forma i tre quarti in circa dell' aria atmosferica, se ne esce identico senza soffrire alcun cambiamento. Nell' atto dunque, che stavasi operando la combustione del Lupino entro al fornello; pel tubo superiore GHI se ne usciva necessariamente una mescolanza di tre sostanze diverse, cioè, di acqua in vapore, di gas acido carbonico, e di gas azoto unito forse ad una piccola porzione di gas ossigeno che non potè combinarsi coll' idrogeno della pianta nell' atto della combustione. Era perciò necessario, che io separassi l' una dall' altra queste tre sostanze, per avere la precisa quantità del Carbonio contenuto nella pianta. Ad oggetto pertanto di separare l' acqua, che si andava formando in vapore, feci ripiegare il tubo GHI, nella guisa che si vede rappresentato dalla figura, sicchè scendendo egli perpendicolarmente andasse ad immergersi entro alla tinozza KK dell' altezza di alquanti piedi e ripiena di acqua fredda, e mettesse indi capo entro alla bottiglia L vuota, e chiusa a mastice alla sua apertura: dalla quale poi partendo l' altro tubo MNO, fermato esso pure a mastice al collo della stessa bottiglia, se ne salisse per entro all' acqua stessa della tinozza. Passando in tal guisa i fluidi aeriformi pei detti tubi raffreddati dall' acqua circostante, erano costretti a lasciar precipitare i vapori acquei, che teneano in dissoluzione, i quali condensati in goccie raccoglievansi in fondo alla bottiglia L; ed i gas così disimbarazzati d' ogni umidità, continuavano ad ascendere lungo il tubo MNO. Per separare poi il gas acido carbonico dal gas azoto; dopo che il medesimo tubo si era convenientemente innalzato al di sopra dell' acqua della tinozza, gli feci prendere in N una posizione quasi orizzontale, un po' inclinata, ed il condussi entro a varie bottiglie PP, poste successivamente l' una dopo l' altra, piene a due terzi di potassa in liquore, spoglie del tutto di gas acido carbonico, e di cui ne avea prima esattamente determinato il peso. Nella figura ne sono dissegnate solamente due di siffatte bottiglie; ma per operare esattamente se ne ri-

chiedono parecchie altre. Il gas acido carbonico passando per entro alla potassa viene da essa interamente assorbito, ed il gas azoto continua a passarsene più oltre lungo il tubo QR, il quale, quando piaccia, si può raccogliere entro all' apparato pneumato-chimico.

Finita questa operazione, trovai che la potassa in liquore, la quale era prima del peso di grani 14850., in grazia del gas acido carbonico assorbito giunse al peso di grani 23692; e quindi l' aumento di grani 8842. era interamente dovuto al gas acido carbonico, che le si era combinato. Ma posciachè l' acido carbonico è un composto di Carbonio e di ossigeno, di cui il solo Carbonio era quello che cercava di determinare, perciò uopo era distinguere il peso di queste due sostanze per avere quello del Carbonio proveniente dalla pianta. Ciò ottenni facilmente con un calcolo de' più comuni. Egli è oramai dimostrato dall' esperienze de' primi Chimici, che cento parti, in ragion di peso, di acido carbonico risultaro dalla combinazione di parti 72 di ossigeno, e parti 28. di Carbonio. Per la qual cosa, seguendo questa medesima analogia, i grani 8842 di gas acido carbonico somministrati dalla combustione della pianta di Lupino devono contenere 2475. grani di Carbonio. Poichè $100 : 28 :: 8842 : x = 2475$.

Oltre al Carbonio il terreno somministra alle piante anche qualche porzione di terra, di potassa, ec., che per mezzo delle radici unitamente all' acqua di vegetazione va ad insinuarsi per entro al tessuto delle piante stesse, e che poscia si riscontra nelle ceneri, dopo la loro combustione. Raccolte dunque le ceneri, che si erano formate dalla combustione del Lupino, giunsero queste al peso di grani 168. i quali uniti ai grani 2475. del Carbonio già ottenuto dalla pianta stessa, fanno grani 2643. La perdita totale fatta dal terreno, che nodrì questa pianta, fu, come dissi, di grani 2910; ma convien farsi risovvenire, che una parte di questa perdita, che fu di grani 2546., appartiene alla terra vegetabile; e l' altra parte di grani 364. è dovuta alla terra calcare. Deesi in oltre riflettere, che i grani 2546. perduti dalla terra vegetabile furono di puro Carbonio; dove che i grani 364., di cui mancò la terra calcare non possono essere altrimenti, che di acido carbonico, ossia di Carbonio

combinato all' ossigeno. Che si separi dunque da questi 364. grani il peso del puro Carbonio, il quale stando alla su espressa proporzione di 28. a 100. deve essere di grani 102; che si uniscano questi 102. grani di puro Carbonio ai grani 2546. perduti dalla terra vegetabile; che si confronti la somma, che ne risulta, con la quantità del Carbonio acquistato dalla pianta; e rimarremo sorpresi d' una approssimazione sì vicina, che non ci saremmo mai aspettata; mentre la differenza non consiste che in soli 5. grani, cosa affatto trascurabile, trattandosi di una serie di operazioni ardue complicate e difficili, nelle quali non è possibile giungere ad una precisione matematica.

Lo stesso metodo ho tenuto nella combustione della pianta di Maiz, la quale mi somministrò 10289. grani di acido carbonico, in cui conteneansi grani 2881. di puro Carbonio, per la ragione che $100 : 28 :: 10289 : x = 2881$. Il peso delle ceneri fu di grani 200., che in tutto fanno grani 3081. La perdita del terreno di questo vase fu, come dissi, di grani 3395., de' quali 424. appartenendo alla terra calcare, e per conseguenza essendo di acido carbonico, convien da essi dettrare la porzione dell' ossigeno, ch' è di grani 305., i quali levati dalla somma della perdita totale, restano grani 3090. di perdita di puro Carbonio. Confrontata questa perdita coi grani 3081. di Carbonio acquistato dalla pianta di Maiz, non ne risulta che la differenza di soli 9. grani.

Da quanto ho finora esposto, rimane comprovato, e per quanto a me sembra, d' una maniera affatto decisiva, che quantunque i vegetabili possano assorbire, ed effettivamente assorbano del gas acido carbonico sì dall' atmosfera, che dall' acqua di vegetazione; pure siccome queste sorgenti non sono che meramente casuali e fortuite, vale a dire, che non contenendo nè tutte le acque nè tutti i siti dell' atmosfera del gas acido carbonico, od almeno non contenendone in tal quantità, che sia sufficiente ad alimentare il vasto regno de' vegetabili; ne siegue, che la sorgente primaria, costante, universale, perenne, d' onde traggono essi un tale principio, non è nè può essere altrimenti che il solo terreno. Imperciocchè egli è un fatto incontrastabile, che le due piante, che ho prese per soggetto de' miei esperimenti, conteneano assolutamente, come tutte le altre ne

contengono, del Carbonio, che ho già riscontrato mediante la loro analisi. Egli è un fatto incontrastabile, che questo Carbonio non potè loro derivare nè dall' acqua onde furono innaffiate, perchè ebbi la massima attenzione che ne fosse del tutto priva; nè dall' aria circostante, perchè le tenni situate in luogo affatto rimoto da qualunque processo atto ad ingenerarlo; nè in fine dallo sviluppo stesso del loro germe, come ad alcuni venne in pensiero di sospettare, perchè il Carbonio contenuto in ciascuna delle due piante superava per ben cinquecento volte il peso del Carbonio de' loro grani seminali. Rimane dunque deciso, che il detto Carbonio sia stato somministrato unicamente dal terreno. Ciò, che serve di validissima conferma a questo fatto, si è; che il terreno stesso, dopo di aver concorso alla vegetazione delle piante, perdette del suo peso primiero; che questa perdita di peso non fu proveniente da qualche casuale dispersione di esso terreno al di fuori de' vasi, poichè ne fu gelosissimamente custodito; che questa perdita di peso si trovò appartenere a quelle sole parti componenti, che sono naturalmente pregne di Carbonio, cioè alla terra vegetabile, ed al carbonato di calce; che questa perdita di peso in fine fu perfettamente uguale alla quantità del Carbonio, unitamente alle ceneri, acquistato da ciascuna delle due piante. Dietro una serie di sperienze sì decisive e concludenti deggiono naturalmente cader da se stesse le grandiose ed agitatissime quistioni, onde altre volte e Filosofi illustri, e Fisici di sommo rango sosteneano, che la sola acqua fosse sufficiente al nutrimento delle piante; che la terra non servisse tutto al più, che di semplice sostegno alle radici, e per intertenere l' umido delle pioggie; che il concime fosse limitato al solo uso di fomentare il calore attorno alla pianta, e nulla più: asserzioni del tutto vane, precarie, gratuite, insussistenti, come i principj cui stavansi appoggiate.

Ma questo Carbonio, mi si dirà, passa egli dal terreno alla pianta così solo ed isolato, come vogliono gli Autori Francesi; oppure, vi entra in istato di combinazione coll' ossigeno, come piace meglio ad altri Scrittori Italiani? Non siamo sì facili ad architettare dei sistemi, senza averne prima stabiliti i fondamenti; non isforziamo la Natura

ad

ad operare a norma de' nostri capricci; osserviamo d' un occhio instancabile le sue operazioni; nè pronunziamo il nostro giudizio, prima di avere strappato il velo onde cuopre i suoi misteriosi lavori. Che le piante ricevano dal terreno il Carbonio, questo è fuori d' ogni contrasto, dietro l' esperienze che venghiamo ora dal rapportare. Che esse lo ricevano, o sempre in istato semplice o sempre in istato di combinazione coll' ossigeno, non abbiamo per anche alcun fondamento certo, onde poterlo asserire. Sembra anzi tutto affatto probabile, che siccome i terreni talor sono pregni di Carbonio solo, e talor di acido carbonico ossia di Carbonio combinato; così le piante possano attraere questo principio, e realmente lo attraggano in amendue le maniere, secondo le varie attuali circostanze. La scelta degli alimenti, che negli animali è un atto spontaneo, nelle piante è un lavoro che dipende dalle leggi invariabili della Natura. L' affinità de' corpi; quell' affinità, per cui le parti costituenti di diverse sostanze agiscono a vicenda le une verso le altre; che in realtà non è che un effetto della universale attrazione, modificata dalle attuali ricorrenze ed in ispecie dalla varia figura delle medesime parti; l' affinità, da cui dipendono tanti e sì portentosi fenomeni che si rinovellano tutto giorno sotto a' nostri occhj medesimi, e la cui forza resta ad ogni tratto accresciuta, variata, o distrutta dalle sopravvenienti circostanze di temperatura o di avvicinamento di altre materie atte ad avvivare o ad estinguerne l' impulso; ella è altresì la causa dell' assorbimento, che fanno le piante, de' loro nutritivi principj. Dietro a queste tracce sembraci essere autorizzati a poter credere, che se i principj attualmente esistenti nella pianta in vegetazione, e segnatamente alle sue radici, sieno tali, che posseggano una prevalente affinità verso l' acido carbonico in preferenza all' azione di altre sostanze contigue, la pianta debba tirare a se il Carbonio combinato all' ossigeno, quando questo vi esista nel terreno, come vi esiste nelle terre calcari. Per l' opposto allorchè una qualche altra sostanza, supponghiamo il calorico e la luce solare, dispiegasse un' affinità più vigorosa verso l' ossigeno di quel che sia nell' ossigeno stesso verso il Carbonio, allora in forza di questa superiore

affinità, abbandonato il Carbonio dall' ossigeno dovrebbe passarsene solo in nutrimento della pianta.

Il mio scopo principale in queste ricerche fu quello d' indagare l' origine, d' onde principalmente ritraggono le piante il loro Carbonio; del resto seguendo il metodo, che ho tracciato, e valendoci dell' istrumento sopra descritto, possiam giungere a formare una compiuta analisi d' ogni sorta di vegetabili. Questi esseri organizzati sono essenzialmente composti di Carbonio, d' idrogeno, e di ossigeno, con la mescolanza di un pò di alcali, di terra, ec.; ma non tutte le loro specie diverse contengono la medesima quantità e la medesima dose di questi principj. Ad aumentare per tanto il deposito delle nostre cognizioni, interessantissima cosa sarebbe l' istituire una serie di sperimenti comparativi ed esatti, onde conoscere la quantità precisa, che ogni specie di pianta contiene di ciascuno dei detti principj. Con questo mezzo noi saremmo al fatto d' una quantità d' istruzioni, che tuttavia ci mancano, e che potrebbero influire ai vantaggi della società. Noi verremmo in allora a conoscere, che quelle piante le quali contengono una maggior quantità di Carbonio, siccome esse più delle altre sfruttano ed isteriliscono il terreno, così per la ottima loro coltura esiggono de' fondi pingui e molto concimati: che rapporto a quelle piante, che scarseggiano di questo principio, possiamo nel coltivarle risparmiare una quantità di concio, che per esse è superfluo e sarebbe quindi inutilmente gittato: che quei vegetabili i quali più abbondano d' idrogeno, per uso di combustibile sono atti a dar molta fiamma e poche bragie, in confronto di quelli che sono più doviziosi di Carbonio, i quali danno minor fiamma e bragie più consistenti: che per oggetto di costruzione e di fabbrica dobbiam scegliere que' legnami, che in confronto degli altri abbondano di Carbonio; per la ragione, che essendo questo elemento il più fisso degli altri, forma, dirò così, l' ossatura e lo scheletro del vegetabile, e lo rende di maggior durata.

La maniera di eseguire questa interessante analisi non differisce molto da ciò, che ho suggerito per la combustione delle piante del Lupino e del Maiz. Darò quì un esempio per somministrarne qualche idea. Presi un pezzo di legno

minutamente tagliuzzato, il quale era del peso di 3000. grani; ed il posi entro al fornello EE. Vi accesi la fiamma, e cominciai ad agitarne il mantice finchè fu del tutto consumato. L' acqua che raccolsi in seguito entro la bottiglia L, fu di grani 2800., ed essendo l' acqua, come oramai a tutti è noto, un composto di 15. parti d' idrogeno contro 85. di ossigeno, l' acqua raccolta in questa operazione dovette contenere 420. grani d' idrogeno, e grani 2380. di ossigeno. Similmente l' acido carbonico, che raccolsi nelle bottiglie PP ripiene a due terzi di potassa, fu di grani 8c80.; e perciò trovandosi il Carbonio rapporto all' ossigeno in ragione di 28. a 72., il Carbonio dovette essere di grani 2262., e l' ossigeno grani 5818. Pesai in fine le ceneri che si erano raccolte, le quali furono di grani 162.; sicchè unendo insieme il peso di tutte queste sostanze, formano la somma di grani 11042. Ma posciachè, quando l' operazione è eseguita a dovere, il peso che avea il vegetabile prima della sua combustione dee riscontrarsi precisamente nella somma delle sue parti componenti, perciò l' eccesso, onde la somma de' grani 11042. supera il peso del vegetabile ch' era di grani 3000., è interamente dovuto all' ossigeno precipitatosi dall' aria nell' atto della combustione. E siccome nella composizione del legno che ho analizzato, oltre il Carbonio l' idrogeno e le ceneri, non ci si dovea riscontrare altro fuorchè l' ossigeno, non essendo di quelli che contengono anche dell' azoto; così tutto ciò, che rimase oltre al peso delle indicate sostanze per compiere l' intero peso del vegetabile, non dovette essere che il peso dell' ossigeno posseduto dal vegetabile stesso; come appare nel seguente schema.

Sostanze ricavate dall' analisi di un pezzo di legno del peso di 3000. grani.

Acqua grani	2800.	composta di	Idrogeno grani 420. Ossigeno grani 2380.
Acido Carbon. gr.	8080.	composto di	Ossigeno grani 5818. Carbonio grani 2262.
Ceneri grani	162.	. . . .	162.
Somma grani	11042.	. . . .	Somma grani 11042.

Sostanze componenti il medesimo legno del peso di 3000. grani.

Idrogeno	grani	420.
Carbonio	grani	2262.
Ossigeno	grani	156.
Ceneri	grani	162.
Somma	grani	3000.
Ossigeno precipitatosi dall' aria	grani	8042.
Somma	grani	11042.

Progredendo di questo passo, con quanta mai facilità possiamo entrare al fatto di que' sorprendenti fenomeni, che riguardavansi per l' addietro come del tutto inesplicabili? Qual ampio spazioso campo non ci si apre ora alle nostre perquisizioni, dopo l' introduzione delle moderne chimiche teorie? Qual carriera immensa non verrà a compiere sotto a' nostri occhj medesimi la Fisica animale e vegetabile? Quai rapidi avanzamenti non si preparano allo spirito umano in tutti i rami delle utili cognizioni? Pieno di questo consolante riflesso io faccio voti, affinchè ognuno si applichi alla ricerca di quelle verità, che hanno un influenza diretta sull' incremento delle scienze e sui vantaggi dell' uomo.

DEI MOTI DEL BAROMETRO NEI TEMPORALI.

DI GIUSEPPE TOALDO.

Ricevuta li 28. Dicembre 1796.

LE seguenti osservazioni sono dirette ad assicurare questo fatto: *Alzarsi il Barometro nei Temporali*.

Mi sono limitato a questi tre anni ultimi; ma molto prima, scorrendo i miei registri, trovo da me notata espressamente tale osservazione. In questo registro si vede che rarissime sono le eccezioni; poichè nel numero di 73. temporali sono appena dieci (notate coll' asterisco). Le eccezioni più rimarcabili succedono, quando il Cielo temporalesco continua per più giorni, e il fenomeno del Barometro non si scorge se l' atmosfera non è totalmente libera: nel frattempo l' agente qualunque sia, fuoco od altro, bisogna dire che circoli e si rinovi, o risorgendo dalla terra o accorrendo da tratti lontani dell' atmosfera; onde ho notato la variazione del Barometro dal primo temporale all' ultimo. Forse anche poteansi questi omettere, cadendo nell' osservazione generale del Barometro basso a tempo piovoso, e Barometro elevato nel susseguente sereno; se non che nel caso nostro dei temporali, la variazione è più subitanea, mentre non di rado arriva ad una linea o due in poco più di un' ora.

Cosa puossi pensare sulla causa di questo Fenomeno? Credo sia permesso di avanzar senza impegno delle congetture qualunque sieno, nè anco nuove.

Questa osservazione dunque può avvalorare l' opinione moderna de' Chimici che l' aria infiammabile sia uno dei componenti dell' acqua; poichè sovente si osserverà che dopo molti o un solo gran tuono, o un fulmine scoppiato, cade immediatamente una dirotta pioggia; il che fa credere che il fuoco o l' aria infiammabile accesa dalla scintilla elettrica,

combinata con l' aria deflogisticata dell' atmosfera generi l' acqua, e dia quella pioggia subitanea. Questa congettura è accennata dal Dottor Gardini nella sua Memoria sopra questo argomento coronata dall' Accademia di Mantova. Con questo poi dovrà nascere il fenomeno nostro dell' alzamento del Barometro dopo i temporali; poichè l' aria infiammabile a molti doppj più leggera dell' aria comune, riempiendo l' atmosfera, la rendeva così più leggera, e con ciò il Barometro basso; quando è consumata, lascia il suo peso naturale all' atmosfera, e così fa alzare il Barometro.

Ma non dispiaccia. Un' altro d' opinione diversa parmi potrà dire, che senza ricorrere a tali metamorfosi, l' istessa aria infiammabile, o il fuoco che tenea i vapori in dissoluzione, distaccandosi da essi fa tre cose: una, che conglobandosi o isolandosi poi scoppiando, forma il lampo il tuono il fulmine; l' altra, che togliendo le ale ai vapori, questi addensandosi e con ciò resi più pesanti vengono tosto a cadere e formare la pioggia: la terza, che consumati così li vapori (fluido assai più leggero dell' aria) riacquista l' aria il suo peso naturale, e in conseguenza fa alzare il Barometro. Resterebbe a sapere, qual sia il mestruo o l' elemento che opera tale chimica separazione del fuoco: sarebbe forse questo qualche spirito salino, che talora adunato in gran dose venisse a formar anche la gragnuola? Per altro lo stesso giuoco di arie combinate o separate o trasmutate, produrrebbe anche i sopradetti moti del Barometro, e tanti altri fenomeni che succedono in questo mirabile elaboratorio dell' atmosfera. Ma io non parlo se non se tremando di queste materie, perchè confesso di non conoscerle quanto basta. Io non do quì se non che l' osservazione di un fatto.

MOTI DEL BAROMETRO
NEI TEMPORALI.

I numeri del Barometro sono Pollici, linee, decimali sopra poll. 26. Le ore Italiane.

1794.

		Principio de' Temporali.		Fine.	
		Or.	Barom.	Or.	Barom.
Febbrajo	27	22	2. 1,0	24	2. 2,0
Aprile	8	21	1. 9,0	23	1. 9,5
	10	10	2. 0,0	12	2. 1,0
	22	22	2. 3,5	23	2. 4,2
	23	22	2. 4,2	23	2. 4,6
Maggio	7	20	2. 1,6	21	2. 1,3 *
	12	14	2. 0,4	18	2. 1,4
	22	15	1. 11,2	—	——
	24	—	——	—	2. 1,4
Giugno	4–8	—	2. 0,2	—	2. 1,9
	24–29	—	2. 1,1	—	2. 3,3
Luglio	4	24	2. 2,8	10 s.	2. 3,4
	13	4	2. 2,4	9	2. 2,9
	14	2	2. 2,7	9	2. 3,0
	25	1	2. 2,2	3	2. 3,0
Agosto	4	9	2. 0,2	16	2. 1,6
	5	22	2. 0,3	3	2. 1,1
	16	11	2. 1,7	20	2. 2,0
	21	20	2. 3,2	24	2. 2,0 *
Settembre	3	12	2. 1,3	18	2. 1,8
	16	8	2. 0,0	15	2. 4,2
	25	12	1. 9,4	—	——
	28	—	——	24	2. 2,8
Ottobre	29	24	1. 11,0	2	2. 2,2
Novembre	17	24	1. 10,7	2	2. 0,1

1795.

		Or.	Barom.	Or.	Barom.
Marzo	29	19	2. 1,4	23	2. 1,5
Aprile	14	21	2. 1,5	23	2. 2,5
	23	16	1. 11,5	18	1. 11,6
Maggio	9	17	2. 1,0	19	2. 2,0
	26	23	2. 2,0	3 s.	2. 1,0 *
	27	15	2. 0,8	8 s.	2. 1,5
Giugno	5– 7	—	2. 0,5	——	2. 2,4
	13–15	—	2. 0,0	——	2. 1,6
	28–30	18	1. 11,8	——	2. 1, 0
Luglio	tutto	—	1. 11,6	——	2. 3,1
Agosto	13–16	—	2. 1,0	——	2. 0,0 *
	22	2	1. 11,6	10 s.	1. 10, 6*
	29	19	2. 3,1	24	2. 3,5
	31	24	2. 2,6	8 s.	2. 3,2
Settembre	1	24	2. 3,2	11 s.	2. 3,6
	14	24	2. 3,8	12 s.	2. 4,4
Ottobre	11	23	1. 10,0	13 s.	2. 2,6
Novembre	3	14	1. 8,0	24	1. 11,6
	4	20	2. 2,4	24	2. 4,8

1796.

	Or.	Barom.	Or.	Barom.
Febbrajo 2	15	1. 9,0	20	1. 10,0
Marzo 28	16	1. 3,0	20	1. 5,0
Aprile 12–13	—	1. 10,0	—	1. 11,6
22–23	—	2. 3,4	—	2. 4,4
Maggio 1	20	1. 7,2	23	1. 8,4
14	20	1. 11,6	23	2. 0,0
15	3	2. 1,0	11 s.	2. 2,0
26–27	24	2. 1,0	10 s.	2. 1,6
28	21	2. 0,6	24	2. 1,6
30	18	2. 0,6	24	2. 0,9
Giugno 2– 5	—	2. 0,4	—	2. 1,6
14	19	2. 2,5	—	2. 3,0
21	18	1. 11,0	24	2. 1,0
22–23	—	2. 1,8	—	2. 2,4
29	24	2. 2,4	10	2. 3,0
Luglio 1	14	2. 3,0	15	2. 4,0
2	19	2. 0,0	24	1. 11,4 *
3	2	1. 10,2	—	1. 9,6 *
4	16	1. 9,6	24	1. 11,8
11	23	1. 11,0	10 s.	2. 0,2
12	10	2. 0,2	11	2. 0,6
———	4	2. 0,6	10 s.	2. 1,6
22	24	1. 10,6	10 s.	2. 0,1
Agosto 4	24	2. 0,9	10 s.	2. 1,2
5	24	2. 2,0	10 s.	2. 3,0
14–15	—	2. 2,9	—	2. 3,8
24	20	2. 2,8	10 s.	2. 2,8 *
28	18	2. 2,0	24	2. 2,0 *
Settembre 2	20	2. 1,8	24	2. 2,2
Ottobre 6	18	2. 1,2	24	2. 1,0 *
22	18	2. 2,2	2	2. 3,6

MEMORIA INTORNO AD UN UOMO PERFETTAMENTE BILINGUE; E SULLA STRUTTURA DELLE PARTI PIU' INTERNE DELLA LINGUA.

DI JACOPO PENADA

MEDICO FISICO, E PUBBLICO INCISORE DI ANATOMIA NELLO STUDIO DI PADOVA.

Presentata da Giovambatista da S. Martino li 29. Marzo 1797.

PARTE PRIMA.

Descrizione dell' uomo bilingue.

LA lingua è uno di quegli organi nobilissimi, il quale per certo ammirevole ordine di natura è stato formato, al pari del cuore e del cervello, unico tra le parti tutte integranti la bella fabbrica del Corpo umano.

E per verità la lingua, avvegnachè sola, è assai bastante ad esprimere in noi i sentimenti più interni dell' anima, e colle svariatissime sue forme di esprimersi in ogni foggia di linguaggio è capace di caratterizzare e distinguere il sublime ragionevol ceto degli uomini da tutta la rimanente caterva dei bruti Animali.

I difetti perciò, o di eccesso in un tal organo o di mancanza, in qualunque modo che si combinino in un dato soggetto, sono sempre di molta importanza, e degni di essere conosciuti e registrati dai Medici Osservatori.

Veramente il caso di un qualche difetto di eccesso nella lingua umana non sarà forse affatto nuovo, ed io stesso conosco persona, che sotto alla lingua sua naturale tiene una piccola appendice, o vogliam dire una piccola carnosità della grossezza di poche linee, la quale sembrar potrebbe una piccola lingua alla vera e naturale applicata ed aggiunta: ma l' osservazione nostra è molto differente, giacchè esibisce da considerare un uomo fornito di due perfet-

tissime lingue, della *figura*, sostanza, e grandezza affatto naturale, siccome anderemo a vedere.

Giovanni Baldin di Cadore solito fare il Sarto mercenario in Padova, si recò il giorno 12. Luglio dell' anno 1793. alla mia casa, acciò vedessi un suo incomodo, che balbettando diceva di avere nella lingua cagionatogli dall' allungamento di un dente molare già smosso, e che con l' asprezza di sua superficie offendevagli gravemente la stessa lingua.

Apertagli la bocca vidi con sorpresa come costui era fornito di due lingue. Quanto facile allora mi fu l' intendere la causa della sua balbuzie, dipendente da così fatto organico difetto; altrettanto rimasi penetrato dall' osservare un simile curiosissimo fenomeno di natura.

Fatto estirpare il dente che maltrattava la lingua di quest' uomo, e liberatolo così da quel malore, lo pregai che volesse nel giorno appresso soggiacere ad un esame della sua lingua, alla presenza di molti testimonj, e coll' intervento di Antonio Buttafoco Incisore della nostra Accademia, che me ne dovea fare un originale disegno.

Allettato da un tenue guadagno ritornò, e ci diede agio bastante di esaminare e di disegnare quella sua lingua veramente particolare.

Tolta adunque ad osservarsi di prospetto, facendo soltanto aprire la bocca all' uomo, si vedeva una massa insolita, formata dalla duplicità della lingua; era questa divisa dall' apice fino alla base in due porzioni, o sieno due vere lingue: in mezzo di esse vi era un frenulo ligamentoso, il quale univa la lingua superiore coll' inferiore; e sotto poi a questa seconda lingua vi era apposto un altro frenulo, che conforme al solito legavala col palato inferiore: queste due lingue poi in vicinanza alla loro base si univano, ed insieme conglutinate formavano una sola massa, come meglio si vede nelle seguenti figure.

Si guardi ora la Tavola prima, Figura prima, ove sono espresse queste due lingue, aperta soltanto la bocca dell'uomo. La lettera A. indica l' apice della prima lingua superiore; le due B. indicano le parti laterali: la lettera C. dinota il primo frenulo frapposto a queste due lingue: la

D. poi l' apice della seconda lingua; e la E. il secondo frenulo della stessa.

Si esamini poi la Figura 2. Tavola 1., ove sono disegnate le due lingue in profilo, e prima dalla parte dritta.

Senza replicar le cose già vedute nella prima Figura, basterà osservare in questa seconda la vera linea di divisione la quale dal lato presente si estendeva fino alla base di queste due lingue; le cinque lettere A. contrassegnano la sopraccennata divisione; la lettera *b* poi indica un piccolo escrescenziale tumoretto, che si stava attaccato lateralmente, e vicino alla punta della seconda lingua inferiormente posta. E passando alla terza Figura, Tavola prima, null' altro si è voluto esprimere con questa se non che guardando dalla parte sinistra e laterale di queste due lingue, si rileva, che la loro divisione da questo lato era un poco meno estesa, nè arrivava fino alla base comune di esse. Le quattro lettere B. indicano la sopra indicata divisione.

Finalmente si osservi tanto nella Figura seconda, quanto nella terza alla lettera C., la quale contrassegna il centro di unione di queste due lingue, ove congiunte formano alla lor base un solo corpo; e questo appunto risultava perciò più grosso e voluminoso del solito; quindi occupava di troppo la cavità della bocca; per la qual cosa ne avveniva, e l'impedimento alla più pronta deglutizione, e la impossibilità ad esprimere una gran parte delle parole.

Un tale estraordinario fenomeno di natura prova abbastanza, che vi sono nel corpo umano di quegli organi, i quali o mutilati o moltiplicati alterano non solo la vera simmetria delle parti; ma sono effettivamente d' inciampo al più pronto esercizio di quelle funzioni, alle quali gli stessi organi furono dalla provida natura sapientemente destinati. Per la qual cosa io non so persuadermi a prestar retta ad una osservazione, che si trova registrata negli atti della R. Accademia di Parigi per l' anno 1718., l' autor della quale è il Jussieu, il quale riferisce di aver veduta una fanciulla, che essendo affatto priva, fino dal suo nascere, di lingua, *s' acquittoit de toutes les fonctions qui se font avec cet organe*.

Avvegnachè accordar si volesse, che l' organo della voce essendo riposto singolarmente nella Laringe e ne' suoi

ventricoli, si potesse ottener dei suoni anco senza l' ajuto della lingua, come mai però fia possibile, che da questa fanciulla esprimer si potesse un gran numero di sillabe, singolarmente delle così dette linguali, senza l' intervento della lingua? E la deglutizione poi, che certamente è uno degli uffizj che effettuar forse non si potrebbe senza l' ajuto della lingua, come mai eseguirla? Ecco le imperfezioni alle quali cadono soggette molte delle più belle osservazioni. Tutte queste ragionevoli opposizioni, che far si possono al caso riferito, nascono da ciò che non si trova espresso a dovere e precisamente, se in questa fanciulla la lingua in tutta la sua totalità ed appartenenze intieramente mancasse; e se le voci che ella mandava fossero soltanto informi, ovvero perfette ed estese a tutta la moltiplicità di quelle voci, le quali non possono essere espresse senza l' intervento della lingua: per la qual cosa mancando nella indicata memoria la precisa specificazione di tali circostanze, resterà sempre il dubbio, che la mancanza della lingua nell' indicato caso, altro non fosse che una brevità e piccolezza straordinaria della stessa, e che però le funzioni della vociferazione e della deglutizione si potessero in qualche modo, avvegnachè imperfettamente, eseguire.

Ma ciò basti intorno alla storica narrazione dell' uomo bilingue, e passiamo alla seconda parte e la più interessante della presente nostra memoria, nella quale mi son prefisso di dare al pubblico un mio particolare Saggio Anatomico sulla struttura più interna delle fibre della lingua.

Parte Seconda.

Sulla distribuzione e struttura di quelle fibre, che compongono la parte più interna della lingua.

Quasi tutti gli Anatomici, allora quando ci presentano ne' loro scritti la descrizione Anatomica delle fibre componenti l' intima sostanza della lingua, o niente ne dicono, o al più ci avvertono che la lingua tagliata verticalmente, o per lo lungo esibisce all' occhio una serie di fibre in diversissimo e svariatissimo modo intralciate, ed aventi la rappresentanza di longitudinali, di oblique, di oriz-

zontali; senza però formarsene un oggetto di seria attenzione, onde rilevarne possibilmente il vero meccanismo usato dalla natura nella fabbrica di un organo di tanta essenzialità ed importanza.

Il diligentissimo, e direi quasi minutissimo Anatomico Sig. *Winsolw* chiama muscoli *intrinseci* quelle fibre delle quali, dice quest' Autore, è composta la massa della lingua: *Spigelio* le ha chiamate col nome di muscoli propriamente *linguali*; dice però, che vi sono in genere tre sorte di fibre, cioè le fibre longitudinali, transversali, e verticali, ed in ciascheduna di queste tre sorte, le fibre sono in parte direttamente, in parte obliquamente tali, e ciò per differenti e svariatissimi gradi.

Il *Vesalio* sembra che esso pure si abbia occupato di un tale argomento, per quanto lo comportavano le cognizioni Anatomiche del suo tempo. Lo *Stenone* però, il *Malpighi*, *l' Hallero* ciò fecero con maggior esattezza; pur tutta via è forza gioco di confessare che mentre nella più minuta anatomica perquisizione delle fibre di tante altre parti componenti le più nobili viscere del corpo umano si sono tanto studiosamente occupati moltissimi eruditi ed ingegnosi Anatomici de' nostri tempi, intorno poi a quelle della lingua se ne è parlato pochissimo fino ad ora, contenti di averle poco più che indicate; ed a ciò fare sembra che sieno stati indotti dalla difficoltà dell' impresa, siccome anco parecchj ce lo confessarono palesemente: ed è perciò appunto che l' anatomica descrizione di queste fibre non si riscontra nè presso gli Scritti dello stesso nostro immortale *Morgagni*, nè nelle Anatomiche instituzioni di valentissimi moderni Anatomici, nè io stesso le ho mai vedute preparare nelle dimostrazioni Anatomiche dello Studio di Padova nel corso di quasi trent' anni da che io le ho sempre frequentate.

Per progredire però nel nostro assunto col maggior ordine possibile, non deve essere ignoto che vi sono stati molti tra gli Anatomici, i quali negarono che nella lingua propriamente detta, cioè nell' intima sua parte, vi sieno fibre, che muscolari chiamare si possano; quindi considerata la molle, spungiosa, e lassa struttura della stessa, sembra che non a torto si sieno indotti a ciò credere; e per-

ciò così ce la descrive *Andrea Laurenti* al Cap. XVIII. *de lingua* pag. 978. „ Caro linguæ mollis est, rara, laxa spon-
„ giæ instar, dignoscendis saporibus maxime idonea: per
„ eam fibræ excurrunt nullæ, quo fit ut musculosa dici ne-
„ queat, sed peculiaris structuræ, qualem in reliquo cor-
„ pore nullam reperias. „

Io però son d' avviso di non decidere per ora magistralmente se vere fibre muscolari, o di altra specie sieno quelle che si osservano nell' intima parte della lingua, e che ne formano il di lei particolare tessuto; ciò forse meglio si andrà rilevando dal contesto delle cose che anderemo mano mano sviluppando nella presente memoria.

La lingua ha certo dei movimenti sorprendenti, molti dei quali sono in senso affatto opposto fra di loro: per esempio la lingua s' inalza verso il palato superiore, si volge ad ambi i lati, si ripiega in basso, s' incurva, s' inarca, si raccorcia, si protrae, e si porta in fuori moltissimo dalla stessa bocca, e finalmente a guisa di cartoccio in se stessa e superiormente ed inferiormente si avvolge e si ripiega.

Ed avvegnachè per la esecuzione di tanti e così svariati movimenti sia ajutata dalla serie dei varj e molteplici muscoli, che in essa e nelle sue esterne parti ed adiacenze si vanno a piantare, e singolarmente dai muscoli detti propriamente *Linguali*, dai *Genioglossi*, *Stiloglossi*, *Caratoglossi*, ed altri noti abbastanza agli Anatomici; pure alcuni dei movimenti, che abbiamo poco sopra indicati della lingua, non possono assolutamente essere eseguiti da questi muscoli nè separatamente nè complessivamente considerati, quindi alcuni sono eseguiti da quelle fibre di natura o musculare o affine affatto alla musculare, di cui è fornita l' intima parte, o vogliam dire l' intimo contesto della stessa lingua.

Per iscoprire però ed indagare con esattezza la vera distribuzione delle intralciatissime fibre, delle quali ora trattiamo, mi sono avvisato di esaminarle in varia maniera; e prima di tutto, ho posto per lo spazio di molti mesi in infusione nello spirito rettificatissimo di vino molte lingue umane, ed altre ancora bovine e pecorine, onde poi instituirne la dovuta anatomica perquisizione.

Sollevata pertanto possibilmente la cute ed il corpo papillare soggetto alla cute da queste lingue (*a*), e così pure più esattamente da molte altre alle quali avevo fatta sostenere la necessaria bollitura nell' acqua semplice, mi venne fatto prima di tutto di osservare, come una terza membrana liscia, piuttosto mucosa anzi che no, di finissima cellulare tessitura dotata, copriva e circondava per ogni parte le stesse lingue, in modo che rimaneva celato all' occhio osservatore ogni andamento delle sottoposte fibre, che si volevano esaminare.

Questo sottil velamento oserei chiamarlo involucro proprio della lingua (*b*) (*c*).

Rassomiglia questa sottil membrana a quella, la quale nel cuore serve a ricoprire le sue fibre, o pur anco a quella membrana dal celebre *Hallero* contrassegnata col nome di assitizia, o vogliam dire aggiunta alle già note membrane, che rivestono l' avvolto tubo delle Arterie.

Questa adunque separata; ho potuto osservare, singolarmente nelle lingue bovine e pecorine, un lungo strato di fibre palesemente longitudinali, le quali occupano la superficie della lingua, e che singolarmente sono chiare e palesi alla parte acuminata, o sia all' apice, disposte in ordine parallelo, alquanto però lateralmente divergenti.

Queste fibre non si profondano nella sostanza della lingua al di là di due linee di Parigi. Un altro poi più elegante fascetto di fibre ho scoperto, il quale è riposto alla parte inferiore della lingua da ambi i lati, e che scorrendo un

---

(*a*) Veramente l' acquavite non ha l' attività di ridurre le lingue suscettibili ad essere denudate a dovere da tutti i suoi involucri, come si ottiene con la bollitura.

(*b*) Il *Vesalio* accenna una membrana, la quale essendo comune a tutti i muscoli esterni della lingua, *frustra*, dice questo Autore, *separare contenderes;* ma è ben chiaro che questa membrana accennata dal *Vesalio*, è quella che occupa bensì la parte esterna, non già la interna della lingua, e che io dico trovarsi a contatto delle fibre proprie della lingua, detratti li comuni integumenti.

(*c*) Il *Roverhost* indica una membrana particolare analoga alla nostra, che egli chiama nervosa, ma che tale non è, siccome si può agevolmente riscontrare. Roverhost. *de Fabrica, et usu Linguæ* §. XXXX.

un poco obbliquamente, va poi a confondersi con le fibre dei muscoli così detti *Linguali*.

Un terzo ordine di fibre quasi superficiali ho osservato, che sta lateralmente riposto alla base della lingua, là dove singolarmente nelle lingue degli animali si forma quel grosso corpo protuberante, formato quasi a somiglianza di ponte. Questo strato di fibre unendosi con le fibre rette laterali esterne poco sopra indicate, forma un perfetto *X*, quasi a quella stessa guisa che sono formate le fibre cruciformi dei già noti muscoli intercostali; queste fibre traggono la loro prima origine dai muscoli accessorj della lingua, e singolarmente dai *Stiloglossi*, e dai *Cerato-glossi*.

Nelle lingue però umane, avvegnachè si riscontrino, esaminando con diligenza, constantemente gli stessi andamenti di fibre fino ad ora descritte, e che noi a ben giusta ragione chiameremo fibre esterne e proprie della lingua, in grazia però della loro minutezza difficilmente si ponno preparare così chiare e distinte, come in quelle degli animali.

Nè senza ragione ho detto, che queste fibre sono esterne, e che non si profondano nella lingua che per due linee di Parigi circa, giacchè ho scoperto chiaramente, ed in seguito lo vedremo meglio espresso nelle disegnate Figure, che queste fibre non oltrepassano un certo *lembo*, o *margine* constantissimo di tessitura fitta e quasi membranosa, il quale si riscontra a due linee di profondità della lingua, tagliandola verticalmente in ogni suo punto, e che io chiamerei volentieri lembo di divisione tra le fibre esterne ed interne della lingua umana, bovina, pecorina, e forse di tutte le lingue degli animali quadrupedi. Questo lembo di divisione, per quanto io sappia, non si trova descritto presso verun altro Anatomico Scrittore.

Descritte per tal modo le fibre, le quali ho potuto osservare collocate alla superficie direi quasi della lingua, all' apice ai lati ed alla base della stessa, in seguito mi sono posto a tagliare verticalmente alcune lingue prima bovine indi umane, ed ho osservato in primo luogo, che le fibre interne sono disposte quasi parallele le une colle altre, e che una serie di fibre insinuandosi a guisa di denti di sega le une dentro gl' intervalli dell' altre, formano colla loro

indigitazione quasi una specie di sutura analoga alle suture che uniscono le ossa del cranio reciprocamente; e forse più chiaramente risvegliano l' idea del così detto *pecten eburneum*, esistente nei corpi cavernosi del pene.

Queste fibre sono palesi, tanto se si tagli verticalmente o per lo lungo la lingua dalla parte sua superiore, quanto dalla inferiore; dal qual complesso di fibre per tal modo disposte mi pare di travedere che si formi nella intima sostanza della lingua una specie di lamina spirale, a cui si debba ascrivere singolarmente la facoltà che serba la lingua di prolungarsi e di raccorciarsi a vicenda, abbreviando ed allungando se stessa quasi a quella guisa, come fa la serpe e gli altri rettili di varia specie.

Tutte queste fibre poi sono divise da un *septo* particolare ben degno di tutta la considerazione, del quale mi riserbo di parlare tra poco, e col disegno alla mano: ma fibre però veramente circolari, non ne ho potuto travedere alcuna; nè di ciò mi sono già meravigliato, poichè è ora noto abbastanza, che fibre perfettamente circolari forse non se ne riscontrano in tutta la tessitura delle parti solide del corpo umano.

Oltre delle fin quì descritte fibre interne della lingua, tagliando e suddividendo delle lingue umane in varj modi, mi venne fatto di riscontrare degli ordini di fibre, avvegnachè molto intralciate, ma però abbastanza distinguibili e costanti, le quali sono distribuite a guisa di maglie o di rete. Queste in vario senso tra di loro implicandosi, lasciano dei piccoli vani, e formano dei piccoli nodi rassomiglianti appunto alla tessitura propria delle reti.

Finalmente esaminando bene la più interna sostanza della lingua ho veduto manifestamente dei fascetti di fibre, i quali si estendevano e serpeggiavano alquanto sopra le fibre delle altre specie già da noi indicate, ed altri si frapponevano nei vani delle fibre singolarmente retiformi da noi poco sopra descritte; questi fascetti avevano la figura di penicilli, altri ramosi, altri barbati, ed altri di configurazione vaga ed affatto irregolare. A tutte queste osservazioni posso aggiungere, che se si tagli la lingua dall' alto al basso transversalmente, non mancano di presentarsi fibre, le quali scorrono dall' alto al basso un po-

co obliquamente, sicchè dalle parti esterne e superiori si portano alle inferiori e più interne. (*a*)

Nè da questa descrizione, frutto di replicate e diligenti osservazioni, creda alcuno, che io pretenda essersi sviluppata a tutta perfezione la tessitura fibrosa della lingua. Non mi è ignoto quanto scrissero su questa il *Malpighi*, lo *Stenone*, il *Bidloo*, e so altresì che delle loro descrizioni non si dimostrarono contenti l' *Haller*, il *Reverhost*, il *Sabatier*; tutta via avendomi sembrato di avere più chiaramente sviluppata una tale materia, mi sono persuaso di renderla anco di pubblico diritto con la qualunque mia presente Memoria.

Tutta però la serie di tante svariatissime fibre componenti sopra tutto la sostanza fibrosa interna della lingua è legata da un tessuto celluiare finissimo spugnoso, già avvertito dagli Anatomici che hanno osservato un tal organo. E gli interstizj poi, o sieno le cellette ed i vacui, che per avventura lasciano questi varj ordini di fibre, e che sono frapposti allo spugnoso cellulare tessuto che insieme le lega, sono riempiuti di quel particolare succo, proprio della lingua, separato in quest' organo dal sangue arterioso, che ivi si reca per mezzo dei proprj suoi vasi di già noti abbastanza.

Questo succo però, essendo proprio e peculiare della lingua, in modo da distinguersi anco col solo suo sapore da tutti gli altri succhi del corpo animale, così ho divisato di formarne di esso una particolare analisi la qual formerà l' oggetto di un' altra mia Memoria Chimico-Fisica particolare, da rendersi di pubblico diritto in altra più opportuna occasione.

Premessa fino ad ora la Storica descrizione delle cose da noi osservate, si farà passaggio alla necessaria esposizione delle Tavole, le quali abbiamo a tale oggetto fatte disegnare, ed incidere.

(*a*) L' andamento di queste fibre verticali le abbiamo verificate esattamente assieme col diligentissimo, ed abilissimo Fisico *Floriano Caldani* Assistente alla Cattedra di Anatomia nel nostro Studio di Padova.

La Figura prima pertanto della Tavola II. esibisce una lingua umana in situazione naturale, e rivolta dalla parte sua superiore.

Da essa abbiamo prima detratta la cute, la cuticola, ed il corpo papillare; in seguito ci siamo studiati di denudarla a dovere da quella tenue sottile membrana, che intimamente la circonda, e che siccome abbiamo detto a suo luogo, non è stata abbastanza descritta, e che copre tutto l'andamento delle fibre da me dette esterne della lingua.

Le lettere *a a a a* contrassegnano, tanto nella Figura prima quanto nella Figura seconda, questa membrana, la quale è ancor più palese, qualora si ricerchi nelle lingue recentemente bollite e denudate dai suoi comuni integumenti.

Si esamini in secondo luogo, in questa prima Figura, quell' andamento di fibre quasi perfettamente longitudinali, le quali nascendo dalla base della lingua lateralmente, vanno a terminare, in un senso retto e quasi parallelo, all' apice della stessa.

Queste fibre nella Figura prima sono contrassegnate con le quattro lettere B. B. B. B.

Ora si guardi la Figura II. Tavola II. nella quale abbiamo fatto disegnare la lingua rivolta dalla sua parte inferiore. In questa Figura si vede espresso l' andamento delle fibre longitudinali, le quali da questa parte occupano soltanto le parti laterali della lingua, e vanno a por fine nell' apice della stessa. Queste fibre sono espresse con le quattro lettere B. B. B. B.

La terza Figura espone una lingua umana disegnata in profilo, e così parimenti in profilo si trova disegnata la Figura IV., la quale esibisce una lingua pecorina denudata, come le umane, da tutti i suoi esterni involucri; nella quale con maggior precisione ancora si vedono espressi gli andamenti di quelle fibre particolari, che cruciformi io mi son avvisato di chiamare, dalla loro direzione che tengono analoga alla lettera X.

Queste fibre nella Figura III. sono dinotate con le quattro lettere A. A. A. A., e nella Figura poi IV. si vede ancor più palesemente l' andamento delle fibre cruciformi lateralmente alla base delle lingue pecorine; e queste poi so-

no espresse con le lettere B. B. B. B. Nella stessa Figura IV. si veggono parimenti molto marcate le fibre longitudinali, che scorrono dalla metà circa della lingua all' apice, quasi perfettamente rette; e queste fibre sono espresse con le lettere A. A. A. A.

Descritte le fibre della lingua da noi dette esterne, si passi a vedere nelle Figure V. VI. e VII. quel lembo particolare il quale siccome abbiamo indicato a suo luogo, serve di tramezza e di linea di divisione tra le fibre esterne, e le interne della lingua; il qual lembo non trovo indicato presso agli Anatomici, che si occuparono della descrizione delle fibre della lingua. Questo lembo o margine è chiaramente espresso nelle sopra mentovate Figure V. VI. e VII., ed è marcato con le lettere *a a a a*.

Dopo di che passando alla descrizione delle fibre interne della lingua; queste sono prima disegnate nelle Figure V. VI., e VII. nel modo che anderò indicando.

La Figura V. esprime lo spaccato di una lingua di agnello divisa orizontalmente in due: colla qual divisione si vede quell' elegante ordine di fibre interne, che noi abbiamo detto essere formate a guisa di denti di sega: queste fibre sono notate con le lettere C. C. C. C., tanto superiormente, quanto inferiormente. La Figura VI. poi, e la VII. esibisce la stessa serie di fibre nella lingua umana.

La Figura VI. rappresenta la lingua umana dalla parte superiore, e la VII. Figura dalla parte inferiore, tagliate longitudinalmente fino al loro centro. Quì le fibre sono indicate colle quattro lettere B. B. B. B. tanto nell' una, quanto nell' altra Figura.

E quì poi è da avvertirsi a quel *septo* che divide queste fibre quasi nel loro centro, e che io chiamerei volontieri *nocciolo*, ovvero *linea alba* della lingua, che serve di divisione alla serie delle fibre dentate della stessa lingua, e che si potrebbe in qualche modo rassomigliare quasi alla *linea alba*, che divide i muscoli del basso ventre, e serve ad essi loro di tramezza e di punto di reciproco appoggio. Si esamini la Figura V., giacchè la cosa è constante anco negli animali, nella quale questo *septo* è marcato con le letrere *e e e e*; nelle lingue umane poi, nelle Figure VI. e VII., è marcato con le lettere *o o o o*.

Forse si potrebbe dire, che il *Vesalio* avesse in qualche modo adombrata questa linea (*a*), ad essa donando il nome di *legamento*, il quale separasse in qualche guisa il corpo della lingua in due muscoli, o corpi muscolosi. Meglio forse la indicò, e disegnò il *Cowper* (*b*); senza però, che su questa linea abbia egli fatte particolari annotazioni.

Se però accuratamente si esamini l' andamento, la figura, la sostanza, ed il sito di questa linea, o per dir meglio, di questo *nocciolo* della lingua, desso è ben tutt' altro, che *legamento*. Poichè non occupa esso, come pensò e disegnò il *Vesalio* tutta la grossezza della lingua. Nasce dalla base più profonda della lingua nel proprio suo centro, niente appartenendo ai varj legamenti esterni di essa lingua, e scorrendo lunghesso il centro della stessa si osserva più largo alla sua base, dove trae origine; quindi a poco a poco estenuandosi va a terminare più ristretto all' apice della lingua, là dove appunto si riscontra quel *margine*, o *lembo* di divisione da noi descritto, che contermina e separa la serie delle fibre esterne dalle interne della stessa lingua. Si osservi nella Figura VI. la precisa origine, ed il fine di questo *septo* della lingua, contrassegnato con le due lettere *f f*.

Se poi della sua natura io venissi ricercato, ardirei di dire, che le fibre cellulari, le quali legano le fibre muscolose fra di loro nel corpo della lingua, vadano a costiparsi in tanti fascicoli cellulosi sempre più fitti, dal concorso dei quali pare che ne risulti la suddetta *linea*, o a meglio dire, vero *septo* della lingua.

E per verità, se nel ricercare questa *linea* in una lingua umana, si procuri di separare le fibre da noi dette *dentate* o *trasversali*, per quanto si può senza rottura, sono manifesti i fascicoli cellulosi, i quali sembrano ricordare quei piccoli setti, che si mescolano alla sostanza vascolosa del testicolo, e dall' unione dei quali si forma poi il *corpo*,

---

(*a*) Vesal. de Corporis human. Fabric. Lib. 2. Cap. 18. Fig. 3.

(*b*) Tav. XIII. Fig. 9.

così detto dell' *Higmoro*; dal complesso delle quali cose tutte risulta quale sia la differenza che passa tra il legamento del *Vesalio*, ed il vero *septo* della lingua presentemente da noi indicato e descritto.

Ma passando alla Figura VIII., in questa si trova disegnato quell' ordine di fibre, le quali abbiamo detto che in certa guisa sono ramose o barbate, fatte a guisa di penicilli, di figura varia ed affatto irregolare. Queste si riscontrano più palesi ai lati interni della sostanza della lingua, e gettano, siccome abbiamo detto, qualche barba o ramoscello sull' altre fibre dentate interne, a suo luogo da noi descritte. Queste fibre sono dinotate con le lettere *e e e e* Figura VIII.

La nona Figura dimostra quell' andamento o tessitura interna della lingua, la quale si può dire che rassomiglia ad un contesto irregolare retiforme. Le lettere adunque *a a a a* Figura IX. indicano le varie maglie, e piccoli nodi di questa reticolata sostanza, la quale si trova in tutte le lingue, e che forse serve a legare ed unire in un tutto uniforme le altre fibre integranti l' intima sostanza della lingua.

Finalmente la Figura X. esibisce un pezzo di lingua diseccata, nella quale ho potuto conservare più palesemente quei varj intralciamenti di fibre ramose o barbate, ed irregolarmente vaganti tra le più regolari fibre interne della stessa lingua. Queste fibrette sono marcate con le lettere *e e e e* Figura X.

Ed eccomi ormai giunto al fine della presente mia Memoria, nella quale io mi sono affaticato per dare al Pubblico un Saggio delle mie Anatomiche ricerche sulla struttura delle più interne parti della nostra lingua. Se io vi sia riuscito, ciò sarà giudicato dai saggi ed imparziali coltivatori dell' Arte Anatomica.

OPPOSIZIONI D' URANO OSSERVATE NEGLI ANNI 1790., 91., 92. DA GIUSEPPE SLOP DE CADENBERG.

Ricevuta li 10. *Ottobre* 1797.

Opposizione osservata nel 1791.

Il Pianeta Urano fu osservato al Quadrante Murale nei giorni 23., 24., 26., 31. Gennajo, e 4. Febbrajo, insieme con le Stelle δ, α, e ιξ del Cancro. I luoghi apparenti delle Stelle dedotti dai Cataloghi si descrivono per il 26. Gennajo. Noi ci siamo serviti di quelli presi dal Catalogo di Mayer.

Nomi delle Stelle.	Dal Catalogo di Mayer.	Dal Catalogo di Bradley.	Dal Catalogo di la Caille.
δ del Cancr.			
Asc. retta . .	4ˢ.8°. 11'. 32", 2.	4ˢ.8°. 11' 37",6.	4ˢ.8°. 11'. 37",5.
Declin. Bor.	0.18. 54. 48, 0.	0. 18. 54. 46,7.	0. 18. 54. 55,7.
α del Cancr.			
Asc. retta . .	4. 11. 45. 21,1.	4. 11. 45. 24,1.	4. 11. 45. 22,0.
Declin. Bor.	0. 12. 39. 25,0.	0. 12. 39. 22,2.	0. 12. 39. 31,1.
ιξ del Cancr.			
Asc. retta.	4. 14. 19. 29,5.	4. 14. 19. 28,4.	4. 14. 18. 25,7.
Declin. Bor.	0. 22. 52. 50,7.	0. 22. 52. 48,9.	0. 22. 52. 57,9.

Il dì 23. Gennajo. Tempo medio ore 12. 27'. 7".

Differenze osservate	Fra Urano e δ del Cancro.	Fra Urano e ιξ del Cancro.
In Ascensione retta	+ 0. 2. 3. 43,9.	— 0. 4. 4. 8,3.
In Declinazione	+ 0. 0. 6. 24,3.	— 0. 3. 51. 38,9.
. . . Corretta dalla Rifrazione.	+ 0. 0. 6. 24,4.	— 0. 3. 51. 43,6.

I luo-

Ant. Buttafoco inc.

Fig. I.

A
B
D
B
C
E

Fig II.

C
A
A
A
A A

Fig III

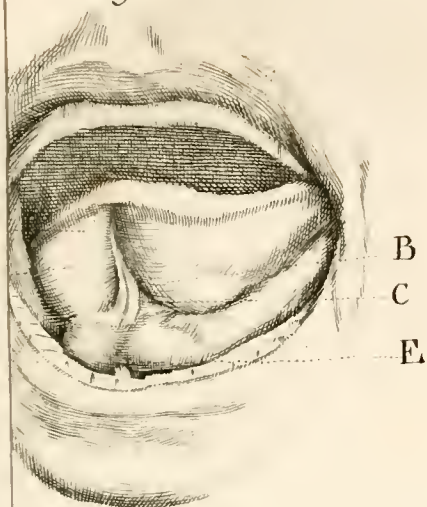
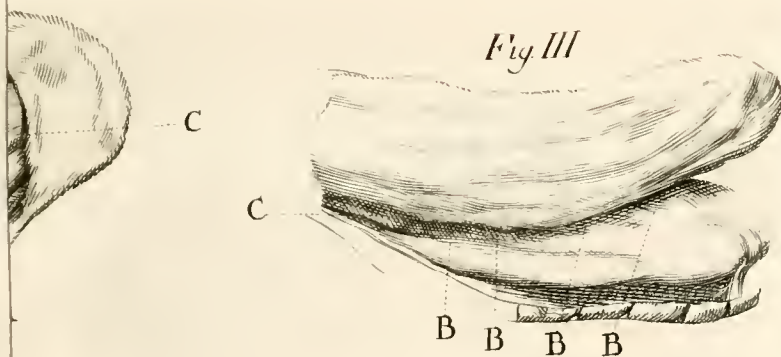
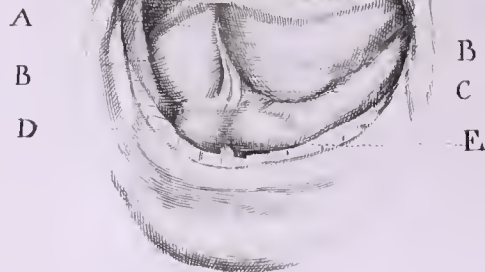
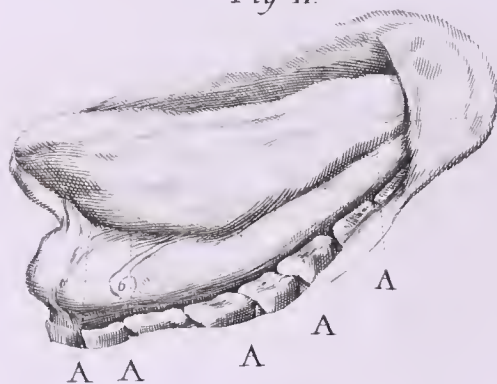
C
B B B B

Ant. Buttafoco inc

Fig. II.

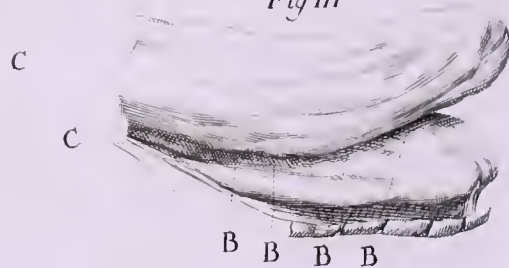
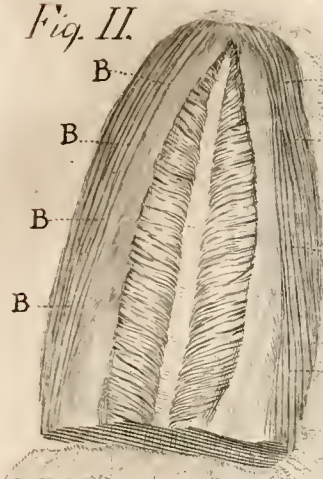



Fig. III.

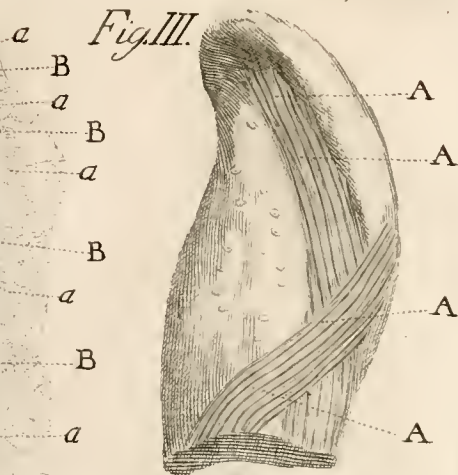



Fig. V.

Fig. VII.

Fig. VIII.

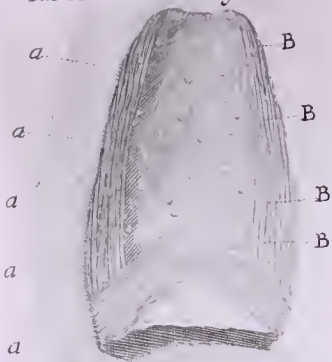
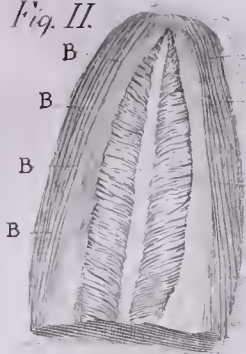
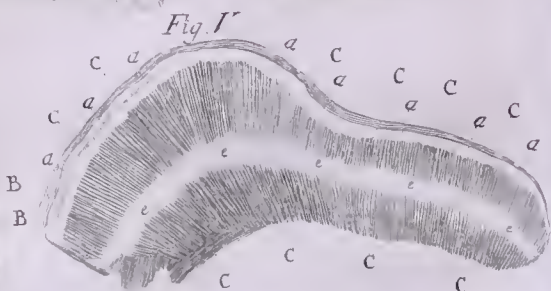
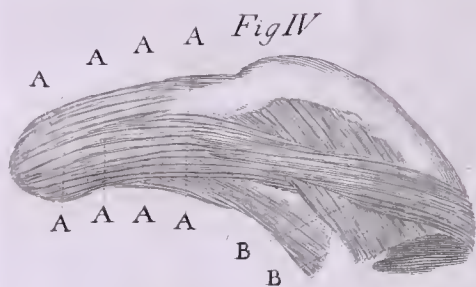
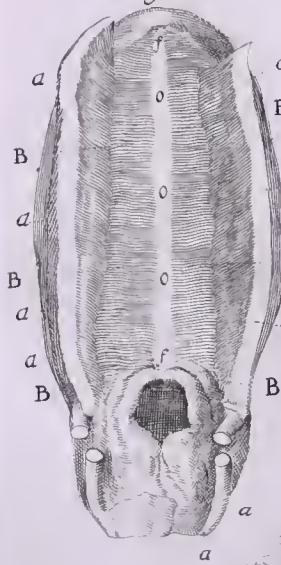
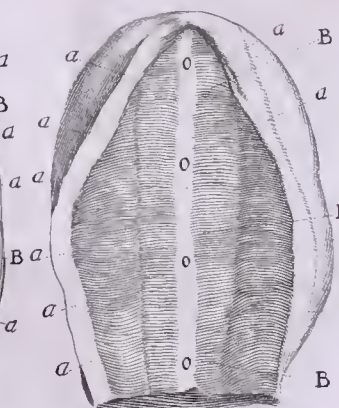
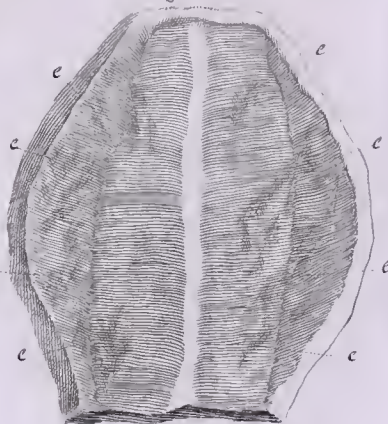
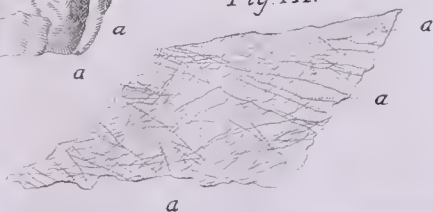
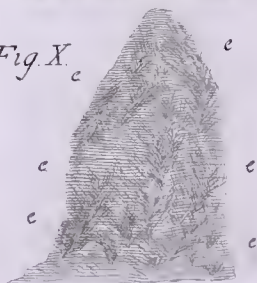



Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV
Fig. V
Fig. VI
Fig. VII.
Fig. VIII.
Fig. IX.
Fig. X.

I luoghi apparenti d'Urano.

Ascensione retta	4'. 10°. 15'. 16",1.	4'. 10°. 15'. 21",0.
Declinazione Boreale . .	0. 19. 1. 12,4.	0. 19. 1. 7,1.
Longitudine	4. 7. 39. 28,6.	4. 7. 39. 32,2.
Latitudine Boreale . . .	0. 0. 40. 3,3.	0. 0. 39. 59,4.

Preso un medio fra le due Osservazioni, si avranno per l'istesso tempo i luoghi apparenti d'Urano come segue:

{ Longitudine	4. 7. 39. 30,4.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 40. 1,3.
Aberrazione in Longitudine	—0. 0. 0. 15,5.
Nutazione in Longitudine	—0. 0. 0. 12,0.
Longitudine vera d' Urano	4. 7. 39. 2,9.

Calcolando sulle Tavole	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longitudine Geocentrica	4. 7. 39. 15,0.	4. 7. 41. 23,1.
Latitudine Geocentr. Bor.	0. 0. 39. 47,1.	0. 0. 39. 55,8.
Errore delle Tav. in Long.	+0. 0. 0. 12,1.	+0. 0. 2. 20,2.
Errore in Latitud.	—0. 0. 0. 14,2.	—0. 0. 0. 5,5.

Il dì 24. Gennajo. T. m. Ore 12. 23'. 0".

Differenze osservate . .	Fra Urano ed α del Cancro.	Fra Urano e ιξ del Cancro.
In Ascensione retta . . .	—0. 1. 32. 47,6.	—0. 4. 6. 48,2.
In Declinazione	+0. 6. 22. 15,5.	—0. 3. 50. 57,4.
. . . . . Corretta dalla Rifr.	+0. 6. 22. 23,0.	—0. 3. 51. 2,1.

I luoghi apparenti d'Urano.

Ascensione retta	4. 10. 12. 33,4.	4. 10. 12. 41,0.
Declinazione Boreale . .	0. 19. 1. 48,1.	0. 19. 1. 48,6.
Longitudine	4. 7. 36. 50,8.	4. 7. 36. 57,6.
Latitudine Boreale . . .	0. 0. 39. 58,3.	0. 0. 40. 0,6.

Preso un medio fra ambe le Osservazioni, si avranno per l'istesso tempo i luoghi apparenti d'Urano, come segue.

{ Longitudine	4. 7. 36. 54,2.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 39. 59,5.
Aberrazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 15,6.
Nutazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 12,0.
Longitudine vera d'Urano	4. 7. 36. 26,6.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longit. geocentr. .	4ˢ. 7°. 36'. 37",5.	4ˢ. 7°. 38'. 45",7.
Latitud. Bor.	0. 0. 39. 47, 7.	0. 0. 39. 56, 3.
Errore in Longit. .	+0. 0. 0. 10, 9.	+ 0. 0. 2. 19, 1.
Errore in Latitud. .	—0. 0. 0. 11, 8.	— 0. 0. 0. 3, 2.

Il dì 26. Gennajo. T. m. Ore 12. 14' 48".

Differenze osservate.	Fra Urano e δ del Cancro.	Fra Urano ed α del Cancro.	Fra Urano e ι ξ del Cancro.
In Asc. retta.	+0. 1. 55. 49,2.	—0. 1. 38. 4,0.	—0. 4. 12. 6,3.
In Declin.	+0. 0. 8. 26,2.	+0. 6. 23. 33,5.	—0. 3. 49. 39,7.
. . . Corrett dalla Rifraz.	+0. 0. 8. 26,4.	+0. 6. 23. 41,0.	—0. 3. 49. 44,4.

I luoghi apparenti d' Urano.

Asc. retta.	4. 10. 7. 21,4.	4. 10. 7. 17,1.	4. 10. 7. 23,2.
Decl. Bor.	0. 19. 3. 14,4.	0. 19. 3. 6,0.	0. 19. 3. 6,3.
Longit.	4. 7. 31. 43,6.	4. 7. 31. 41,7.	4. 7. 31. 47,3.
Latit. Bor.	0. 0. 40. 5,4.	0. 0. 39. 56,8.	0. 0. 39. 58,5.

Preso un medio fra le tre Osservazioni, si avranno per l' istesso tempo i luoghi apparenti d' Urano, come segue.

{ Longitudine	4. 7. 31. 44,2.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 40. 0,2.
Aberrazione in Longitudine	—0. 0. 0. 15,6.
Nutazione in Longitudine	—0. 0. 0. 11,9.
Longitudine vera d' Urano	4. 7. 31. 16,7.

Calcolando sulle Tavole.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longitudine Geocentrica	4. 7. 31. 22,2.	4. 7. 33. 29,2.
Latitudine Boreale	0. 0. 39. 48,5.	0. 0. 39. 57,3.
Errore delle Tav. in Long.	+0. 0. 0. 5,5.	+0. 0. 2. 12,5.
Errore nella Latitudine . .	—0. 0. 0. 11,7.	—0. 0. 0. 2,9.

Il dì 31. Gennajo. T. m. Ore 11. 54'. 16".

Differenze osservate . . .	Fra Urano e δ del Cancro.	Fra Urano e ι ξ del Cancro.
In Ascensione retta . . .	+0. 1. 42. 15,2.	— 0. 4. 25. 39,2.
In Declinazione	+0. 0. 11. 44,5.	— 0. 3. 46. 21,6.
. . . . Corretta dalla Rifraz.	+0. 0. 11. 44,8.	— 0. 3. 46. 26,2.

I luoghi apparenti d' Urano.

Ascensione retta . . .	4'. 9°. 53'. 47",3.	4'. 9°. 53'. 50",9.
Declinazione Boreale.	0. 19. 6. 32,8.	0. 19. 6. 24,5.
Latitudine	4. 7. 18. 29,0.	4. 7. 18. 34,4.
Longitudine	0. 0. 40. 0,7.	0. 0. 39. 53,6.

Preso un medio fra le due Osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d'Urano, come segue.

{ Longitudine	4. 7. 18. 31,7.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 39. 57,2.
Aberrazione in Longitudine	—0. 0. 0. 15,5.
Nutazione in Longitudine	—0. 0. 0. 11,9.
Longitudine vera d'Urano	4. 7. 18. 4,3.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longit. Geocentrica .	4. 7. 18. 14,0.	4. 7. 20. 21,4.
Latitudine Boreale . .	0. 0. 39. 50,2,	0. 0. 39. 58,7.
Err. delle Tav. in Long.	+0. 0. 0. 9,7.	+0. 0. 2. 17,1.
Err. in Latitud. . . .	—0. 0. 0. 7,0.	+0. 0. 0. 1,5.

Il dì 4. Febbrajo. T. m. Ore 11. 37'. 51".

Differenze osservate.	Fra Urano e δ del Cancro.	Fra Urano ed α del Cancro.	Fra Urano e ι ξ del Cancro.
In Asc. retta.	+0. 1. 31. 47,3.	—0. 4. 2. 3,2.	—0. 4. 36. 7,9.
In Declinaz.	+0. 0. 14. 28,1.	+0. 6. 29. 35,4.	—0. 3. 43. 37,6.
. . . Corretta dalla Rifraz.	+0. 0. 14. 28,7.	+0. 6. 29. 42,5.	—0. 3. 43. 41,9.

I luoghi apparenti d' Urano.

Ascens. retta.	4. 9. 43. 19,3.	4. 9. 43. 18,2.	4. 9. 43. 22,7.
Declinaz. Bor.	0. 19. 9. 16,7.	0. 19. 9. 6,8.	0. 19. 9. 8,8.
Longitudine.	4. 7. 8. 13,4.	4. 7. 8. 15,0.	4. 7. 8. 18,6.
Latitud. Bor.	0. 0. 40. 8,1.	0. 0. 39. 58,2.	0. 0. 40. 1,2.

Preso un medio fra le tre osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d' Urano, come segue.

{ Longitudine	4. 7. 8. 15,7.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 40. 2,5.
Aberrazione in Longitudine	—0. 0. 0. 15,4.
Nutazione in Longitudine	—0. 0. 0. 11,9.
Longitudine vera d' Urano	. . 4. 7. 7. 48,4.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longitud. Geocentr.	4ˢ. 7°. 4'. 51",9.	4ˢ. 7°. 9'. 57",5.
Latitudine Boreale :	0. 0. 39. 54. ,7.	0. 0. 39. 59, 1.
Err. delle Tav. in Long.	+0. 0. 0. 3, 5.	+0. 0. 2. 9, 1.
Errore in Latitudine.	—0. 0. 0. 7, 8.	—0. 0. 0. 3, 4.

L' errore medio delle Tavole del Ch. de Lambre si ha nella Longit. + 8",3., e nella Latit. — 11",5.; i quali perchè si trovino nell' osservazione del dì 26 Gennajo, prenderemo per la Longit. osservata in quel giorno 4ˢ. 7.° 31'. 41",4.; e per la Latit. 40'. 0",0.

Le Tavole ci danno per quel tempo la Longitudine del Sole 10ˢ. 7°. 19'. 12", 1.; onde col moto relativo d' Urano dal Sole restava a descriversi prima dell' opposizione un' arco di 12'. 19",3.; il quale secondo i moti del Sole 25'.22",6., e d' Urano 1'. 5", 7., calcolati dalle Tavole di Mayer e del de Lambre per l' istesso giorno, fra le Ore 12. 14'. 48". e l' Ore 22. 14'. 48"., si descrive nel tempo di Ore 4. 43'. 3". Perciò l' opposizione apparente seguì il dì 28. Gennajo. T. m. Ore 16. 57'. 51".

Dalle Tavole di Mayer si ha per quel tempo la Longit. del Sole 10ˢ. 7°. 31'. 10", 3.; dalla quale si deduce la Longit. Geocentr. apparente d' Urano 4ˢ. 7°. 31'. 10", 3.; e fatto uso delle Equazioni (1) — 26",0.; (2) + 1", 2.; la Longit. vera Eliocentrica riesce 4ˢ. 7°. 30'. 45", 4.

La Latit. Geocentr. d' Urano, per il tempo della opposizione, si deduce dalle osservazioni 40'. 0", 4.; alla quale corrisponde la Latit. Eliocentr. 37'. 52", 2.

Le Tavole del Ch. de Lambre danno per quel tempo la Longit. Elioc. d' Urano 4ˢ. 7°. 30'. 53", 1.; e la Latit. Bor. Elioc. 37'. 41", 0.: Onde l' errore di quelle Tavole era nella Longit. + 7", 7., e nella Latit. Elioc. — 11", 2.

Secondo le Tavole del Ch. Oriani, la Longit. Elioc. d' Urano era per il tempo dell' opposizione 4ˢ. 7°. 32'. 52", 3.; e la Latit. 37'. 49", 0.: Onde si ha l' errore dell' istesse Tavole nella Longit. Elioc. + 2'. 6", 9.; e nella Latit. — 3", 2.

---

(1) Observationes Siderum habitæ Pisis ab An. 1774. ad 1778. pag. 122.

(2) Novi Planetæ observationes, & theoria, pag. 16. & 17.

Se la suddetta Longit. Elioc. si corregga secondo la formola dello stesso Oriani dalle perturbazioni di Giove e Saturno, l' errore delle di lui Tavole si ridurrà a + 1'. 31",8.

Opposizione Osservata nel 1791.

Le Osservazioni d' Urano e delle Stelle δ del Cancro ed γ del Leone sono state fatte al Quadrante murale nei giorni 30., e 31. Gennajo, 1., 2., e 3. Febbrajo. I luoghi apparenti delle Fisse ricavati dai Cataloghi sono descritti per il primo Febbrajo. Noi abbiamo fatto uso di quelli dedotti dal Catalogo di Mayer.

Nomi delle Stelle.	Dal Catalogo di Mayer.	Dal Catalogo di Bradley.	Dal Catalogo di la Caille.
δ. del Cancro.			
Asc. retta.	4^s. 8°. 12'. 18",6.	4^s. 8°. 12'. 24",1.	4^s. 8°. 12'. 24",0.
Declin. Bor.	0. 18. 54. 35, 3.	0. 18. 54. 34, 3.	0. 18. 54. 43, 1.
γ del Leone.			
Asc. retta.	4. 28. 59. 10,7.	4. 28. 59. 18,1.	4. 28. 59. 8,3.
Declin. Bor.	0. 17. 46. 15,0.	0. 17. 46. 13,4.	0. 17. 46. 23,4.

Il dì 30. Gennajo. T. m. ore 12. 19'. 15".

Differenza osservata fra Urano ed γ del Leone.

In Ascensione retta	— 0. 14. 2. 24,7.
In Declinazione	+ 0. 0. 2. 19,3.
. . . . . Corretta dalla Rifrazione	+ 0. 0. 2. 19,4.

I luoghi apparenti d' Urano.

Ascensione retta	4. 14. 56. 45,6.
Declinazione Boreale	0. 17. 48. 34,4.
{ Longitudine Boreale	4. 12. 16. 16,0.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 42. 7,9.
Aberrazione in Longitudine	— 0. 0. 0. 15,5.
Nutazione in Longitudine	— 0. 0. 0. 7,3.
Longitudine vera d' Urano	4. 12. 15. 53,2.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longit. Geocentrica .	4. 12. 15. 48,4.	4. 12. 19. 5,4.
Latit. Geocen. Bor. . .	0. 0. 42. 4,2.	0. 0. 42. 9,5.
Err. delle Tav. in Long.	— 0. 0. 0. 4,8.	+ 0. 0. 3. 12,2.
Errore nella Latit. . .	— 0. 0. 0. 3,7.	+ 0. 0. 0. 1,6.

Il dì 31. Gennajo. T. m. Ore 12. 15'. 9".

Differenze osservate.	Fra Urano e δ del Cancro.	Fra Urano e γ del Leone.
In Ascensione retta ..	+0'. 6°. 42'. 3",7.	—0'. 14°. 5'. 0",9.
In Declinazione ...	—0. 1. 5. 6,2.	+0. 0. 3. 1,3.
... Corretta dalla Rifr.	—0. 1. 5. 7,5.	+0. 0. 3. 1,4.
	I luoghi apparenti d'Urano.	
Ascensione retta ...	4. 14. 54. 22,2.	4. 14. 54. 9,6.
Declinazione Boreale.	0. 17. 49. 27,8.	0. 17. 49. 16,4.
Longitudine	4. 12. 13. 49,3.	4. 12. 13. 41,1.
Latitudine Boreale ..	0. 0. 42. 20,8.	0. 0. 42. 6,2.

Preso un medio fra le due Osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d'Urano, come segue.

{ Longitudine	4. 12. 13. 45.,1.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 42. 13.,5.
Aberrazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 15.,6.
Nutazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 7.,3.
Longitudine vera d'Urano	4. 12. 13. 22.,2.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longit. Geocentr.	4. 12. 13. 11.,1.	4. 12. 16. 26.,3.
Latit. Geocentr. Bor.	0. 0. 42. 4.,8.	0. 0. 42. 9.,7.
Err. delle Tav. in Lon.	—0. 0. 0. 11.,1.	+0. 0. 3. 4.,1.
Errore in Latitudine.	—0. 0. 0. 8.,7.	—0. 0. 0. 3.,8.

Il dì 1. Febbrajo. T. m. Ore 12. 11'. 3".

Differenze osservate.	Fra Urano, e δ del Cancro.	Fra Urano ed γ del Leone.
In Ascensione retta.	+0. 6. 39. 24.5.	—0. 14. 7. 38,8.
In Declinazione.	—0. 1. 4. 24,1.	+0. 0. 3. 45,7.
... Corretta dalla Rifr.	—0. 1. 4. 25,4.	+0. 0. 3. 45,8.
	I Luoghi apparenti d'Urano.	
Ascensione retta.	4. 14. 51. 43,1.	4. 14. 51. 31,9.
Declinaz. Boreale.	0. 17. 50. 9,9.	0. 17. 50. 0,8.
Longitudine.	4. 12. 11. 12,0.	4. 12. 11. 4,3.
Latitudine Boreale.	0. 0. 42. 17,9.	0. 0. 42. 6,1.

Preso un medio fra le due Osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d'Urano, come segue.

{ Longitudine	4ˢ. 12°. 11'. 8",1.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 42. 12,0.
Aberrazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 15,5.
Nutazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 7,3.
Longitudine vera d' Urano	4. 12. 10. 45, 3.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longit. Geocentrica.	4ˢ. 12°. 10'. 33",6.	4. 12. 13. 48, 5.
Latitud. Boreale.	0. 0. 42. 4,8.	0. 0. 42. 10, 1.
Err. delle Tav. in Lon.	—0. 0. 0. 11,7.	+0. 0. 3. 3, 2.
Errore in Latitud.	—0. 0. 0. 7,2.	—0. 0. 0. 1, 9.

Il dì 2. Febbrajo T. m. Ore 12. 6'. 59".

Differenze osservate.	Fra Urano e δ del Cancro.	Fra Urano ed γ del Leone.
In Ascensione retta.	+0. 6. 36. 47,2.	—0. 14. 10. 15,1.
In Declinazione.	—0. 1. 3. 38,2.	+0. 0. 4. 31,0.
... Corretta dalla Rifr.	—0. 1. 3. 39,5.	+0. 0. 4. 31,1.

I luoghi apparenti d'Urano.

Ascensione retta.	4. 14. 49. 5,9.	4. 14. 48. 55,7.
Declinaz. Boreale.	0. 17. 50. 55,8.	0. 17. 50. 46,1.
Longitudine.	4. 12. 8. 35,5.	4. 12. 8. 28,8.
Latitudine Boreale.	0. 0. 42. 20,7.	0. 0. 42. 9,9.

Preso un medio fra le due Osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d'Urano, come segue.

{ Longitudine	4. 12. 8. 32,1.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 42. 15,3.
Aberrazione nella Longitudine . . .	—0. 0. 0. 15,5.
Nutazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 7,3.
Longitudine vera d'Urano	4. 12. 8. 9,3.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longit. Geocentrica.	4. 12. 7. 56,5.	4. 12. 11. 10,6.
Latitud. Boreale.	0. 0. 42. 5,0.	0. 0. 42. 10,3.
Err. delle Tav. in Lon.	—0. 0. 0. 12,8.	+0. 0. 3. 1,3.
Errore in Latitud.	—0. 0. 0. 10,3.	—0. 0. 0. 5,0.

Il dì 3. Febbrajo. T. m. Ore 12. 2'. 56".

Differenze osservate.	Fra Urano e δ del Cancro.	Fra Urano e γ del Leone.
In Ascensione retta.	+0ˢ. 6°. 34'. 8",8.	—0ˢ. 14°. 12' 57".4.
In Declinazione . . .	—0. 1. 2. 50,6.	+0. 0. 5. 17,8.
. . . Corretta dalla Rifr.	—0. 1. 2. 51,9.	+0. 0. 5. 17,9.
	I luoghi apparenti d'Urano.	
Ascensione retta . . .	4. 14. 46. 27,6.	4. 14. 46. 13,6.
Declinazione Boreale	0. 17. 51. 43,4.	0. 17. 51. 32,9.
Longitudine	4. 12. 5. 57,9.	4. 12. 5. 47,7.
Latitudine Boreale . .	0. 0. 42. 24,0.	0. 0. 42. 10,5.

Preso un medio fra le due Osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d'Urano, come segue.

Longitudine	4. 12. 5. 52,8.
Latitudine Boreale	0. 0. 42. 17,2.
Aberrazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 15,5.
Nutazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 7,3.
Longitudine vera d'Urano	4. 12. 5. 30,0.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longit. Geocentrica.	4. 12. 5. 19,7.	4. 12. 8. 34,5.
Latitud. Boreale . . .	0. 0. 42. 5,3.	0. 0. 42. 10,2.
Errore delle Tav. in Lon.	—0. 0. 0. 10,3.	+0. 0. 3. 4,5.
Errore nella Latitud.	—0. 0. 0. 11,9.	—0. 0. 0. 7,0.

Dalle riferite osservazioni si deduce l'errore medio delle Tavole di de Lambre — 10", 1. per la Longitudine; e — 8", 2. per la Latitudine; quali si avranno nell' osservazione del dì 31. Gennajo, assumendo la Longitudine apparente osservata in quel giorno 4ˢ. 12°. 13'. 44", 1.; e la Latitudine Boreale 42'. 13", 0.. La longitudine del Sole presa dalle tavole del Ch. de Lambre, che l' Illustre Astronomo de la Lande ha aggiunte al primo Tomo dell' ultima edizione della sua Astronomia, si ha per quel tempo 10ˢ. 12°. 8'. 46", 2; restava dunque un' arco di 4'. 57", 9. a descriversi col moto relativo d'Urano dal Sole prima dell' opposizione. Quest'arco, secondo il moto del Sole 1°. 0'. 41", 1., e quello di Urano 2'. 37", 5. presi nelle Tavole dall' osser-

vazione del 31. Gennajo a quelle del 1. Febbrajo si percorre in ore 1. 52'. 36". ; onde l' opposizione apparente di Urano seguì il dì 31. Gennajo T. m. ore 14. 7'. 45". Per quel tempo la Longitudine del Sole si ha dall' istesse tavole 10ˢ. 12°. 13'. 31", 7. ; e perciò la Longitudine geocentrica d' Urano 4ˢ. 12°. 13'. 31", 7. ; ed avuto come sopra, riguardo alle Equazioni — 21", 7., e + 1", 1., la Longitudine Elioc. dello stesso Pianeta 4ˢ. 12°. 13'. 11", 1.

La Latitudine Bor. d' Urano per il momento dell' opposizione si deduce dalle osservazioni 42'. 13", 0. ; alla quale corrisponde la Latitud. Elioc. 39'. 55", 9.

Per l' istesso tempo si ha dalle Tavole del Ch. de Lambre la Longit. Elioc. 4ˢ. 12°. 13'. 0", 5. ; e la Latit. Boreale 39'. 49", 5. ; onde l' errore di quelle Tavole era nella Longit. Eliocentr. — 10", 6. ; e nella Latit. Eliocentr. — 6", 4.

Dalle Tavole del Ch. Oriani si trova l' istessa Longit. 4ˢ. 12°. 15'. 52", 0. ; e la Latit. Bor. 39'. 53", 8. : Dal che si ha l' errore di quelle Tavole nella Longit. Eliocen. + 2'. 40", 9. ; e nella Latitudine — 2", 1.

Se questa Longitudine si corregga secondo la formola del Ch. Oriani dalle perturbazioni di Giove e Saturno, bisognerà aggiungervi 1'. 20., 2. ; onde l' errore di quelle Tavole diventa allora nella Longitudine — 4'. 1", 1.

Opposizione osservata nel 1792.

Si osservò il Pianeta Urano al Quadrante murale nei giorni 1, 2, 4, 6, e 9. Febbrajo insieme con le Stelle δ ed α del Cancro, ν ed γ del Leone ; i Luoghi apparenti delle quali descriviamo quì sotto dedotti dai Cataloghi per il dì 2. Febbrajo. Noi abbiamo fatto uso di quelli di Mayer per le Stelle δ del Cancro ed γ del Leone ; e di quelli di Bradley per α del Cancro e ν del Leone.

Nomi delle Stelle.	Dal Catalogo di Mayer.	Dal Catalogo di Bradley.	Dal Catalogo di la Caille.
δ del Cancr.			
Asc. retta . .	4'. 8°. 12'. 58",5.	4'. 8°. 13' 4",0.	4'. 8°. 13'. 3",9.
Declin. Bor.	0. 18. 54. 24,6.	0. 18. 54. 23,6.	0. 18. 54. 32,4.
α del Cancr.			
Asc. retta . .	4. 11. 46. 49,9.	4. 11. 46. 52,9.	4. 11. 46. 50,8.
Declin. Bor.	0. 12. 38. 57,8.	0. 12. 38. 56,0.	0. 12. 39. 4,8.
ν del Leone.			
Asc. retta.	4. 26. 45. 38,8.	4. 26. 45. 42,3.	4. 26. 45. 40,8.
Declin. Bor.	0. 13. 25. 33,6.	0. 13. 25. 33,3.	0. 13. 25. 36,1.
γ del Leone.			
Asc. retta.	4. 28. 59. 49,0.	4. 28. 59. 56,4.	4. 28. 59. 46,6.
Declin. Bor.	0. 17. 46. 0,8.	0. 17. 45. 59,2.	0. 17. 45. 59,2.

Il dì 1. Febbrajo. Tempo medio ore 12. 31'. 40".

Differenza osservata fra Urano ed γ del Leone.

In Ascensione retta	—0. 9. 11. 34,6.
In Declinazione	—0. 1. 20. 43,5.
. . . . Corretta dalla Rifrazione . . .	—0. 1. 20. 45,4.

I luoghi apparenti d' Urano.

Ascensione retta	4. 19. 48. 14,1.
Declinazione Boreale	0. 16. 25. 15,4.
{ Longitudine Boreale	4. 17. 7. 1,1.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 44. 4,3.
Aberrazione in Longitudine	—0. 0. 0. 15,4.
Nutazione in Longitudine	—0. 0. 0. 1,8.
Longitudine vera d' Urano	4. 17. 6. 43,9.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longitud. Geocentr.	4. 17. 6. 49,6.	4. 17. 11. 29,4.
Latitudine Boreale.	0. 0. 43. 57,5.	0. 0. 44. 4,0.
Err. delle Tav. in Long.	+0. 0. 0. 5,7.	+0. 0. 4. 45,5.
Errore in Latitudine.	—0. 0. 0. 6,8.	—0. 0. 0. 0,3.

Il dì 2. Febbrajo. T. m. Ore 12. 27′ 34″.

Differenze osservate.	Fra Urano e δ del Cancro.	Fra Urano ed α del Cancro.
Ascensione retta.	+0ˢ. 11°. 32′. 45″,9.	+0ˢ. 7°. 58′. 41″,1.
Declinazione	—0. 2. 28. 7,8.	+0. 3. 47. 0,4.
. . . Corr. dalla Rifraz.	—0. 2. 28. 11,0.	+0. 3. 47. 5,4.
	I luoghi apparenti d'Urano.	
Ascensione retta . . .	4. 19. 45. 44,4.	4. 19. 45. 34,0.
Declinazione Boreale.	0. 16. 26. 13,6.	0. 16. 26. 1,4.
Longitudine.	4. 17. 4. 26,4.	4. 17. 4. 20,6.
Latitudine Boreale . .	0. 0. 44. 16,3.	0. 0. 44. 2,3.

Differenze osservate.	Fra Urano e ν del Leone.	Fra Urano ed ϳ del Leone.
Ascensione retta.	—0. 7. 0. 7,5.	—0. 9. 14. 9,9.
Declinazione	+0. 3. 0. 19,8.	—0. 1. 19. 55,3.
. . . Corr. dalla Rifraz.	+0. 3. 0. 23,7.	—0. 1. 19. 57,2.
	I luoghi apparenti d'Urano.	
Ascensione retta . . .	4. 19. 45. 34,8.	4. 19. 45. 39,1.
Declinazione Boreale.	0. 16. 25. 57,0.	0. 16. 26. 3,6.
Longitudine.	4. 17. 4. 22,7.	4. 17. 4. 24,9.
Latitudine Boreale . .	0. 0. 43. 58,3.	0. 0. 44. 5,7.

Preso un medio fra le quattro osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d' Urano come segue.

{ Longitudine	4. 17. 4. 23,7.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 44. 5,6.
Aberrazione in Longitudine	—0. 0. 0. 15,4.
Nutazione in Longitudine	—0. 0. 0. 1,8.
Longitudine vera d'Urano	4. 17. 4. 6,5.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longitud. Geocentr.	4. 17. 4. 12,0.	4. 17. 8. 51,8.
Latitudine Boreale . .	0. 0. 43. 58,5.	0. 0. 44. 4,3.
Err. delle Tav. in Long.	+0. 0. 0. 5,5.	+0. 0. 4. 45,3.
Err. nella Latitudine.	—0. 0. 0. 7,5.	—0. 0. 0. 1,3.

Il dì 4. Febbrajo. T. m. Ore 12. 19'. 21".

Differenze osservate.	Fra Urano, e δ del Cancro.	Fra Urano ed α del Cancro.
Ascensione retta . .	+0ʹ. 11°.27'. 24",8.	+0ʹ. 7°. 53'. 30",4.
Declinazione	—0. 2. 26. 37,8.	+0. 3. 48. 27,9.
. . . Corretta dalla Rifr.	—0. 2. 26. 41,0.	+0. 3. 48. 32,9.

I luoghi apparenti d'Urano.

Ascensione retta . .	4. 19. 40. 33,5.	4. 19. 40. 23,4.
Declinaz. Boreale . .	0. 16. 27. 43,7.	0. 16. 27. 30,7.
Longitudine	4. 16. 59. 14,9.	4. 16. 59. 9,7.
Latitudine	0. 0. 44. 12,2.	0. 0. 43. 56,9.

Differenze osservate.	Fra Urano e ν del Leone.	Fra Urano ed γ del Leone.
Ascensione retta . .	—0. 7. 5. 18,5.	—0. 9. 19. 20,1.
Declinazione	+0. 3. 1. 51,8.	—0. 1. 18. 24,8.
. . . Corretta dalla Rifr.	+0. 3. 1. 55,7.	—0. 1. 18. 26,6.

I luoghi apparenti d' Urano.

Ascensione retta . .	4. 19. 40. 24,4.	4. 19. 40. 29,7.
Declinaz. Boreale .	0. 16. 27. 28,8.	0. 16. 27. 34,1.
Longitudine	4. 16. 59. 11,1.	4. 16. 59. 14,3.
Latitudine	0. 0. 43. 55,3.	0. 0. 44. 2,0.

Preso un medio fra le quattro Osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d' Urano.

Longitudine	4. 16. 59. 12,5.
Latitudine Boreale	0. 0. 44. 1,6.
Aberrazione in Longitudine	—0. 0. 0. 15,4.
Nutazione nella Longitudine	—0. 0. 0. 1,8.
Longitudine vera d' Urano	4. 16. 58. 55,3.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longit. Geocentrica.	4. 16. 58. 58,5.	4. 17. 3. 36,6.
Latitud. Boreale.	0. 0. 43. 58,8.	0. 0. 44. 5,5.
Err. delle Tav. in Lon.	+0. 0. 0. 3,2.	+0. 0. 4. 41,3.
Errore in Latitudine.	—0. 0. 0. 2,8.	+0. 0. 0. 3,9.

Il dì 6. Febbrajo. T. m. Ore 12. 11'. 9".

Differenze osservate.	Fra Urano ed α del Cancro.	Fra Urano e ν del Leone.	Fra Urano ed γ del Leone.
A. c. retta.	+0'.7°. 48'.19',9.	—0'.7°.10'.28",7.	—0'.9°.24".30,3.
Declinaz.	+0. 3. 50. 6,5.	+0. 3. 3. 30.,6.	—0. 1. 16. 49,0.
. . . Corr. dalla Rifr.	+0. 3. 50. 11,6.	+0. 3. 3. 34,6.	—0. 1. 16. 50,8.

I luoghi apparenti d' Urano.

A. c. retta.	4. 19. 35. 13,0.	4. 19. 35. 14,2.	4. 19. 35. 19,5.
Decl. Bor.	0. 16. 29. 7,4.	0. 16. 29. 7,7.	0. 16. 29. 9,9.
Longitud.	4. 16. 53. 57,1.	4. 16. 53. 57,7.	4. 16. 54. 1,9.
Latitudin.	0. 0. 43. 57,4.	0. 0. 43. 59,4.	0. 0. 44. 3,0.

Preso un medio fra le tre Osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d' Urano, come segue.

Longitudine	4. 16. 53. 58,9.
Latitudine Boreale	0. 0. 43. 59,9.

Dal paragone della Stella δ del Cancro che in questo giorno non si è potuta osservare, e da quello delle altre Stelle col Pianeta si trova per le precedenti, e la susseguente osservazione una differenza di — 2", 7. riguardo alla Longitudine del Pianeta, e + 14", 1. per la Latitudine. Si potrà dunque assumere per la Longitudine 4'. 16°. 53'. 56",2.; e per la Latitudine 44'. 14",0.; quali sarebbero state dedotte in quel giorno dal confronto del Pianeta colla predetta Stella. Preso perciò di nuovo un medio fra le quattro osservazioni, si avranno i Luoghi apparenti d' Urano come segue.

Longitudine	4. 16. 53. 58,2.
Latitudine Boreale	0. 0. 44. 3,4.
Aberrazione in Longitudine	—0. 0. 0. 15,4.
Nutazione in Longitudine	—0. 0. 0. 1,8.
Longitudine vera d' Urano	4. 16. 53. 41,0.

Calcolando sulle Tavole.	Del Ch. Lambre.	Del Ch. Oriani.
Longitudine Geocentrica.	4. 16. 53. 44,9.	4. 16. 58. 19,7.
Latitudine Boreale	0. 0. 43. 59,3.	0. 0. 44. 5,8.
Errore delle Tav. in Longit.	+0. 0. 0. 3,9.	+0. 0. 4. 38,7.
Errore in Latitudine . . .	—0. 0. 0. 4,1.	+0. 0. 0. 2,4.

Il dì 9. Febbrajo. T. m. Ore 11. 58'. 50".

Differenze osservate.	Fra Urano e δ del Cancro.	Fra Urano ed α del Cancro.
Ascensione retta . . .	+0'. 11°. 14'. 37",2.	+0'. 7°. 40'. 34",6.
Declinazione	—0. 2. 22. 30,5.	+0. 3. 52. 36,4.
. . . Corretta dalla Rifr.	—0. 2. 22. 33,6.	+0. 4. 52. 41,5.

I luoghi apparenti d' Urano.

Ascensione retta . . .	4. 19. 27. 36,1.	4. 19. 27. 27,9.
Declinaz. Boreale . .	0. 16. 31. 51,1.	0. 16. 31. 37,1.
Longitudine	4. 16. 46. 9,5.	4. 16. 46. 6,3.
Latitudine Boreale . .	0. 0. 44. 22,0.	0. 0. 44. 6,2.

I luoghi apparenti d' Urano.

Differenze osservate.	Fra Urano e ν del Leone.	Fra Urano ed γ del Leone.
Ascensione retta . . .	—0. 7. 18. 13,6.	—0. 9. 32. 16,2.
Declinazione	+0. 3. 6. 2,4.	—0. 1. 14. 21,5.
. . . Corretta dalla Rifr.	+0. 3. 6. 6,4.	—0. 1. 14. 23,2.

Ascensione retta . . .	4. 19. 27. 29,6.	4. 19. 27. 34,0.
Declinaz. Boreale . .	0. 16. 31. 39,4.	0. 16. 31. 37,5.
Longitudine	4. 16. 46. 7,1.	4. 16. 46. 11,7.
Latitudine Boreale . .	0. 0. 44. 9,2.	0. 0. 44. 8,4.

Preso un medio fra le quattro osservazioni, si avranno i luoghi apparenti d' Urano, come segue.

{ Longitudine	4. 16. 46. 8,6.
{ Latitudine Boreale	0. 0. 44. 11,4.
Aberrazione in Longitudine	—0. 0. 0. 15,4.
Nutazione in Longitudine	—0. 0. 0. 1,8.
Longitudine vera d' Urano	4. 16. 45. 50,4.

Calcolando sulle Tav.	Del Ch. Lambre	Del Ch. Oriani.
Longitud. Geocentrica	4. 16. 45. 53,2.	4. 16. 50. 26,2.
Latitudine Boreale . .	0. 0. 44. 0,5.	0. 0. 44. 6,5.
Err. delle Tav. in Long.	+0. 0. 0. 2,8.	+0. 0. 4. 35,8.
Errore in Latitudine.	—0. 0. 0. 10,9.	—0. 0. 0. 4,9.

Si ha dalle precedenti osservazioni l' Errore medio delle Tav. del Ch. de Lambre + 4" per la Longit.; e trascurata l'osservazione del dì 9. Febbrajo, —5", 3 per la Latitudine; le quali perchè si abbiano nell' osservazione del dì 4., prenderemo per la Longitudine osservata in quel giorno 4ˢ. 16°. 59'. 11", 5; e per la Latit. Boreale 44'. 4", 1.

La Longitudine del Sole nel tempo dell' osservazione del 4. Febbrajo si ha dalle Tavole del Ch. de Lambre 10ˢ. 15°. 57'. 35", 6.; onde prima che succedesse l' opposizione doveva descriversi un' arco 1°. 1'. 35", 9 col moto relativo d' Urano dal Sole. Quest' arco, secondo il moto del Sole 2°. 1'. 5", 5., ed il moto d' Urano 5'. 13", 6., presi ambedue dalle Tavole fra le osservazioni del 4. e 6. Febbrajo, si descrive in ore 23. 20'. 25".; perciò l' opposizione apparente seguì il dì 5. Febbrajo. T. m. ore 11. 39'. 46".; per il qual tempo si trova dalle Tavole la Longitudine del Sole 10ˢ. 16°. 56'. 39", 5.; e da questa la Longitudine geocentrica d' Urano 4ˢ. 16°. 56'. 39", 5.; e fatto uso, come sopra, delle equazioni — 16", 3., e + 1", 1., la Longitudine eliocentrica 4ˢ. 16°. 56'. 24", 3.

Per l' istesso tempo dell' opposizione si deduce la Latitudine osservata 44'. 4", 4., alla quale corrisponde la Latitudine eliocentrica Boreale 41'. 42", 6.

La Longitudine eliocentrica d' Urano per il momento dell' opposizione si trova dalle Tavole del Ch. de Lambre 4ˢ. 16°. 56'. 25", 9., e la Latitudine Boreale 41'. 37", 7.; onde l' errore di quelle Tavole era nella Longitudine eliocentrica + 1", 6, e nella Latitudine — 4", 9.

Dalle Tavole del Ch. Oriani si ha per l' istesso tempo la Longitudine eliocentrica 4ˢ. 17°. 0'. 48", 4., e la Latitudine 41'. 42", 9.; e per ciò l' errore di quelle Tavole nella Longitudine + 4'. 24", 1., e nella Latitudine eliocentrica + 0", 3.

Se la Longitudine eliocentrica d' Urano dedotta dalle Tavole del Ch. Oriani si corregga secondo la di lui formola dalle perturbazioni cagionate dall' azione di Giove e Saturno, si dovrà aggiungere alla medesima 1'. 37", 4, onde l' errore di quelle Tavole per l' istessa Longitudine si avrà allora + 6'. 1", 5.

SOPRA UNA NUOVA MACCHINA PER DIVIDERE UNA DATA RETTA IN QUALUNQUE NUMERO DI PARTI EGUALI.

Lettera di Francesco Soave a Carlo Amoretti.

Ricevuta li 10. *Germile An. VI.* (30. Marzo 1798.)

La noja, che seco porta il dividere a forza di compasso una data retta in un dato numero di parti eguali, e la difficoltà di eseguire questa divisione con piena esattezza, massimamente ove trattisi di parti minime, ha indotto parecchi ad immaginare qualche stromento, con cui una tale divisione potesse compiersi meccanicamente con facilità insieme e con sicurezza.

Di quanti però a tale oggetto sono stati finora ideati, niuno io ne conosco nè più semplice, nè più facile, nè più sicuro di quello, che m' è avvenuto di veder quì ultimamente presso il Sig. Duca della Torre (*), inventato dal Sig. D. Girolamo Bianchi.

E poichè parvemi che di molto uso riuscir potesse a chiunque deve in queste cose occuparsi, io mi sono tosto procurato dal degnissimo Autore l'assenso di farne la descrizione, che or vi spedisco unitamente al disegno, perchè vogliate e l' uno e l' altra rimettere in mio nome alla Società Italiana.

La parte principale di questa macchinetta è la riga o Lastra d' ottone AB, (Tav. III. Fig. 2.) che intorno al centro A si aggira orizzontalmente dentro al quadrante CD, e col-

(*) Il Sig. Duca della Torre, noto per una relazione esattissima, pubblicata in due lettere, dell' eruzione del Vesuvio avvenuta ai 15. Giugno 1794., e per la bella descrizione del suo Gabinetto Vesuviano, accoppia ad un' estesa cognizione nelle Scienze Fisiche una somma abilità nelle Meccaniche, ed è autore egli stesso di molte macchine ingegnosissime, delle quali si spera che non tarderà lungamente a far parte al pubblico.

e colla vite B può fermarsi in qualunque punto si voglia del detto quadrante.

Essa nella lunghezza d' un mezzo piede parigino è divisa in 24. parti eguali, e la divisione delle parti è formata da tanti cilindretti esattamente torniti, ed esattamente equidistanti, assodati perpendicolarmente dentro alla lastra, e smussati dalla parte posteriore per l' uso che si dirà in appresso.

Lungo la costa della sbarra d' acciajo EF, fissata fermamente sul piano, movesi il rimanente della macchina, le cui parti laterali HG, KI sono colla detta sbarra perfettamente ad angoli retti.

Parallela alla sbarra EF è la scanalatura LM, entro cui la tavoletta NO, che vuolsi dividere, si assicura coll' assicella PQ.

Or data, per esempio, la linea *a b* da doversi dividere in 24. parti eguali, spingesi verso E la macchinetta HGKI in maniera, che la parte HG copra col suo labbro il cilindretto del centro A, e sotto alla parte KI adattasi la tavoletta NO in maniera, che collo stilo SR venga a segnarsi al punto *a* il primo estremo della divisione. Poscia alzando la parte mobile HG fatta a bandella, ritirasi la macchinetta verso F, finchè collo stilo suddetto si segni al punto *b* l' altro estremo della divisione.

Segnati i due estremi, lasciando ferma la parte KI sul punto *b*, girasi la riga AB fino a tanto che il labbro della parte HG copra esattamente il cilindretto al numero 24; e in questa posizione la riga AB si fissa colla vite.

Allor s' avanza nuovamente la macchinetta, sicchè il labbro HG copra di nuovo il cilindretto A, per vedere se KI corrisponda nuovamente al punto *a*; indi ritirasi di mano in mano, sicchè il labbro HG copra successivamente il cilindretto 1, poscia il cilindretto 2 ec.; e di mano in mano segnansi collo stilo le divisioni. Giunto che voi sarete nuovamente a coprire il cilindretto 24, la parte KI corrisponderà nuovamente al punto *b*, e la retta *a b* sarà divisa esattamente in 24. parti eguali.

Che le parti debban essere eguali, egli è facilissimo a dimostrarsi. Imperocchè supponendo congiunti con una retta il punto *b*, e il cilindro 24, e prolungata da una parte

la linea *b a*, dall' altra la linea de' cilindretti, finchè vengano ad incontrarsi, noi avremo un triangolo rettangolo, in cui i due lati *b a*, e BA saranno successivamente tagliati da rette parallele alla base. Le parti dell' uno e dell' altro lato saranno dunque proporzionali fra loro; ed essendo perfettamente fra loro eguali le parti del lato BA, eguali del pari saran le parti del lato *b a*.

La divisione sopraccennata si è fatta andando a ritroso da *a* in *b*. Può anche farsi però viceversa avanzando da *b* in *a*; nel qual caso basta spingere semplicemente colla mano il corpo di mezzo, che copre la sbarra FE; perchè essendo i cilindretti, come di sopra si è detto, smussati dalla parte posteriore a piano inclinato, la lastra mobile HG li sormonta per se medesima, e cadendo di mano in mano a coprirli col suo labbro, avvisa ove abbiasi di mano in mano a segnar la divisione sulla linea *b a*.

Il numero delle parti, in cui una data retta con questa macchinetta si può dividere, potrà sembrare a prima vista limitato a 24.; tante e non più essendo le parti, in cui è divisa la riga AB. Ma se le parti della data retta *b a* si vorrà che invece di 24. siano per esempio 48., ciò potrà farsi in due maniere.

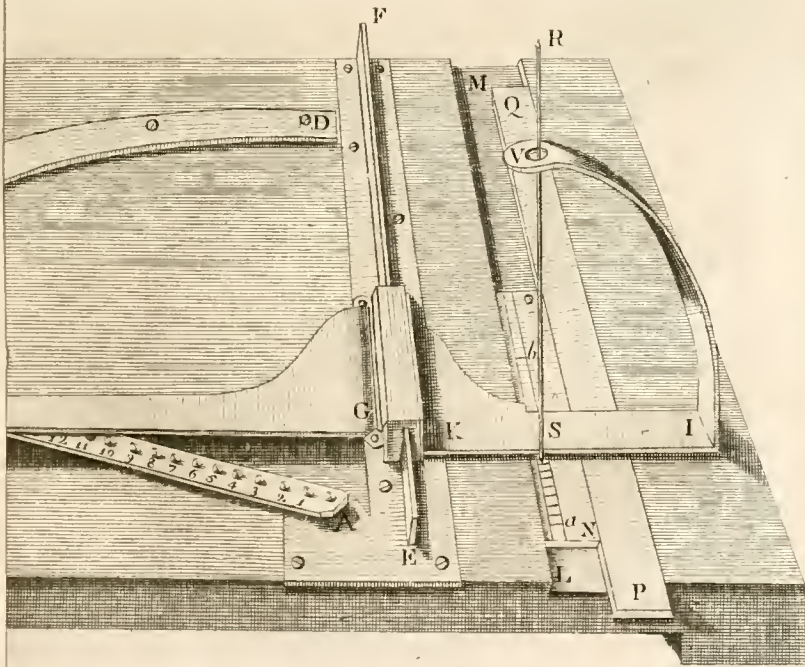
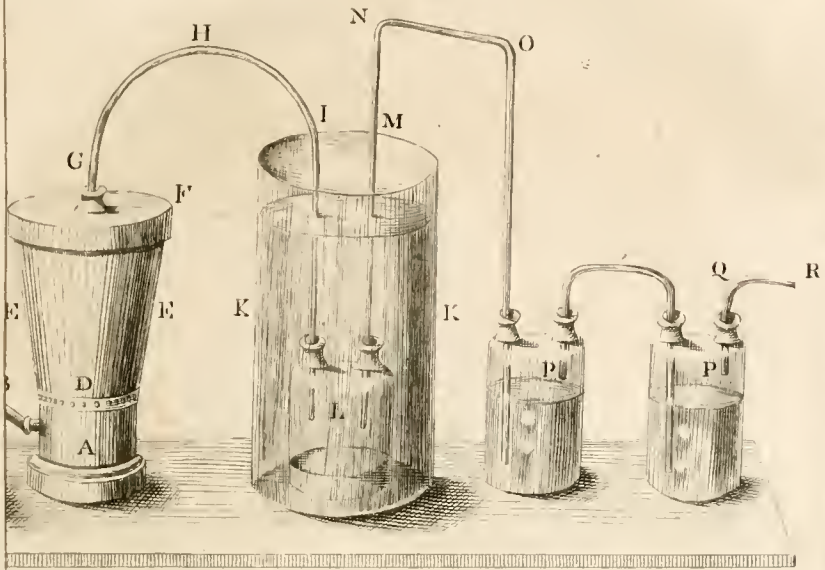
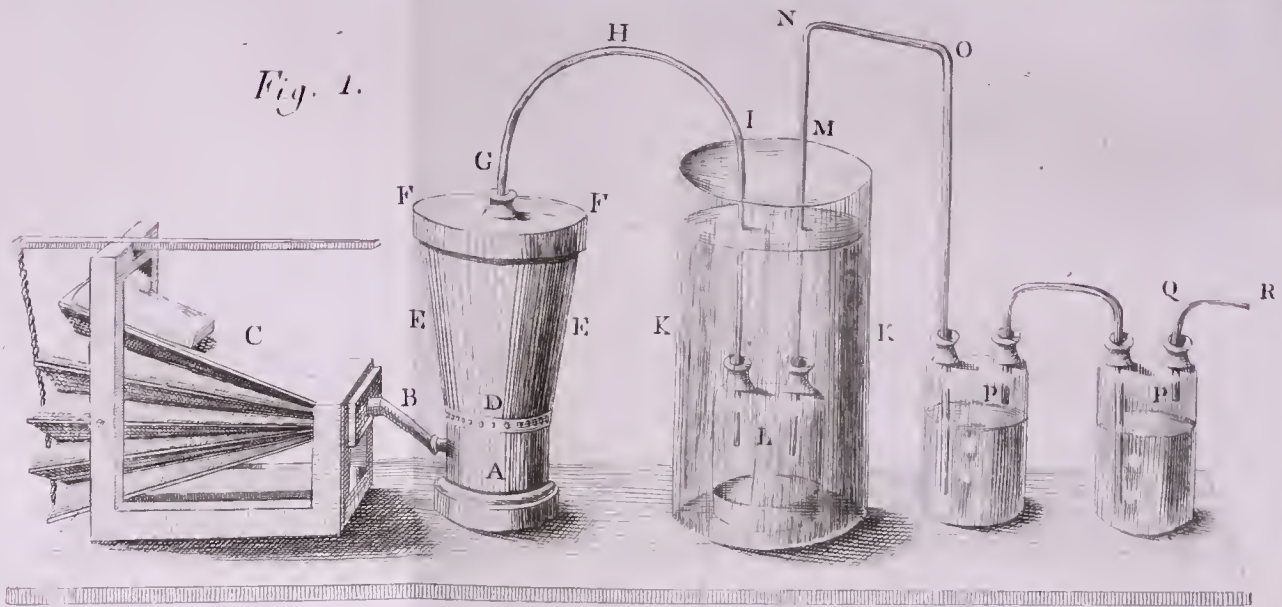
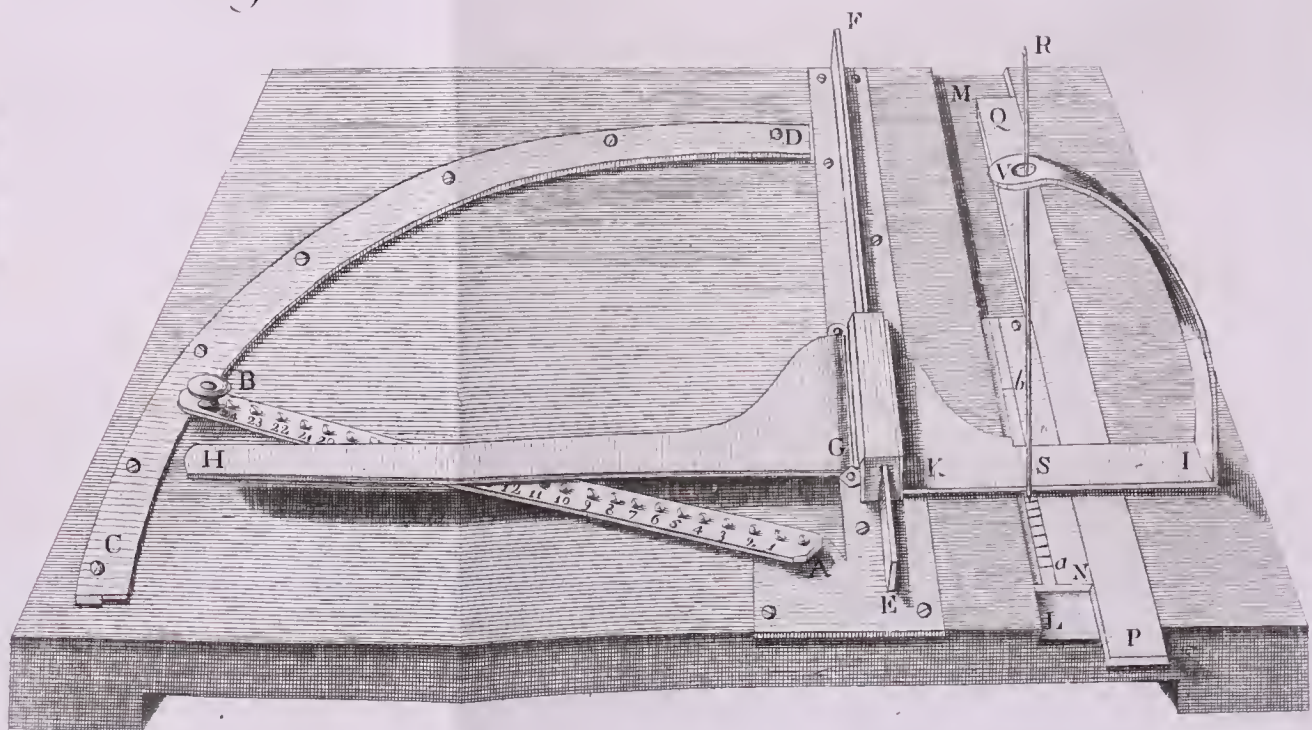
1. Prendendo la metà di *b a*, e dividendo questa in 24. parti; poi senza smovere punto la riga AB, dividendo in altrettante la seconda metà. Col qual metodo potrà pur dividersi in quante parti si voglia una retta di qualunque lunghezza; poichè data per esempio una linea di 4. piedi da dividersi in 200. parti, io comincierò a dividere in 20. la sua decima parte, poi seguitando, in altrettante dividerò le altre nove.

2. Dividendo prima tutta la retta *b a* in 24. parti; poscia soddividendo ciascuna di queste per metà: al qual fine basterà segnar la metà della prima parte, e sovr' essa ricominciar la divisione, lasciando ferma la riga AB al suo luogo. Con un tal mezzo ognun vede, come a forza di soddivisioni potranno le parti recarsi al massimo numero, ed alla massima minutezza: quantunque di una minutezza considerabile riescono anche alla prima divisione, qualora il punto B al punto C sia molto avvicinato.

Non restano ad accennare che due cose. La prima si

G. Gajani sculp.

Fig. 2.

G. Gajani sculp.

è, che la sbarra EF dall' uno de' lati è fatta ad angolo, affinchè il corpo, che sopra quella si move, proceda con più sicurezza sempre parallelo a se stesso, senza piegare nè a destra nè a sinistra, il che toglierebbe il parallelismo, e conseguentemente l' uguaglianza delle divisioni. La seconda, che lo stilo SR, perchè si possa maneggiar sempre nella stessa direzione, è stato espressamente inserito per una estremità nel foro V, che lo tiene obbligato. E' poi superfluo l' avvertire, che allo stilo potrà sostituirsi o matita, o penna, o checchè altro potrà occorrere all' uopo.

Sono ec.

NUOVE CONSIDERAZIONI

INTORNO

ALLA PRESSIONE D' UN CORPO SOSTENUTO DA TRE E PIU' APPOGGI IN UN PIANO ORIZZONTALE.

Di Paolo Delanges.

Ricevuta li 6. Fiorile An. VI. (25. *Aprile* 1798.)

§. I. Se la ricerca delle pressioni, che esercita un corpo contro gli appoggi su cui giace in un piano orizzontale, fosse da confondersi e riguardarsi come l' inversa di quella, in cui, dato essendo un sistema di corpi o di forze parallele e verticali, domandasi il centro di gravità o sia la risultante delle forze medesime; sembra che il *Ch. Leonardo Euler (Novi Comm. Acad. Scient. Imperialis Petropolitanæ Tom. XVII. An. MDCCLXXIII.)* non sarebbe ricorso ad un' ipotesi singolare, onde tentar di scioglière la questione generalmente; e d' Alembert (*Opus. Tom. VIII. pag.* 45.) e Bossut *(Tratt. Element. di Meccanica. Vol. primo. pag.* 212. *in Pavia. MDCCLXXXVIII.)* inutilmente avrebbero pronunciato e conchiuso, non poter determinarsi co' principj comuni della Meccanica, eccettuato il caso dei tre appoggi in triangolo, le pressioni, non solo se gli appoggi fossero più di tre, ma nemmeno se i tre sieno situati in diritto con la direzione del centro di gravità del corpo. Non sarà disutile perciò, e per dedurre nello stesso tempo delle considerazioni che servano di lume in tale tanto celeberrima quanto importante ricerca delle pressioni sugli appoggi, un analitico esame appunto dell' inversa sopraccennata, del centro cioè di gravità, o della risultante d' un sistema di forze parallele e verticali.

PROBLEMA I.

§. II. Dato il centro D (Fig. I.) di gravità e la somma G di tre corpi disposti nel sistema triangolare ABC, oppure, il che torna lo stesso, dato il peso G d' un corpo; trovare tre forze, che esercitando l' azione loro contro la direzione della gravità, lo sostengano in equilibrio, mediante tre fili raccomandati a tre punti in esso A,B,C situati in triangolo, e nel piano orizzontale che passa nel centro D di gravità del corpo medesimo.

Prima soluzione.

Congiunte le rette AD, BD, CD concorrano co' lati opposti ne' punti M, H, F. Si menino le AG, DN perpendicolari alla BC, la DO alla AG, e sia AO$=a$, OG$=b$ BG$=c$, GC$=d$, DO$=m$, sarà BN$=c-m$, e CN$=d+m$. Quindi si troverà agevolmente AD$=\sqrt{(a^2+m^2)}$, BD$=\sqrt{(b^2+(c-m)^2)}$ CD$=\sqrt{(b^2+(d+m)^2)}$, DM$=\frac{b}{a}\sqrt{(a^2+m^2)}$, DH$=$ $\frac{a(d+m)+bm}{a(c-m)+b(c+d-m)}\sqrt{(b^2+(c-m)^2)}$, e DF$=\frac{a(c-m)-bm}{a(d+m)+b(c+d+m)}$ $\sqrt{(b^2+(d+m)^2)}$. Ora instituendosi, per la nota teoria del centro di gravità, come AM a DM, così la somma delle forze B, C raccolte in M, e della forza A, cioè il totale peso G del corpo, alla forza in A; si troverà la forza in A$=$G$\left(\frac{b}{a+b}\right)$: e instituendo similmente come BH a DH, così G a B; si avrà la forza in B$=$G $\left(\frac{a(d+m)+bm}{(a+b)(c+d)}\right)$: e come CF a DF, così G a C; s' otterrà la forza al punto C$=$G$\left(\frac{a(c-m)-bm}{(a+b)(c+d)}\right)$: espressioni determinate, e che prese insieme danno l' intero peso G del corpo, condizione, dirò così, intrinseca del problema.

Seconda soluzione.

Pel punto D si conduca qualsivoglia retta RDT, che seghi la perpendicolare AG in S, i lati AB, AC ne' punti R, T, ed il lato BC prolungato quanto abbisogna nel punto Z. Si dica $SO = p$, ed essendo $AB = \sqrt{(c^2 + (a+b)^2)}$, $AC = \sqrt{(d^2 + (a+b)^2)}$; si scoprirà $DR = \frac{\delta}{\alpha}\sqrt{(p^3 + m^2)}$, $DT = \frac{\pi}{\omega}\sqrt{(p^2 + m^2)}$, $BR = \frac{b\alpha - p\delta}{\alpha(a+b)}\sqrt{(c^2 + (a+b)^2)}$, $AR = \frac{a\alpha + p\delta}{\alpha(a+b)}\sqrt{(c^2 + (a+b)^2)}$, $CT = \frac{b\omega + p\pi}{\omega(a+b)}\sqrt{(d^2 + (a+b)^2)}$, ed $AT = \frac{a\omega - p\pi}{\omega(a+b)}\sqrt{(d^2 + (a+b)^2)}$: valori ne' quali è $\alpha = am + bm - cp$, $\delta = ac - am - bm$, $\pi = ad + am + bm$, ed $\omega = am + bm + dp$. Considerando pertanto RDT come un vette caricato nel punto D del peso G, le forze parallele e verticali da collocarsi nei punti R, T, che chiameremo pure R, T, per l'equilibrio, saranno per la sopraccennata teoria, $R = G\left(\frac{\alpha\pi}{\alpha\pi + \omega\delta}\right)$, e $T = G\left(\frac{\delta\omega}{\alpha\pi + \omega\delta}\right)$. E dividendo le forze R, T nei punti B, A e C, A in reciproca ragione delle distanze BR, RA, e CT, TA, sommando le due che devono agire nello stesso punto A; si otterrà $A = G\left(\frac{b(\alpha\pi + \omega\delta)}{(a+b)(\alpha\pi + \omega\delta)}\right) = G\left(\frac{b}{a+b}\right)$, $B = G\left(\frac{\pi(a\alpha + p\delta)}{(a+b)(\alpha\pi + \omega\delta)}\right)$, e $C = G\left(\frac{\delta(a\omega - p\pi)}{(a+b)(\alpha\pi + \omega\delta)}\right)$: queste tre forze insieme prese pareggiano il peso G e diventano identiche colle superiormente ritrovate, mediante le rette AM, BH, CF, condotte da' punti A, B, C, pel punto D, sostituendo in esse i valori di α, δ, π, e ω. Serve l' esposta soluzione pure a riconfermare essere determinato il proposto problema. Il che ec.

PROBLEMA II.

§. III. Poste le cose medesime, sieno i punti A, B, C, (Fig. II.) in linea retta col punto D, di modo che può

riguardarsi AC come una verga rigida, gravata nel punto D del peso G del corpo: si cercano le tre forze verticali d' applicarsi ai punti A, B, C per l' equilibrio.

Preso fra li punti B,C qualsivoglia punto H, si otterranno le forze A, H per l' equilibrio del corpo, dividendo il suo peso G nella reciproca ragione delle distanze AD, DH; e dividendo la H in due forze che stieno in reciproca ragione de' segamenti BH, HC, si avranno le tre forze verticali A,B,C pel ricercato equilibrio. Siccome arbitrariamente però viene fissato il punto H fra i punti B, C, e che perciò infinite di numero e diverse fra se possono essere le tre forze A,B,C che sostengano in equilibrio lo stesso corpo, soddisfacendo nello stesso tempo alla condizione intrinseca del problema, che in ogni caso cioè la somma loro pareggi il suo peso G; così è manifesto che il presente problema è indeterminato. Il che ec.

PROBLEMA III.

§. IV. Trovare le quattro forze verticali d' applicarsi a' quattro punti B,K,P,C (Fig. I.), per l' equilibrio del dato corpo, situati nel piano orizzontale BKPC in cui cade il centro di gravità D del corpo medesimo.

Si meni per D comunque si voglia la retta RDT che incontri ne' punti R,T i lati opposti BK, CP del quadrilatero BKPC. Usando della suindicata teoria del centro di gravità, si scopriranno le forze verticali in R e in T, e quindi quelle da disporsi ne' punti B,K,P,C pel ricercato equilibrio. Ma perchè conducendosi per lo stesso punto D un' altra retta LDE, se anche nel caso che i lati opposti BK, CP fossero paralleli, e che però fosse RD a DT come LD a DE, le ragioni di BR a RK e di CT a TP non sono uguali alle ragioni di BL a LK e di CE ad EP: egli è evidente che le quattro forze verticali da collocarsi ne' punti B,K,P,C per l' equilibrio nel dato sistema possono variarsi all' infinito, mentre la somma delle quattro derivate dall' arbitraria posizione di qualsivoglia asse RDT che passi pel punto D pareggerà sempre il peso totale del corpo che sostengono in equilibrio. Dunque indeterminato è il proposto problema, ed è facile come s' è dimostrato dei

tre nel problema antecedente, a dimostrarsi pure indeterminato se i quattro punti fossero situati in linea retta. Il che ec.

§. V. Allo stesso modo si dimostra egualmente indeterminato il problema se si ricercassero cinque sei ec. forze verticali, onde sospendere un dato corpo in equilibrio. Il problema dunque, dato il centro di gravità e la somma d' un sistema di corpi, o la posizione ed il valore d' una risultante d' un sistema di forze parallele e verticali, è determinato nel caso soltanto dei tre corpi o tre forze disposte in triangolo. Qualora convenisse pertanto ridurre a questa questione quella d' un corpo che giace sopra diversi appoggi, quanto s' è concluso per la prima, varrebbe eziandio per la seconda, cioè necessariamente sarebbe essa pure indeterminata, eccettuato il caso dei tre appoggi in triangolo. Ma così non è, come saggiamente conobbero i mentovati Geometri, altra e ben differente essendo di condizione la prima, in cui si tratta di trovare forze collegate insieme ed allo stesso corpo che devono sostenere in equilibrio, mentre nella seconda si cercano le pressioni sofferte da sostegni isolati su quali riposa il corpo, inerti ed invincibili o almeno di tal fermezza da sostenere ciascuno da se occorrendo l' intiero suo peso. Di maniera che non può concludersi che non essendo generalmente determinato il problema delle forze, generalmente pure non sia determinato quello degli appoggi. Alcuni casi particolari costringono sempre più a tale distinzione. Chiunque, a cagion d' esempio, converrà, che poggiato un corpo su quattro sostegni de' quali i vertici sieno in un piano orizzontale e disposti agli angoli d' un quadrato, nel di cui centro cada la verticale che passa pel centro di gravità del corpo, ogni sostegno soffra la pressione equivalente alla quarta parte del peso intiero del corpo: mentre se volesse sospendersi in equilibrio il corpo medesimo, mediante quattro forze verticali nelle stesse circostanze, bensì le opposte per diagonale saranno eguali tra se, ma possono diversificarsi all' infinito, come chiaramente apparisce dal problema superiore (§. IV.). In conclusione se la mente convincesi essere necessariamente di condizione indeterminata il problema delle forze, non può parimenti convincersi che indeterminato

sia quello degli appoggi. Con tale avvertenza e non altrimenti io intrapresi le qualunque si sieno mie applicazioni su questo soggetto, e le esposi nel Tom. V. della nostra Società. Perciò io parto dalla considerazione in quella mia Memoria, che la pressione sofferta da ciascun appoggio dipender deva dalla posizione respettiva che ha verso gli altri e verso il centro di gravità del corpo sostenuto. E riflettendo inoltre che nel caso di due sostegni, col supporre a vicenda uno d' essi punto d' appoggio, si determinano le pressioni da essi sofferte, immaginandosi due minime rotazioni intorno a due assi perpendicolari alla retta che li congiunge, non già contro la direzione della gravità, come potrebbe supporsi dovendo il corpo esser sostenuto da due forze verticali, ma secondo la direzione medesima come se per un istante ceder dovessero, onde non limitare, dirò così, il grado della loro attività: così ne' casi dei tre, quattro ec., riducendo appunto il problema ad un vette di tre, quattro braccia ec., fo uso della stessa ipotesi, fondata finalmente sul principio delle velocità iniziali, con la precauzione però di non alterare la supposta condizione degli appoggi, cioè di essere inconcussi quanto può loro abbisognare. Egli è vero che nel problema I. della citata mia Memoria, ove parlo dei tre appoggi, equivocamente io mi esprimo dicendo „ considerando poscia le pressioni ch' essi soffrono, come tre potenze che agiscano dal basso all' alto perpendicolarmente al piano orizzontale „ avvegnachè potrebbe credersi ch' io pure ammetta la tramutazione del problema degli appoggi in quello delle forze, mi sia lecito però il dichiarare quì che per le tre potenze sostituite da me coll' immagine alle pressioni, devono intendersi le reazioni degli appoggi medesimi, con cui contrastano nell' atto appunto di sostenere il corpo in equilibrio di cedere o moversi minimamente. Il *Paoli*, *Tom. VI.* della nostra Società nella di lui Memoria *sopra alcuni problemi Meccanici*, ammettendo che convertir si possa il problema degli appoggi in quello delle forze verticali applicate a punti nello stesso corpo e conseguentemente insieme collegate, e facendo uso del principio delle velocità virtuali, conchiude che il problema pure degli appoggi sia „ indeterminato quando gli appoggi „ sono più di tre, o quando i tre appoggi sono in linea

„ retta, e che nel caso dei tre appoggi non in diritto le
„ soluzioni de' *Signori Euler*, *Bossut*, *e la mia*, sono esat-
„ te e son comprese tra le infinite soluzioni che si posso-
„ no dare di questo problema differenti di aspetto, ma in
„ sostanza conformi. „ Conclusione che come dimostrai superiormente appartiene pure al problema d' un sistema di corpi o di forze verticali. Introduce però egli come necessaria nelle soluzioni dei differenti casi, l' equazione che la somma delle pressioni o forze verticali, secondo la di lui ipotesi equivalenti, d' applicarsi a' dati punti, sia eguale al peso del corpo da sospendersi in equilibrio; ed in seguito dimostra non aver luogo, compreso l' enunciata, che tre equazioni, quanti si sieno i punti da' quali si voglia sospenderlo, instituendo la prima perchè sia impedito al corpo il moto progressivo verticale in direzione della gravità, e le altre due perchè sia allo stesso impedito ogni altro moto di rotazione. All' opposto io escludo nella soluzione del problema degli appoggi l' equazione della somma delle pressioni eguale al peso del corpo, poichè egli sia lo stesso supporre che in qualunque disposizione si trovino, debbano soffrir tutti qualche pressione. Un corpo che voglia sospendersi con tre forze in linea retta o con quattro verticali, passando una di esse pel suo centro di gravità, posto questa minore del peso del corpo, restano e possono determinarsi le altre due in linea retta, o le altre tre in triangolo pel suo equilibrio; ma nel caso degli appoggi, cadendo la direzione del centro di gravità sopra uno di essi, questo lo sostiene intieramente, perchè suppongonsi inconcussi, e inutili divengono i rimanenti. La suddetta condizione della somma io la riguardo nel problema in questione degli appoggi come condizione intrinseca, e che deve servire di prova di riscontro alla sua soluzione, come similmente avviene in alcune regole della volgare Aritmetica, o come, a cagion d' esempio, volendosi dividere una data quantità in tre, quattro ec. parti, in data ragione, trovate ad una ad una le parti ricercate, serve di prova dell' esatta condotta nella soluzione, eguagliare la somma loro la data quantità. Passerò ora, dopo tali considerazioni intorno alla distinzione ch' io reputo doversi fare del problema delle forze verticali da quello degli appoggi, ad un' analisi

concreta e di fatto della soluzione ch' io diedi di questo nella summentovata mia Memoria.

PROBLEMA IV.

§. VI. Trovare le pressioni che soffrono tre sostegni o appoggi A, B, C (Fig. III.) su quali giace un corpo di cui G ne sia il peso.

Ridotto il problema a un vette da tre braccia GA, GB, GC caricato nel punto dell' unione loro del peso G del corpo, e conducendo gli assi DE, IL, HF perpendicolari alle stesse braccia, ed a questi le AD, CE, BI, BF, CE, CL; le pressioni sofferte dagli appoggi A,B,C, dedotte da equazioni instituite sulla teoria de' momenti, riguardando uno dopo l' altro gli stessi appoggi come centro di moto, saranno generalmente espresse dalle formule (M) (N) (O) (Mem. cit. prob. I.)

$$A = \frac{bln + chm - alm}{fln + ghm} \;\ldots\ldots\ldots\; (M)$$

$$B = \frac{agm + cfn - bgn}{fln + ghm} \;\ldots\ldots\ldots\; (N)$$

$$C = \frac{afl + bgh - cfh}{fln + ghm} \;\ldots\ldots\ldots\; (O)$$

E passando al concreto, supponghansi ottusi gli angoli AGB, AGC, BGC, e facendo uso delle denominazioni (§. II.), si avrà $AG = a = \sqrt{(a^2 + m^2)}$, $BG = b = \sqrt{(b^2 + (c - m)^2)}$,

$GC = c = \sqrt{(b^2 + (d + m)^2)}$, $AD = f = \frac{b(a+b) + c(c-m)}{\sqrt{(b^2 + (c-m)^2)}}$,

$BI = h = \frac{a(a+b) + cm}{\sqrt{(a^2 + m^2)}}$, $AH = g = \frac{b(a+b) + d(d+m)}{\sqrt{(b^2 + (d+m)^2)}}$

$CL = n = \frac{a(a+b) - dm}{\sqrt{(a^2 + m^2)}}$, $CE = m = \frac{(c+d)(c-m)}{\sqrt{(b^2 + (c-m)^2)}}$,

$BF = l = \frac{(c+d)(d+m)}{\sqrt{(b^2 + (d+m)^2)}}$. Surrogando poscia queste espressioni nelle surriferite formule generali, si scopriranno i valori del-

le ricercate pressioni, cioè $A=G\left(\frac{b}{a+b}\right)$, $B=G\left(\frac{a(d+m)+bm}{(a+b)(c+d)}\right)$, $C=G\left(\frac{a(c-m)-bm}{(a+b)(c+d)}\right)$. Il che ec.

§. VII. Che la somma delle ritrovate pressioni col mio metodo sugli appoggi A,B,C in triangolo pareggi il total peso G del corpo, è stato ciò dimostrato anche sinteticamente (Teo. I. Mem. cit.): debbo però al *Paoli* l' osservazione, che in questo caso, come accade appunto in quello di due soli appoggi, risultino i valori delle pressioni identici a quelli che si determinano per un sistema di due o tre forze verticali in triangolo, onde sostenere il dato corpo in equilibrio (§. II.): di maniera che in questi due casi che il problema delle forze è pure determinato, confondesi con quello degli appoggi. Ma egli è da osservarsi poi che adattando colle debite sostituzioni le espressioni concrete de' valori delle pressioni ritrovati nel problema superiore, al caso dei tre appoggi in linea retta, si trasformano in queste $A=G\left(\frac{0}{0}\right)$, $B=G\left(\frac{0}{0}\right)$, $C=G\left(\frac{0}{0}\right)$ di aspetto indeterminato, come avviene, e s' è dimostrato nel problema II. delle tre forze verticali in linea retta; mentre adattando direttamente le formule generali (M) (N) (O), dalle quali sonosi ricavati i valori accennati al caso medesimo dei tre appoggi in linea retta, si ottiene un risultamento determinato, ed è che il peso del corpo è portato da' due appoggi più vicini tra quali cade la direzione del suo centro di gravità, e la pressione sul terzo eguale a zero. Questo caso però è duopo, come or si vedrà, trattarsi a parte, a maggior dilucidazione anche del metodo generale.

PROBLEMA V.

§. VIII. Riposi un corpo su tre appoggi A, C, B in linea retta (Fig. IV.) e cada fra gli A, C in G la direzione del suo centro di gravità: si ricercano le pressioni sofferte dagli appoggi medesimi.

Per mantenere le solite espressioni sia $AG=a$, $GB=b$, $GC=c$, sarà $CA=a+c$, $AB=a+b$, e $BC=b-c$. Secondo

il mio metodo, si consideri pertanto l' appoggio A come centro del moto; e siccome non può supporsi una minima discesa del corpo col rotarsi sull' asse che passa pel punto A perpendicolare alla direzione AB, vale a dire, che il punto G descriva un archetto, senza che cedano amendue gli appoggi C,B descrivendo archetti proporzionali alle loro distanze dal punto A: così è manifesto per la teoria de' momenti o delle velocità virtuali, che nello stato supposto di equilibrio, i momenti delle pressioni su gli appoggi C, B devono eguagliare il momento del corpo dallo stesso appoggio A, risultandone perciò l' equazione (1)

$$(1) \ldots\ldots C(a+c)+B(a+b)=aG$$

Equazione che non può non riguardarsi derivata eziandio dal principio delle velocità virtuali, qualora in vece delle pressioni si considerino le reazioni degli stessi appoggi C, B come potenze che agiscano contro la direzione della gravità. Lo stesso ragionamento vale, prendendo l' appoggio B per centro del moto, onde instituire l' equazione (2)

$$(2) \ldots\ldots\ldots A(a+b)+C(b-c)=bG$$

Ma prendendo il punto C per centro del moto, ed immaginandosi la piccola rotazione di discesa intorno ad esso, come s' è detto per gli altri appoggi, si rileva che non è astretto a ceder che l' appoggio A, e che l' altro B rimane nella sua posizione, e sollevato per fino d' essere in contatto col corpo nel punto B: sicchè essendo in tale supposizione attivo per l' equilibrio del corpo l' appoggio A, e indifferente l' esistenza dell' altro B, avremo l' equazione (3)

$$(3) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots A(a+c)=cG$$

Da questa equazione si ha subito la pressione dell' appoggio $A=G\left(\frac{c}{a+c}\right)$, surrogato questo valore nella (2), si otterrà la pressione di $C=G\left(\frac{a}{a+c}\right)$, e surrogato questo nella (1), si avrà la pressione in $B=G\left(\frac{0}{a+b}\right)=0$. Valori tutti di aspetto determinato, e che fanno conoscere che i soli due appoggi A, C fra quali passa la direzione del centro di gravità del corpo lo sostengono interamente, e che nessuna pressione soffre il terzo B. Il che ec.

PROBLEMA VI.

§. IX. Trovare le pressioni sofferte da quattro appoggi che sostengono un corpo, collocati in una linea retta intersecata dalla direzione del suo centro di gravità.

I. Caso. Dei quattro punti, due A, B (Fig. V.) sieno disposti da una parte, e i due C, M dall' altra riguardo al punto G in cui si suppone raccolto il peso G del corpo. Si chiami al solito $AG=a$, $BG=b$, $CG=c$, $GM=d$; sarà $AB=b-a$, $CM=d-c$, $BM=b+d$, $AM=a+d$, $BC=b+c$, ed $AC=a+c$. Supponendo successivamente ogn' uno degli appoggi A, B, C, M come centro di moto, si avranno per le considerazioni fatte nel problema antecedente le quattro seguenti equazioni.

$$(1) \ldots\ldots C(a+c)+M(a+d) \ldots\ldots\ldots =aG.$$
$$(2) \ldots\ldots C(b+c)+M(b+d)+A(b-a)=bG.$$
$$(3) \ldots\ldots A(a+c)+B(b+c) \ldots\ldots\ldots =cG.$$
$$(4) \ldots\ldots A(a+d)+B(b+d)+C(d-c)=dG.$$

Ricavato dalle tre equazioni (1) (2) (4) il valore di B dato per A, si paragoni con quello che si ricava dall' equazione (3), e si scoprirà la pressione in $A=G\left(\frac{c}{a+c}\right)$; sostituito poi questo valore nell' equazione (3), si avrà la pressione in $B=G\left(\frac{0}{b+c}\right)=0$; e surrogati nell' equazione (4) i valori di A e B, si troverà la pressione in $C=G\left(\frac{a}{a+c}\right)$; e per ultimo posto nell' equazione (1) il valore di C, o nell' equazione (2) quelli di C ed A, si avrà la pressione in $M=G\left(\frac{0}{a+d}\right)=0$, oppure $M=G\left(\frac{0}{(a+c)\,b+d)}\right)=0$.

II. Caso. Ma tre appoggi B, M, A (Fig. VI.) sieno da una parte, ed il quarto C dall' altra, e sia $AG=a$, $BG=b$, $CG=c$, $GM=d$; sarà $AB=b-a$, $CM=c+d$, $BM=b-d$, $AM=d-a$, $BC=b+c$, ed $AC=a+c$. Riguardando come nel caso antecedente ciascun appoggio A, B, C, M come centro di moto, le quattro equazioni da instituirsi saranno le sottoposte.

$$(1) \ldots\ldots C(a+c) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = aG$$
$$(2) \ldots\ldots C(b+c) + A(b-a) + M(b-d) = bG$$
$$(3) \ldots\ldots A(a+c) + B(b+c) + M(c+d) = cG$$
$$(4) \ldots\ldots A(d-a) + C(c+d) \ldots\ldots = dG$$

Dall' equazione (1) risulta la pressione in $C = G\left(\frac{a}{a+c}\right)$, sostituendo questo valore nella (4), si ha la pressione in $A = G\left(\frac{c}{a+c}\right)$, posti nell' equazione (2) i trovati valori di A e C, si ricava la pressione in $M = G\left(\frac{0}{(a+c)\,b-d)}\right) = 0$, e finalmente posti nella (3) i valori di A ed M, s' avrà la pressione in $B = G\left(\frac{0}{b+c}\right) = 0$. Valori sì in questo come nel 1°. caso di forma determinata, e che dimostrano sostenersi il peso da que' due soli appoggi tra quali passa la direzione del centro di gravità del corpo, ed esser nulle le pressioni sugli altri due, come se non esistessero. Il che ec.

§. X. E' facile a conoscersi che il risultato concluso dalle soluzioni dei due problemi V. e VI. vale eziandio se cinque, sei ec. fossero gli appoggi disposti in linea retta. Due avvertenze però mi reputo quì in dovere d' aggiungere e di palesare che sfuggite mi sono nel primo mio studio su questa materia. E primieramente che non possono desumersi, come supposi nel caso dei tre appoggi (Corol. IV. prob. I. Mem. cit.), dalle formule generali esprimenti le pressioni sugli appoggi in poligono, le pressioni che soffrono se collocati sieno in linea retta: mentre nel caso suddetto (§. VIII.), l' equazione (3). $A(a+c) = cG$, la quale appartiene all' appoggio C preso per centro del moto, non corrisponde all' equazione $A(a+c) + B(b+c) = cG$, che dee instituirsi, qualora i medesimi tre appoggi situati sieno in triangolo. E in secondo luogo, che nell' instituire le equazioni per gli appoggi in linea retta non possono nè devonsi introdurre neppur negativamente i momenti di quegli appoggi, come feci pel caso dei quattro (Corol. IV. prob. II. Mem. cit.), che situati sono al di là di que' su quali immaginasi l' istantanea rotazione del cor-

po in discesa, non convenendo (§. V.) sostituire a sostegni inerti e indipendenti dal corpo forze congiunte ad esso, e che agiscano contro o in direzione della gravità. E vaglia il vero, applicando con le indicate avvertenze, e non altrimenti, il metodo proposto, alla soluzione del problema degli appoggi in linea retta, si ottengono, come s' è veduto nei due problemi V. e VI., valori soddisfacenti e di forma determinata.

§. XI. Riducendo poscia il problema, essendo quattro, cinque ec. gli appoggi disposti in poligono, ad un vette di quattro, cinque ec. rami, aggravato nel punto loro comune d' un dato peso; col mio metodo, prendendo cioè di mano in mano ciascun di essi per centro di moto, instituisco sempre tante equazioni quanti sono gli appoggi o le pressioni che si ricercano; dovendosi però anche in tale posizione di appoggi aver presente la seconda avvertenza indicata nell' antecedente §. X., si dovranno non già introdurre negativamente come aveva suggerito nello Scol. II. (Mem. cit.), ma trascurare in ogni equazione i momenti delle pressioni su quegli appoggi che restassero segregati dalla parte opposta del punto d' unione de' rami respettivamente agli assi condotti ad angoli retti alle estremità loro. Ho esposto nella mia più volte mentovata Memoria le formule generali per i quattro appoggi in poligono che si veggono nel prob. II. contrassegnate colle lettere (P) (Q) (R) (S). Dedotte pertanto queste come le (M) (N) (O) (§. VI.) pur generali per i tre appoggi in triangolo, da equazioni instituite sullo stesso principio de' momenti, escludendo sempre quella della somma delle pressioni eguale al peso del corpo, per le considerazioni fatte (§. V.); parrebbe non doversi rivocar in dubbio, che dalle prime risultar debbano, come risultano dalle seconde, per le ricercate pressioni valori utili e determinati. I corollarj 1., 2. e 3. in seguito all' accennato prob. II. confermano ciò, mentre applicate le suddette formule generali per i quattro appoggi, colle opportune sostituzioni a' casi ivi descritti, somministrano valori determinati, restando insieme adempiuta l' intrinseca condizione del problema, cioè che la somma delle determinate pressioni sugli appoggi eguaglia il peso del corpo sostenuto. E dimostrato avendo inoltre nel Teo. II. (Mem. cit.) che

se

se il punto G è centro di gravità dei quattro punti A,B,C,M (Fig. VII.), i quattro appoggi sono egualmente caricati, portando ciascuno la quarta parte del peso del corpo, si vede nello Scol. I. dello stesso Teorema, corrispondere esattamente a questa rimarchevole proprietà le formule generali, fatta in esse quella sostituzione, che nella supposta circostanza è il noto Teorema del *Guldini*. Ma importando moltissimo che per ogni via sia comprovata la realità delle menzionate formule generali per i quattro appoggi, darò quì un' applicazione numerica di esse, supposto che sieno collocati in un trapezio irregolare; al che concorse il *Sig. Angelo Casarotti* Ingegnere Vicentino. Si vedrà pertanto nel sottoposto problema l'esposizione in compendio del laborioso calcolo che intraprese il nominato soggetto con una diligenza conforme a' suoi non ordinarj talenti; e si avrà dirò così in tal lavoro una pruova esperimentale della verità del metodo da me proposto, onde risolvere generalmente una questione che può chiamarsi senza esitamento l' ultimo scoglio della Statica de' solidi.

PROBLEMA VII.

§. *XII*. Sia (Fig. VII.) il ramo $AG=a=20$, $BG=b=27$, $CG=c=31$, ed il ramo $GM=d=23$; l'angolo $AGB=110°$, $BGC=78°$, $CGM=46°$, e per conseguenza $AGM=126°$; quantità tutte che determinano la posizione dei punti d'appoggio A, B, C, M relativamente al punto G, in cui cade la verticale condotta dal centro di gravità del corpo: ritrovare le pressioni sofferte dagli appoggi suddetti.

Per determinare il valor delle perpendicolari tirate dai punti d'appoggio ai quattro assi perpendicolari alle estremità de' rami, si tirino dal punto G rette parallele agli assi medesimi, e si troverà

$MR=p=33,5191$. $AD=f=33,8404$. $BF=l=25,3864$.
$AQ=\delta=34,7557$. $CL=n=50,6983$. $CE=m=20,5547$.
$AH=g=50,8054$. $BZ=\lambda=38,0982$. $BI=h=29,2346$.
$MN=q=39,8614$. $MP=\omega=15,0229$. $CS=\varepsilon=1,4656$.

Sostituiti questi valori nelle formule (P) (Q) (R) (S) che rappresentano le pressioni sugli appoggi A, B, C, M

(Prob. II. Mem. cit.), risulteranno i valori di esse, come quì sotto si osserva.

$$(P)\ldots G\left(\frac{(dh\omega + ep\lambda - a\omega\lambda - lpd)(m+q) - b\omega(n\lambda - h\varkappa) + blp\varkappa}{(h\delta\omega + gp\lambda - lp\delta)(m+q) + f\omega(n\lambda - h\varkappa) + flp\varkappa}\right)$$

$$= G.\ \frac{1927752,7836}{4057547,1036} = G\ (0,47510).$$

$$(Q)\ldots G\left(\frac{(a\omega\delta + dgp - cp\delta)(m+q) + n\omega(df + b\delta) + f\varkappa(cp - a\omega) - bgp\varkappa}{(\textit{lo stesso denominatore})}\right)$$

$$= G.\ \frac{662781,0897}{4057547,1036} = G\ (0,16333).$$

$$(R)\ldots G\left(\frac{(h\delta - df)(h\omega - lp) + p\lambda(bg - cf) + af\lambda\omega}{(\textit{lo stesso denominatore})}\right)$$

$$= G.\ \frac{733543,5409}{4057547,1036} = G\ (0,18078).$$

$$(S).G\left(\frac{(ag\lambda + ch\delta - al\delta - dgh)(m+q) + f\varkappa(al - ch) + bg(h\varkappa - n\lambda) + fn(c\lambda - dl) + bln\delta}{(\textit{lo stesso denominatore})}\right)$$

$$= G.\ \frac{733554,0758}{4057547,1036} = G\ (0,18079).$$

Le pressioni concrete adunque su i quattro appoggi A,B,C,M rappresentate dalle equazioni generali (P) (Q) (R) (S), saranno nelle proposte circostanze A = G (0, 47510), B = G (0, 16333), C = G (0, 18078) ed M = G (0, 18079): sicchè qualunque sia il peso G del corpo, reali e determinate sono le ritrovate pressioni su i quattro appoggi, e la somma loro pareggia l' intiero peso. Il che ec.

§. XIII. Quando tre sono gli appoggi e in triangolo, possono prendersi per assi di rotazione i tre lati dello stesso triangolo e determinare colla massima semplicità le pressioni ricercate, avvegnachè s' è dimostrato che in tal caso il problema degli appoggi combinasi e non differisce da quello d' un sistema di tre forze verticali, ed è appunto la ragione delle perpendicolari AG, DN (Fig. I.) eguale alla ragione di AM a DM. Non può procedersi del pari però se gli appoggi sono più di tre, cioè parlando per esempio dei quattro, non vagliono per la soluzione del problema le equazioni derivate dall' assumere (Fig. VIII.) i lati AM, MC, CB, BA del quadrilatero ABCM, in cui si trovano collocati, per assi di rotazione, poichè la posizione respet-

tiva del centro di gravità G del corpo sostenuto verso gli appoggi A,B,C,M, o viceversa, da cui unicamente dipender deve la diversa pressione da essi sofferta, è fissata soltanto dalla lunghezza de' rami AG, BG, CG, GM, e dalla scambievole loro inclinazione. Questa è appunto la principal vista ch' io reputai doversi tenere (Introd. Mem. cit.) nell' accignermi allo scioglimento di così ardua questione, in cui niente meno che in ogni altro soggetto fisico o fisico matematico, del calcolo non dee valersene che per semplice istrumento, che guidato esser deve dalla ragione.

§. XIV. Il sempre mai benemerito fondatore, il *Chiarissimo Lorgna*, di questa nostra Società, nel Tom. VII., segue nella sua Memoria *Dell' azione di un corpo retto ec.* gli studj fatti sull' argomento dal *Paoli*, in quanto come egli ripete con esso, contro il mio metodo ed i risultamenti che somministra ,, i movimenti di rotazione non possono ,, riferirsi al più che a tre assi, onde ottenere equazioni ,, tra di se indipendenti, e che però un' equazione nel ca- ,, so di quattro appoggi, due equazioni nel caso di cinque ,, appoggi, e così successivamente, sono necessariamente ,, comprese nelle tre fondamentali e tra di se indipendenti; ,, onde resta sempre indeterminato il problema, allorchè ,, sono più di tre gli appoggi non posti per diritto. ,, Convenendo però meco che tal problema non sia per costituzione propria indeterminato anche in tutti gli altri casi, espone, come può vedersi nella mentovata sua Memoria, una soluzione generale di esso, escludendo ogni e qualunque movimento di rotazione. Conchiudesi pertanto, passando al concreto, da questo nuovo metodo, che per esempio condotte le diagonali AC, BM (Fig. VIII.) del trapezio ABCM ai di cui angoli stanno disposti quattro appoggi A,B,C,M, e supposto cadere il centro di gravità G del corpo dentro i due triangoli ABM, ACM, l' appoggio B soffra la metà della pressione che soffrirebbe se sostenuto fosse il corpo dai tre soli appoggi A,B,M; l'appoggio C la metà di quella, se sostenuto dai tre soli A,C,M; la pressione sull' appoggio A la metà della somma delle due pressioni che porterebbe ne' suddetti accennati due casi; e così dell' appoggio M. Ma oltre che in tale soluzione non si osserva la condizione che ho ricordato nel paragrafo antecedente, mentre le

pressioni sugli appoggi B,C sarebbero indipendenti dalla respettiva loro posizione; per non giudicare arbitraria l' enunciata distribuzione del peso del corpo su i quattro appoggi, bisogna dimostrare il Teorema, o che l' ipotesi assunta e da cui immediatamente risulta convenga al problema da risolversi. Comunque sia però io mi lusingo di aver dimostrato ad evidenza doversi distinguere il problema de' sostegni o degli appoggi, da quello d' un sistema di forze verticali congiunte al corpo da sospendersi in equilibrio (§. V.), e di aver comprovato che il mio metodo che ammette tante rotazioni, e conseguentemente tante equazioni quanti sono gli appoggi, e che finalmente consiste in un convenevole uso e riguardo alle condizioni del problema dei fondamentali principj della Statica de' solidi, somministra risultamenti determinati e conformi alla ragione.

Fig. 2.
A
D
B
H
C
G
Fig. 4.
A
G
C
B
Fig. 5.
B
A
G
C
M
Fig. 6.
B
M
A
G
C
Fig. 7.
R
Q
M
P
L
A
G
H
Z
S
C
I
D
B
N
E
F
K
P
H
T
D
S
O
E
C
M N
G
L
H
C
F
M

Fig. 1.

Fig. 2.

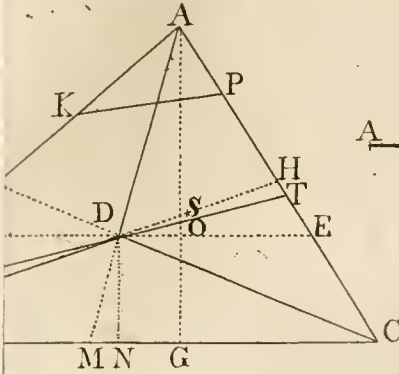
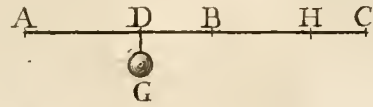
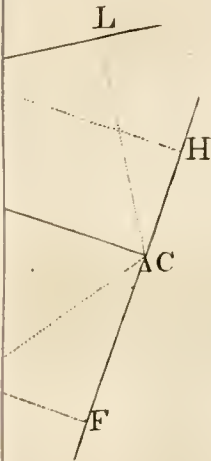
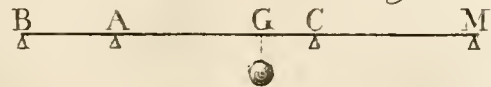
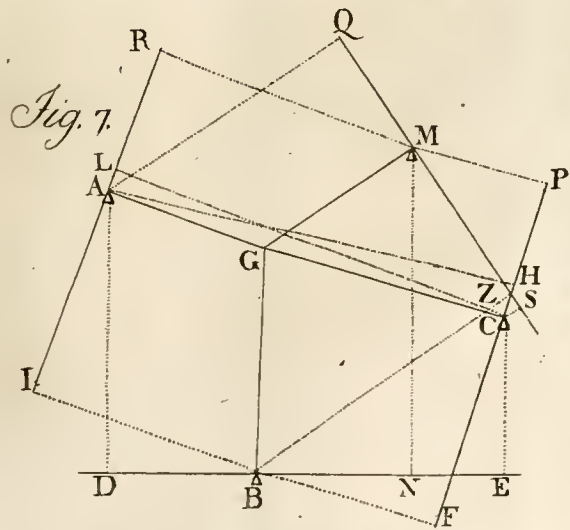
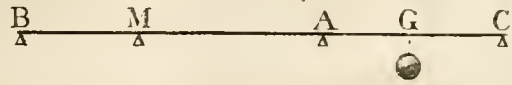
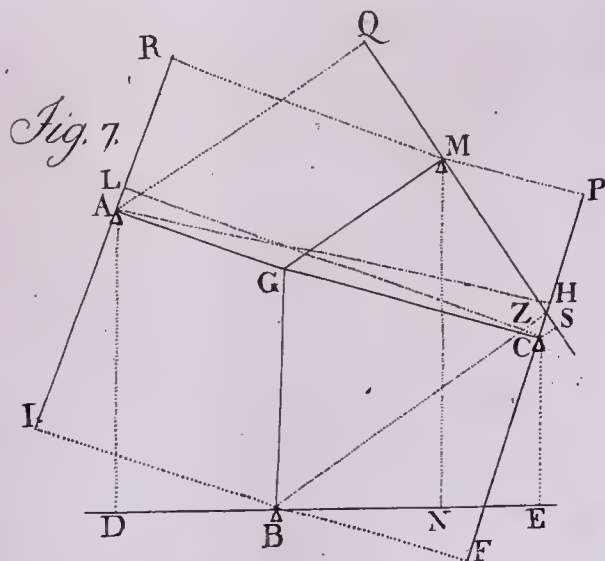
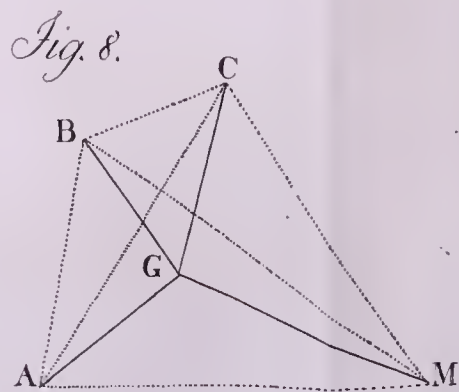
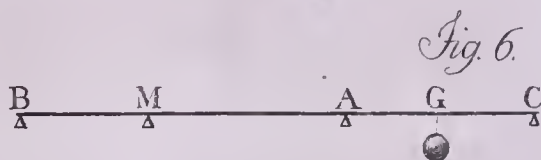
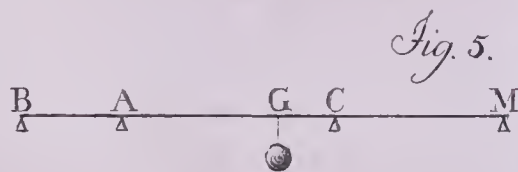
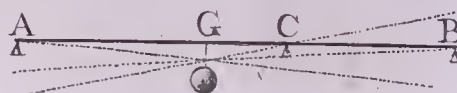
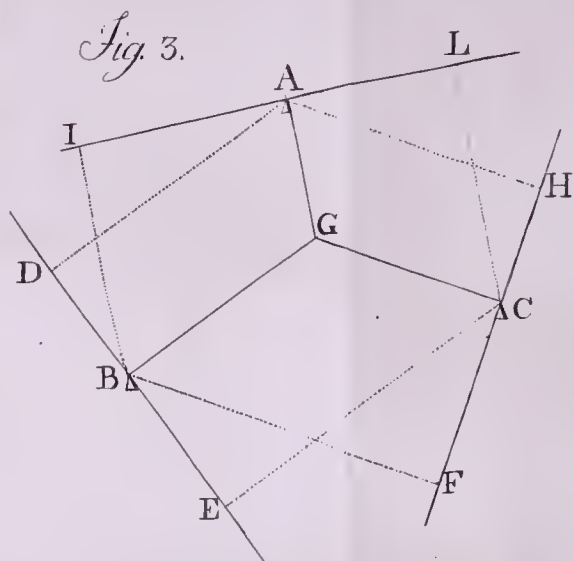
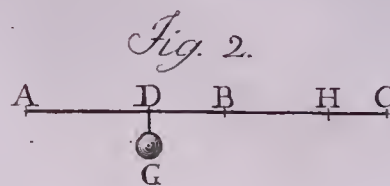
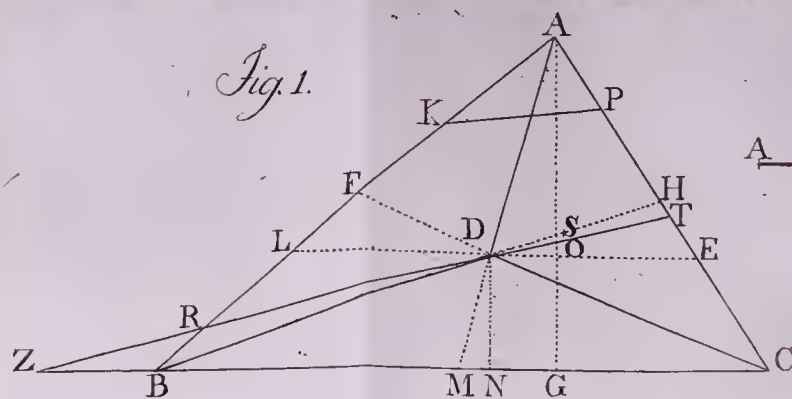
Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

DEL NATRO ORIENTALE

Di Luigi Palcani.

Ricevuta li 16. Pratile An. VII. (4. Giugno 1798.)

UNa bella e grave quistione si è risvegliata in questi ultimi tempi intorno a quel Nitro, di cui molte cose scrissero gli antichi, e Plinio sopra ogni altro. Che questa non è tale controversia, quali sono le erudite assai volte, che più di vaghezza hanno che d' utilità, e perciò i Filosofi le tengono in poca stima, e quasi se ne sdegnano. Ma noi sappiamo, che di quell' antico Nitro non poco si valea la Medicina, e ne usavano molte arti, che vorremmo sapere, nè sapremo giammai, se quel Nitro n' è sconosciuto. E già non mancano dotti uomini, che l' hanno per vero nitrato di potassa, e sostengono l' opinion loro con molto ingegno, e con dottrina non volgare. Tuttavolta i più stabiliscono, ch' era quel nitro una particolare sostanza, ch' oggi ancora presso gli Egiziani ed altri Popoli dell' Oriente in varie guise s' impiega, e col volgere de' secoli tramutò lievemente suo nome, e Natro fu detta. Quindi s' accese una dura ed ostinata contesa, e non pur si mosse contrasto sopra le testimonianze degli antichi, che non rade volte danno materia ad ambiguità; ma si dubitò ancora della stessa indole del Natro Orientale, e si citarono opposte osservazioni di moderni Autori intorno ad essa, e tutto fu lite e discordia. Di che nulla meraviglia mi prende. Del Natro scarseggia grandemente l' Europa: non fu difficil cosa l' aggirare qualche Fisico, e fingere Natro Egiziano ciò che non era: altrimenti chi spiegarebbe tante dissensioni? Troppe sono le jattanze de' Viaggiatori, e le baratterie de' Mercanti. Perciò Linneo stesso, che pure avea letto Duhamel, desidera che si raffermino le sperienze di quell' illustre Fisico, ed altre se ne istituiscano sul vero Natro Orientale, nè par contento della notizia ch' egli n' avea. Perciò colsi avidamente l' occasione, che mi porgea il nostro Istituto, d' osservare tal Natro che può credersi nè adulterato, nè fittizio, ove si consideri, com' es-

so quì venne. Sono più di due Secoli, da che Pietro Andrea Mattioli, uomo chiarissimo, ricevè da Costantinopoli una gleba di Natro Orientale dal dotto Medico Gulielmo Quacelbenio, in nome dell' Ambasciadore di Ferdinando Cesare al Re de' Turchi. Ben tosto il Mattioli donò ad Ulisse Aldrovando una porzione della gleba: di che fanno certa fede le lettere che allora si pubblicarono di Quacelbenio al Mattioli, e del Mattioli all' Aldrovando. Il Museo di questo egregio Naturalista Bolognese venne per testamento al nostro antico Senato, e questi poscia il ripose nell' Istituto. Ma più ancora largheggiò con noi il celebre Odoardo Wortley Montegù, recandone egli stesso d'Alessandria una maggior copia di Natro; che pel colore, e pel sapore, e per ogni altra qualità rassembrava perfettamente a quello, che ne lasciò l' Aldrovando; se non che il più moderno era più duro e più adusto; l' altro per l' età lunga era caduto in una certa fralezza, e quasi ridotto in polvere non affatto arida. Parvemi che questi due pezzi fossero opportuni alle osservazioni, ma conveniva che se ne contentasse il nostro Gaetano Monti, che allora invigilava alla custodia delle cose naturali dell' Istituto. Si recò quel cortese uomo a compiacermi, e si tentarono alcune prove non affatto vuote d' utilità; e so bene ch' altre se ne potevano intraprendere, ma facea duopo conformarsi a Monti, nè doveano troppo offendersi colle nostre pratiche que' Monumenti orientali. Che se non altro mi fossi proposto, che di far palese al volgo dei Chimici l' indole alcalina del Natro; facil cosa era il soddisfarli: Poichè la indicavano abbastanza e il sapor acre e liscivioso, ch' ei producea su la lingua, e il bollir che facea cogli acidi, e la verdezza onde colorava lo sciroppo di viole. Nè tralasciai d' indagare ciò che accadea gittando alquante particelle di Natro nella soluzione di Mercurio sublimato: Poichè assicura Tournefort che questa subito inalba, e il racconto d' un tant' uomo disviò molti, ed inasprì le dispute che da poco in quà s' eccitarono. Noi per lo contrario la vedemmo ingiallire, ed affondare una posatura, che poco dopo si tinse di color di mattone. Ma ben può credersi, che Tournefort avesse per le mani tutt' altro che vero Natro, o se l' ebbe in parte, questo fosse confuso con altre sostanze, e singolarmen-

te col muriato di soda. Vedete che quel suo Natro gittato in su le bragie crosciava, e posto in su la lingua sapea di sal marino; niuna delle quali cose s' osservò certamente nel nostro. Taccio d'altre sperienze, che già fece Duhamel, e che per noi si replicarono, ed a quelle furono perfettamente conformi. Non so tuttavolta, che o Duhamel od altri s' occupasse giammai in due operazioni Chimiche non affatto dispregevoli, ch' io descriverò brevemente. Sciogliemmo in acqua distillata una porzione di Natro; la soluzione si tragittò per carta, indi accolta in un piatto di vetro s' accostò al fuoco, perchè s' avesse un giusto e ben temperato svaporamento. Bello fu il vedere, che il fondo del piatto s' incrostava a poco a poco di laminette sottili, bianchissime, trasparenti, aguzze, tra le quali comparivano cristalli certamente poliedri, quantunque fossero ammassati per modo e confusi, che la figura loro non si potea definir facilmente. Alcuni però erano, senza alcun dubbio, veri parallelepipedi in cui due piani opposti aveano la forma d' acutissimi rombi. Nè debbo omettere, che nella stessa guisa si cimentò il ranno di soda, e si mostrarono gli stessi cristalli. Ma le tenui lamine, che il Natro ne avea compartite furono sciolte di nuovo in acqua purissima, e sopra vi si versò goccia a goccia l' acido muriatico allungato; si commosse grandissima effervescenza, che poi si represse. Fu intromessa la soluzione in un bacino di vetro, che appressato al fuoco svaporò; allora si coperse il vetro di perfettissimi cubi, affatto pari al sale marino, o si assaporassero o se ne guardasse il colore. Il ranno di soda tentato nella stessa maniera fornì gli stessi cubi, senza varietà niuna. Confido, che se queste esperienze vorranno aggiugnersi all' altre che prese Duhamel, non parrà oscura la convenienza della soda e del Natro, che quegli prima conobbe per certe prove, alcuni asserirono mossi dal credito di quell' insigne Fisico, altri negarono o senza prove o con prove fallaci, e certamente senza rispetto ad autorità. Che se in ciò non m' inganno, non si riputerà così ardua e paurosa la quistione intorno all' antico nitro, come si è creduta da molti. Poichè se ci faremo a investigare le proprietà che gli furono attribuite, intenderemo assai facilmente, che queste stanno bene a tutt' altro che al nitrato di potassa. Nè

tornerò in su le cose dette da altri, nè mi piacerà di metter in veduta quei testi che Lorgna scontrò, e trattandone alcuni che i seguaci di lui indicarono, lo farò in modo non affatto sfornito di novità. E vogliono tenersi in gran conto i Libri d' un Popolo Orientale, cui certamente non mancava la cognizione dell' antico nitro: Roberto Boyle avvertì già da gran tempo, che nei Libri sacri degli Ebrei (1) s'esprimeva l' antipatia tra l' aceto e il *Nather* o *Nether;* e lodò, che quella parola Ebraica fosse voltata in Latino per nitro; a che lo induce e il suono medesimo di quel vocabolo, e l' autorità di valenti Traduttori. Io per onore di questi aggiungerei volentieri, che secondo la narrazione di Plinio, il cenere della feccia del vino seccata ha la natura e la forza del nitro. E mi piacerebbe di richiamare alla memoria un altro luogo dello stesso Autore, in cui si dice che la cenere di rovere bruciata è nitrosa. Giacchè descrivendo Plinio in sì fatta maniera il nitro de' tempi suoi, fa conoscere abbastanza tal indole di esso, che non lascia alcun dubbio intorno alle sue contrarietà all' aceto. Ed abbiam pure negli stessi Libri Ebraici una sicura testimonianza, che pel nitro si mondavano, e s' astergevano i corpi (2). quindi l' uso di esso nei bagni. E mi ricorda, che Celio nell' ultima sua Lettera a Cicerone, che allora amministrava la Cilicia, volendo pungere la troppo severa diligenza d' Appio Claudio Censore nel correggere i costumi della Città: egli, dice, si persuade, che la Censura sia lomento, o nitro. Era il lomento una farina di fava, che usavasi come cosa astersiva nei bagni. Facea dunque il nitro l' uficio del ranno, o del volgare sapone. Non è perciò credibile, che il nitro, di cui parlarono gli antichi, fosse ciò che il volgo chiama salpietra; poichè nè questo ferve coll' aceto, nè ha le virtù, che appariscono o nelle ceneri dei vegetabili o nelle combinazioni degli olj con qualunque base. Ed oltre a ciò di quel nitro, e d' arena o di selci trite si componeva il vetro: Nel mare Vulturno, dice Plinio, nasce una rena bianca, che si frange nella macina e nel mor-

---

(1) Proverb. Cap. 25.
(2) Geremia II. 22.

tajo; questa si mesce con tre parti di nitro, e strutta si trasfonde in altre fornaci: quivi formasi una massa detta *Ammonitro*, che poi si ricuoce e diviene vetro puro. Non sembra egli, che Plinio abbia quasi ritratta la moderna fabbricazione del vetro? I nostri Artefici accoppiano l' arena o le selci peste colla soda, e compongono una massa, che poi con temperato fuoco ammolliscono; essi la chiamano *Fritta*; e questa per l' ardore delle fornaci liquidisce e si cangia in vetro. Ella è dunque la stessa cosa la *Fritta* dei nostri tempi, e l' *Ammonitro* degli Antichi: noi al nitro abbiamo sostituita la soda pari al Natro Egiziano per natura e per qualità; non avremmo potuto surrogare il salpietra, che nulla ha di comune col Natro. Molte eziandio sono le virtù Mediche, che Plinio e Dioscoride attribuiscono al nitro, niuna delle quali si reputa conveniente al salpietra. Poichè i Medici dicono che questo refrigera, e modera, e reprime l' ardor febbrile. Ma Plinio facendosi ad annoverare i vantaggi, che riceve dal nitro la Medicina, incomincia: il nitro riscalda, assottiglia, morde, condensa, disecca, esulcera. Indi aggiunge molt' altre cose; ma non fa motto o di forza diuretica o d' altro attributo del salpietra. Tutto ciò ch' ei ne dice, mostra che l' azione del nitro si credeva acre, stimolante, e mezzanamente caustica. E so bene, che alcuni vogliosi di confondere l' antico nitro col salpietra vorrebbero persuaderne, che ne' lontani Secoli fosse in costume di sottoporre quel sale all' azione del fuoco, e dar quindi l' essere al carbonato di potassa, che pure è disposto a molti usi che per noi s' ascrivono al Natro, e suol numerarsi tra le sostanze atte a far il vetro. E questi appoggiano la conghiettura loro ad un luogo di Plinio, in cui si dice = *Uritur in testa nitrum, ne exiliat: alias igne non exilit nitrum* =. Il qual luogo però non è facile ad intendersi, e pare implicato manifestamente e corrotto; e tal parve ancora all' Arduino, che tuttavia non l' emendò. Comunque sia, i paesi celebri già un tempo per le nitraje posseggon pure una sostanza nativa e dimestica, che più assai del salpietra risponde a ciò che fu scritto anticamente del nitro. Perchè dunque oblieremo questa, che s' offre spontanea a nostri sguardi, e di se quasi fa mostra ancor non cercata, per sospettare

d' artificj, che dessero nuova forma, e recassero il salpietra da uno stato ad un altro? Ed è poi anche da notarsi, che non s' ardeva il nitro, se non allora che disponevasi a qualche singolar uso: e pure sarebbe stato general costume d' abbruciarlo, se ciò che leggiamo di lui s' interpreti del salpietra. Alcuni, dice Plinio, lo ardono, indi l' ammorzano con vin brusco, e il pestano, e poi se ne valgono senz' olio ne' bagni contro alle bolle o pustole. E poco dopo ripiglia: arso, e fregato a denti gl' imbianca. Or non facea mestieri il ricordar quell' arsione in due soli casi, se questa tante volte si praticava, quante o ne' bagni o in altri uffizj mettevasi ad opera il nitro. Nè a Plinio contrasta Dioscoride. Poichè questi esponendo le medicine del nitro viene a dire, che alcuni lo infocano: era dunque ciò usanza d' alcuni, non di tutti o de' più. Che se crediamo, che il Natro s' abbrustolisse, non è faticoso il discernere, a che tendesse una tal pratica; poichè non v' ha dubbio alcuno, che non dovesse farsi più risentito e più rodente. E già il paragone, che finora ho fatto del nitro degli antichi col Natro Orientale, può stimarsi, a parer mio, trattabile e piano. Leggo però in Plinio alcune cose meno facili a spiegarsi; pure mi persuado, che se è malagevole l' accomodarle al Natro, non è men duro il riferirle al nitrato di potassa. Narrasi, che il nitro per lunghezza di tempo s' impietrava: il che denota per avventura, che il nitro contraeva una durezza quasi di pietra. Una solidità non dissimile si è talora sperimentata nel muriato di soda fossile, nè può giugner nuovo che di questo si fecero alcuna volta lavori d' intaglio di lunga durata, non guasti facilmente nè sformati dall' aria: non potrà l' istesso essere accaduto al Natro, ch' è pur nativo d' un paese caldo sommamente, ed arido? Ma Gaetano Monti sospettava d' altra cosa, che avesse tratto Plinio in errore, o piuttosto gli Autori che Plinio fedelmente trascrisse. Egli ne mostrava una gleba, cui dava il nome d' alabastrite calcario-salsuginoso, a noi donata da Montegù, quasi affine del Natro. V' era apposta l' iscrizione: sal fossile, che i Turchi mettono in uso Medico. Emula il marmo in saldezza; è quasi diafana; singolare attitudine al polimento; ricusa di sciogliersi per acqua; ferve cogli acidi; alquanto salsa, ma n' è il sapore di poca

forza, rimarresti in dubbio se di sal marino o di natro. Ben era Monti bramoso d' esplorarne l' indole intimamente, e volgeva nell' animo non poche sottilità Chimiche; ma non voleva perdere quel dono di Montegù, e la cupidità di conoscerlo fu vinta in certa guisa dal desiderio di conservarlo. Tuttavolta ne risecò alquanti frammenti, e gl' immerse nello sciroppo di viole: questo si colorò d' un verde sordido ed offuscato, e assai lontano da quello che v' induceva il natro. Procurò di cavare dalle stesse minuzie alcun poco di salsedine coll' acqua distillata, e su ciò che ne trasse, sparse la soluzione di Mercurio sublimato, che produsse poco dopo una posatura tra bianca e gialla: ben altro, come vedemmo, fu il sedimento, che si ottenne dal natro. Credeva egli dunque, che in quell' alabastrite Egiziano si racchiudesse una sostanza atta a scomporre il mercurio sublimato, ciò che il sale marino e il salpietra non fanno, la quale fosse il Natro; e che altro verisimilmente poteva essere? Perciò non gli piaceva, che il Natro esso medesimo si convertisse in pietra, ma che una terra calcaria, unendosi a lui generasse tal volta un cumolo sassoso. Questo osservato senza molta cura dagli antichi diede occasione alla credenza, che il Natro stesso impietrasse. Comunque ciò sia; non solamente la natura, se ascoltiam Plinio, convertiva il nitro in pietra; ma l' arte eziandio, cuocendolo insieme col solfo. Onde alcuni s' argomentano il nitro Egiziano null' altro essere, che il salpietra; poichè questo, ove s' abbrugj col solfo, produce una massa mezzanamente salda e dura, ch' è il solfato di potassa. Io però credo, che se gli antichi avessero messo a quella prova il salpietra, sarebbonsi accorti del folgorar ch' ei facea sopra il solfo e sopra i carboni; di che pure niun Greco e niun Latino fa parola innnanzi all' età di mezzo. Senza che la durezza del solfato di potassa non è tale, che venga al paragone con quelle d' una pietra. Tuttavolta mi sarebbe stato carissimo l' osservare ciò che accadea, collegando il Natro Egiziano col solfo: ma non dovea mandarsi a distruzione il Natro dell' Istituto: in luogo di cui piacquemi di sperimentare il sale de' vetraj cavato dalle ceneri di soda, che avea già veduto convenir così bene col Natro. Cimentai dunque in un fornello di riverbero un crogiuolo, in

cui avea riposta una porzione di quel sale, e un poco di zolfo; s' eccitò un fuoco gagliardo; il sale si sciolse, e lungo tempo infocò. Raffreddato si strinse in un mucchio assai duro e ponderoso, e quasi conforme alla feccia de' metalli. Si stemperava con acqua: la sua acrimonia s' era fatta più vigorosa. Nè dubito punto, che le stesse cose non fossero seguite, se avessi presa esperienza del Natro; che liquefatto col solfo si cocea su carboni, per custodire e serbar le cose che si voleano mantener lungamente, siccome avverte Plinio. Forse di questo apparecchio si valeano gli Egiziani a imbalsamare i Cadaveri, e difenderli dalle offese del tempo. Certamente Erodoto ne racconta, che il nitro in Egitto avea parte nella conservazione dei morti avanzi. Ma ciò non è gran cosa all' argomento, che mi sono proposto. A me basta d' aver dichiarate le osservazioni, che m' inchinano al parere di Duhamel e di Lorgna: le quali confido, che non sembreranno affatto vili, o si consideri la gravezza e la ritrosia della quistione cui appartengono, o il nome e l' autorità di Gaetano Monti che meco ed a richiesta mia le intraprese.

OSSERVAZIONI ELETTRICO-ATMOSFERICHE, E BAROMETRICHE, INSIEME PARAGONATE.

DI GIUSEPPE MARIA GIOVENE VIC. GEN. DI MOLFETTA IN PUGLIA.

Presentata da Alberto Fortis li 17. Pratile Ann. VII. (5. *Giugno* 1798.)

INTRODUZIONE.

MAlgrado alla diffusione degli studj, e delle osservazioni meteorologiche per tutta l'Europa, la Meteorologia sembra ancora essere se non nelle fasce, almeno nella fanciullezza. Poichè da sommi uomini, i quali ebbero il merito di aver fondata questa scienza, fu stabilito un certo ordine ed un certo metodo di osservare, codesto metodo venne da tutti seguito, ed è oramai più di mezzo secolo dacchè si mantiene costante. Quindi essendo nella natura delle cose che simili risposte debbono aspettarsi da simili interrogazioni, è avvenuto perciò, che la natura à risposto sempre d' un modo a cento osservatori, che tutti ad un modo l' ànno interrogata, ed in tánta moltiplicità di amanti delle cose meteorologiche si è andato poco innanzi, nè si è guadagnato più che il sapere o la comparata elevazione de' luoghi, o la rispettiva temperatura, ed altrettali cose. Chiunque visita due o tre volte il giorno il barometro, l' igrometro, il termometro, l'ago magnetico, o altro qualsivoglia istromento, già si crede d' aver un luogo nella classe degli osservatori in Meteorologia, ed esce al pubblico con lunghe filze di numeri, e di lettere majuscole, le quali niente altro ci dicono sennonchè nel tal giorno, nel tal paese si è sentito un tal grado di caldo o di umido, si è mossa l'aria dell' Ovest piuttosto che dell' Est, ed è stato il cielo sereno o nuvoloso. Non dico io già che queste osservazioni ed altre simili proseguite per una serie ben lunga di anni non possano produrre cognizioni utili e vantaggiose per un dato paese; nè che tali osservazioni moltiplicate in più luoghi ed a varie

distanze non debbano al fine de' conti portare un' aumento alla Scienza. So che la comparazione può e dee dar sempre de' nuovi lumi: ma è pur vero che quanto più cresce e va in immenso la massa di tali osservazioni, che sebben moltiplici poco tra lor differiscono, tanto si fa maggiore la difficoltà di sistemarle, di ordinarle, e di trarne de' risultati, e tanto maggiore forza d' ingegno sarà d' uopo trovarsi in Colui il quale un dì o l'altro volesse metter le mani in questa posta per formarne una qualche cosa. Mi sembra dunque che dovrebbesi, non già cessare in tutto dell' osservare secondo il volgar metodo; ma rinvenire nuovi modi, aprirsi nuove strade, farsi nuove viste, cambiarsi, dirò così, i quesiti e le dimande; così potremo sperare avanzamenti rapidi nella Meteorologia. L' igrometro ed il termometro messi soli nelle dotte mani del cel. Saussure ci àn dati più interessanti risultati, che non avremmo potuto sperare da cento osservatori seduti in mezzo ad un nobile e moltiplice apparato di delicati istromenti appesi ne' gabinetti ed osservati periodicamente in determinate ore del giorno. Diciamolo: noi abbiamo forse afferrato l' insieme della Meteorologia, come chi vede da fuori un immenso edificio, e si fa una idea della vastità, della magnificenza, e della bellezza di quello: ora sarebbe tempo di entrar dentro, d' osservarne minutamente le parti e la lor connessione. E prima di ogni altra cosa io vorrei, che si prendessero a due a due tutti gli oggetti della Meteorologia, e per mezzo di lunghe osservazioni si paragonassero insieme, onde sapersi se l' uno sull' altro abbia eguale influenza. Ciò che à fatto Saussure coll' igrometro e termometro; ciò che à fatto de Luc col termometro e barometro; ciò che à fatto in parte Beccaria coll' igrometro e coll' elettroscopio atmosferico; dovrebbe farsi cogli altri stromenti a mano a mano. Non ci darebbon forse delle utili cognizioni l' osservare comparativamente e per lungo tempo barometro ed atmidometro, atmidometro ed elettroscopio, elettroscopio e magnetometro, e così via via? L' uomo non può comprendere molte cose insieme, e forza è che le prenda a parte a parte se vuol conoscere la natura.

Con tali viste appunto, trovandomi ad abitare sotto d' un clima dolce, sotto un cielo ordinariamente sereno,

in una Città non dominata da monti, ma la quale per mezzo cerchio al Nord à il mare, per l' altro mezzo cerchio al Sud una immensa pianura, in cui l' occhio si perde, ò creduto di trovarmi in circostanze opportune per istudiare l' elettricità atmosferica a ciel sereno, ossia, giacchè vale l' istesso, l' elettricità propria ed inerente all' atmosfera. O' cercato perciò di studiarla, studiando nel tempo stesso il barometro, di maniera che le mie osservazioni fossero una perpetua comparazione fra lo stato della elettricità dell' atmosfera e lo stato del barometro, ed a buon conto, fra l' elettricità dell' atmosfera, ed il maggiore o minor peso dell' atmosfera stessa. Giudicherà il Lettore se ciò sia stato di profitto. Io mi fo a rendergli conto così degl' istromenti da me usati, e del metodo di osservare da me tenuto, come altresì de' risultati di fatto ottenuti dalle mie osservazioni. Esporrò in fine le mie congetture su la cagione delle variazioni barometriche, congetture ispiratemi, dirò così, dalle osservazioni.

§. I.

Istromenti, e metodo delle osservazioni.

CRedo necessario il render conto degl' istromenti da me usati nel corso delle mie osservazioni, acciò il Pubblico possa loro accordare quel grado di fiducia di cui le crederà meritevoli, e non più. E primamente dirò il barometro delle mie ordinarie osservazioni essere stato quello che dicesi *a boccia*, sufficientemente esatto, ed io mi faccio una gloria aggiungere essermi stato mandato dal celebre Toaldo, che senza dubbio è il maestro di color che sanno nelle cose meteorologiche. O' detto *ordinarie*, perchè poi osservo anche talora con un eccellente barometro a pozzo, ed a livello galleggiante, lavorato da Dollond. Il barometro, di cui prima ò detto, trovasi situato nella mia stanza da studio, e precisamente all' altezza di piedi parigini 36,5. sul livello del mare. Ora quantunque il barometro abbia annesso ancora il termometro, onde mi sarebbe stato ben facile, quando il bisogno lo avesse richiesto, il correggere il primo col mezzo del secondo, nondimeno non l' ò volu-

to fare, perchè realmente non vi era bisogno di farlo. Non ven' era in fatti d' uopo, quando nel mio studiolo le mutazioni sensibili del termometro si veggono solo di mese in mese, non nelle varie ore del giorno. Una, due, o tre decime di grado debbono influire assai insensibilmente sul barometro.

Il mio apparato elettroscopico-atmosferico è di costruzione del chiaro Professore Cagnazzi di Altamura, il quale all' estese cognizioni che possiede, unisce i talenti di lavorare con estrema esattezza quasicchè ogni genere di machinuccie fisiche, ed il quale ebbe la compiacenza di farmene il prezioso dono. Desso è quale fu proposto dal celebre Volta. Io reputo inutile il descriverlo, giacchè per far ciò non avrei che a copiare quanto questo Illustre Fisico à detto nelle sue lettere a Lichtemberg inserite nella Biblioteca Fisica dell' Europa del Brugnatelli. Per maggior chiarezza non debbo però lasciar di dire che alle boccette, le quali contengono l' elettrometro a pagliette, io posso adattare quando mi piaccia, o un filo di ottone alto due piedi e che finisce spiralmente in punta, a canto della qual punta e dentro la spira io pongo un zolfanello o due, come meglio mi pare, e che accendo nel tempo della osservazione; ovvero posso adattarvi una spezie di chiodo metallico, il quale è attaccato ad un laccio d' argento, che pende da un lanternino situato in cima ad una colonnetta di vetro intonacata di cera-lacca, la qual colonnetta è impiantata su di un asta di legno lunga per piedi cinque; il lanternino poi riceve una candeletta, che si accende in tempo della osservazione. O' detto *le boccette*, perchè veramente ne ò due, una cioè a paglie più sottili, l' altra a paglie più grossicelle, e sono ambedue così costrutte, che conforme alla prescrizione del citato Volta cinque gradi di divergenza nella prima boccetta corrispondono ad un grado nella seconda. Così quando io osservo col filo di ottone impiantato su la boccetta, che tengo in mano alzandola fin sopra al mio capo, la fiammella del solfanello va a piedi 7,25. circa dal suolo del luogo ove osservo. Quando poi osservo col lanternino messo su dell' asta già detta, che impugno colla mano, che porto quanto più si possa alta, la fiammella si solleva per circa 13. piedi dal suolo. Il luogo delle

le mie osservazioni è un angolo del terrazzo della mia abitazione, e trovasi elevato da terra per piedi 45., e dal livello del mare per piedi 63., essendo lontano in linea orizzontale dal mare per piedi 105,5. Io non debbo neppur omettere, per la dovuta esattezza, che un tal luogo à l'incomodo di essere in distanza orizzontale di poco più di 60. piedi da due campanili, uno all' Owest l'altro all' Sud-Sud-Owest, ed il primo abbastanza alto. Nelle moltiplici mie osservazioni io non mi sono accorto di furto di elettricità alle mie boccette da questi campanili. Ma sia poi comunque, i risultati delle mie osservazioni non ne possono ricevere nocumento.

E' necessario anche che io avvisi, di aver sempre osservato dopo aver riscaldata un po' fortemente la boccetta. O' trovato, che così si accrescono notabilmente i segni elettrici, cosicchè il riscaldamento della boccetta può far benissimo le veci del *condensatore* usato dal Volta per avere indizj della più debole elettricità. Purchè la colonnetta isolante sia ben netta e forbita, è inutile il riscaldarla; ed io mi sono assicurato, che questo non fortifica la elettricità. Ne' primi giorni, che incominciai a praticare le mie osservazioni, io usava sottili e dilicati candelini lunghi per un pollice e mezzo circa, e mi serviva dell' istesso candelino, finchè si consumasse, per più osservazioni. Ben presto mi accorsi, che queste ne divenivano erronee. Quando il candelino era così lungo che la fiamma lambisse la sommità del lanternino, e uscisse anche un poco fuori dai sfiatatoj esistenti in cima di esso, si avea elettricità più forte assai, e maggiore, che se essendo il candelino più piccolo, la fiamma stesse tutta rinserrata. Così, come può ben immaginarsi, la fiamma posta nel mezzo del lanternino è più quieta, e perciò meno vivace di quando sia alla sommità. Ad evitare perciò ogni errore, soglio far così: In mezzo al lanternino tengo elevato un pezzo di candela, che rimane sempre la stessa, e su di codesta appoggio un altro pezzo di candela per accenderla, e questa non tanto piccola di diametro, e che non ecceda l'altezza d' intorno alle quattro linee, procurando sempre che il lumignolo sia eguale, per quanto più si possa. Così la fiamma può essere, una linea più una linea meno, alta o bassa, locchè deve produrre il

minimo errore. Ad evitar anche questo ò fatto di più: ò creduto di dovermi servire tanto dell' apparato col filo con solfanello, quanto dell' altro coll' asta a lanterna e candelino; perchè così sarei stato meno esposto ad errori, che una osservazione correggeva l' altra; e debbo dire, che questo metodo mi è giovato moltissimo. Io ripeteva l' osservazione coll' uno e coll' altro apparato, e talvolta incominciava da capo, e non cessava di osservare se non quando i due metodi mi davano que' risultati tali quali dovean essere. Dico questo, perchè ordinariamente è maggiore la elettricità e più forte coll' apparato a lanterna, che con quell' altro a filo. Il lanternino mantiene la fiamma in uno stato più vivace, perchè animata dal vento quanto basta; ma non è così pel zolfanello, la di cui fiamma viene disturbata, e quasi ammorzata sol che il vento sia un poco fresco. Soggiungerò solo, che mi era impossibile l' usare di quest' ultimo apparecchio nei giorni di vento assai forte e tempestoso, ed allora ripeteva più volte l' osservazione col primo a lanterna.

Sarebbe inutile il dire, che ad esplorare la spezie della elettricità io mi son servito di un bastone di buona ceralacca, che strofinata accostava al coperchio metallico della boccetta. E' già risaputissimo, che la elettricità a ciel sereno è sempre positiva, e tale io sempre l' ò riconosciuta. Io segnava il risultato delle mie osservazioni in un Giornale a parte da quello ordinario delle osservazioni meteorologiche quotidiane, e lo segnava immediatamente dopo l' osservazione, segnando nel tempo stesso lo stato attuale dell' aria con minutezza, il vento, il barometro, e l' elettricità. In tal guisa nel giornale meteorologico io avea l' andamento del barometro prima e dopo l' osservazione, e nell' altro giornale a parte, che dirò elettrico, avea l' attuale stato di esso barometro. Senza tale avvertenza di avere un giornale del quotidiano ed orario movimento del barometro, mi sarebbe stata inutile l' osservazione combinata dell' elettricità atmosferica, e del barometro. Io non avrei potuto vedere quali alterazioni la maggiore o minor dose di un fluido tanto attivo producesse nell' atmosfera.

Finalmente debbo avvisare, che le mie osservazioni giungono poco meno che ad un migliajo, e che furono fat-

te per la continuazione di quasi due anni. Quindi ò esplorato il cielo in ogni stagione, in ogni qualità di giorni, in ogni ora, eccetto intorno alla mezza notte. La mia acciaccosa salute non me lo à permesso, se non qualche rara volta, quantunque lo avessi voluto di più. Ne' calcoli però, de' quali appresso, non ò fatto uso se non di osservazioni fatte a ciel sereno, e quando era sicuro, che non vi fosse stata elettricità temporalesca. E veramente senza un numero grande di osservazioni ripetute in varie circostanze è impossibile tener dietro alle leggi della natura in fatto di elettricità atmosferica. Una infinità di cause disturba il risultato delle osservazioni, e l' eccezioni prodotte da tali cause sono poi tante, che senza un occhio attento è difficile il ritrovar la regola. Una nuvola, che si avvicini al zenit; un vento che spiri da plaga dell' orizonte ingombra da nubi; una evaporazione molto avanzata in seguito di qualche pioggia locale; una nebbia o alta o bassa; il fumo anche de' camini, ed altrettali cose che sarebbe lungo il noverare, sono tutte cagioni che turbano il naturale andamento della elettricità, e l' osservatore dee saperlo trovare attraverso delle varie combinazioni, che lo fan torcere dal sentiero.

E' perciò necessario, che chi volesse ripetere le mie osservazioni, come io ardentemente desidero niente temendo il pericolo di poter essere smentito ne' miei risultati quali darò appresso, poichè non amo se non la verità sola, è necessario, dico, che le ripeta in un paese, ove trovisi il minor numero possibile di cause disturbatrici. Fralle altre per questa ragione appunto io non ò potuto giovarmi delle copiose osservazioni elettrico-atmosferiche, che si trovano registrate ne' volumi della Illustre Società Meteorologico-Palatina. Appena in un mese in Manheim, come rilevo dal giornale, vi sono alcuni giorni perfettamente sereni; frequentissime poi vi sono le nebbie, le pioggie e simili. Oltredicchè l' osservare una sola volta il giorno e non più, non può portare a risultati interessanti; nè poi l' elettroscopio atmosferico del Sig. Cavallo, di cui quella Società à creduto dover far uso, è abbastanza esatto, poichè à gl' inconvenienti degli altri elettroscopj senza fiamma. Ma basti

di questo: e passo a dire de' risultati delle mie osservazioni.

§. II.

Risultati delle Osservazioni.

L'Essere stato dal Volta dimostrato che gli elettroscopj atmosferici di qualunque costruzione, eccettocchè a fiamma, non indicano la propria elettricità, di cui si trova l' atmosfera imbevuta, ma bensì l' elettricità di pressione, ossia accidentale, come a lui piace chiamarla, poteva e doveva far nascere de' dubbj su le belle osservazioni del Beccaria, del Saussure, e di altri; ed io non debbo negare, che il mio primo pensiero, allorchè mi proposi una serie di osservazioni di Elettrometria atmosferica, si fu appunto quello di verificare i risultati ottenuti da que' celebri uomini. Ed è veramente un piacere per me, che avendo osservato con apparato differente da quello de' testè nominati Fisici, ed avendo anche per cavarne i risultati preceduto con differente metodo, nondimeno si trovino questi pressochè esattamente conformi ai già ottenuti antecedentemente. Io ne anderò trattando a parte a parte.

E per incominciar da quello, che dicesi *periodo giornaliero della elettricità*: è noto aver avuto il Beccaria per risultato dalle sue osservazioni che niuna discernibile elettricità si trova nell' atmosfera, prima ed anche alcun tempo dopo del levare del sole; indi che secondo il sole va elevandosi sopra l' orizzonte, l' elettricità va a grado a grado insorgendo e crescendo in intensione; mantiensi così durante il giorno, e cade poi verso il tramontare del sole. Il de Saussure accordandosi interamente col Beccaria, aggiunge che nel verno, stagione appunto in cui l' elettricità è più forte, esiste un doppio *maximum*, e un doppio *minimum* nel periodo di 24. ore; che cade il primo *maximum* nelle ore avanzate della mattina, indi il primo *minimum* nelle ore medie della sera: e subentra poi il secondo *maximum* nelle ore della rugiada, per dar luogo in seguito al secondo *minimum* nelle ore della notte inoltrata.

Io non ò proceduto a tirar deduzione da particolari osservazioni, come fecero i due testè nominati illustri Fisici,

mi ò risoluto prendere la cosa in massa, ed ò trovato verificato pienamente il periodo assegnato dal Beccaria. Ecco il metodo del calcolo per formare la tavoletta della elettricità giornaliera, che qui unisco. Tutta la massa delle mie osservazioni a ciel sereno, fatte di due ore in due ore, è ripartita in altrettante colonne; ò fatta quindi la somma di tutti i rispettivi gradi di elettricità nelle coppie di ore, e la somma rinvenuta ò diviso pel numero delle osservazioni stesse. O' per tal modo ottenuto il medio de' gradi di elettricità nelle varie ore del giorno prese a due a due. Mi faccio un dovere e un piacere di far noto, che debbo questa penosa operazione all' amicizia dell' Ab. Tripaldi, il quale alla dolcezza de' costumi unisce cognizioni molto estese, in fatto spezialmente di Fisica e di Meteorologia. Ecco intanto i risultati da lui avuti.

Ore mat.	Elettricità
5. e 6.	2,5.
7. e 8.	4,1.
9. e 10.	4,6.
11. e 12.	4,6.

Ore serot.	Elettric.
1. e 2.	5,5.
3. e 4.	5,5.
5. e 6.	4,4.
7. e 8.	4,4.
9. e 10.	4,1.
11. e 12.	2,5.

A' dunque l'elettricità un flusso e riflusso giornaliero. Trovasi assai bassa nelle prime ore matutine; indi si va alzando a poco a poco a misura, che il sole si alza su l'orizzonte; viene al massimo dell' altezza nelle prime ore pomeridiare, per quindi andar mancando di mano in mano, e farsi minima nella notte. E' pure da notarsi, che nelle ore 9. 10. 11. e 12. della mattina si trova stazionaria, come lo è anche alle 5. 6. 7. e 8. della sera; vale a dire, che ad egual distanza dal massimo e dal minimo à un riposo. O' voluto pur coll' istesso metodo cercare se vi fosse anche un flusso e riflusso, ossia periodo annuo; ed ecco i risultati ottenuti nella seguente tavoletta.

Mesi.	Elettricità.
Gennajo.	6,80.
Febbrajo.	5,64.
Marzo.	5,16.
Aprile.	4,76.
Maggio.	4,37.
Giugno.	5,90.
Luglio.	4,86.
Agosto.	3,45.
Settembe.	4,45.
Ottobre.	3,99.
Novembre.	4,76.
Dicembre.	8,50.

Ecco anche un flusso e riflusso annuo della elettricità atmosferica. Nè si creda che questa in alcun modo si proporzioni al caldo maggiore o minore; poichè se nel periodo giornaliero il flusso si trova nelle ore più calde del giorno, e il riflusso nelle più fredde; nel periodo annuo è tutto all' opposto, ed il flusso si trova ne' mesi più freddi, quali certamente sono il Dicembre, il Gennajo, ed il Febbrajo, il riflusso ne' mesi più caldi. Sembra dunque, che il Read (1) sia stato ingannato dalla osservazione del periodo giornaliero, allorchè scrisse che *la periodica elettricità dell' atmosfera dipende molto dal freddo e dal caldo*. Non potrebbe la stessa causa produrre un effetto in un periodo, ed un altro effetto contrario nell' altra?

Sembra però strano, che veggendosi nella sopra segnata tavoletta il *maximum* della elettricità essere in Dicembre, indi a grado a grado diminuire, si scorga poi un rialzamento in Giugno che di nuovo va decadendo in Luglio, e giunge al *minimum* in Agosto. Così pure dee recar meraviglia, che dall' Agosto andando a poco a poco ad aumentarsi l' elettricità, si trovi un risoluto abbassamento in Ottobre. E riguardo al primo, a me sembra quel rialzamento della elettricità atmosferica nel corso delle mie osservazioni per il Giugno e Luglio doversi attribuire all' indole temporalesca, che ebbero presso di noi i due Giugni del 1794. e 1795., non meno che in parte il Luglio 1794. Per conto poi dell' abbassamento della elettricità, che si trova in Ottobre, io debbo avvertire, le osservazioni di quel mese non essere già state praticate nel luogo solito delle mie osservazioni in Città, ma bensì in Campagna. Colà io osservo sull' angolo del terrazzo di una torre isolata, e messa in mezzo ad un bosco di Ulivi, di Mandorli, e

(1) Transaz. Filosof. 1792.

Carrubi. Dessa è alta 42. piedi Parigini, ed è distante dal mare intorno a due miglia. Ora io mi sono assicurato con replicate osservazioni essere l'elettricità atmosferica maggiore nelle vicinanze del mare, che dentro terra (1). L'Ottobre dunque avrebbe dovuto senza dubbio andare in progressione, e se nella tavoletta vi si trova una retrocessione, questa non dee attribuirsi se non al sito diverso delle osservazioni più lontano dal mare. Messe perciò da parte le circostanze alteranti, sembra potersi fondatamente stabilire l'andamento annuo della elettricità atmosferica esser tale che vada al massimo ne' mesi freddi, vada al minimo ne' mesi caldi.

Spero che non riesca disaggradevole il trovar quì un' altra tavola. Nella prima colonna è segnata l'altezza media del barometro per ciascun mese; nella seconda i gradi medii della elettricità: nella terza le differenze fra la massima, e la minima altezza del barometro nell'istesso mese. Eccola.

Mesi	Barometr.	Elettric.	differ.
Gennajo	28. 1,8.	6,80.	12,0.
Febbrajo	28. 1,4.	5,64.	10,0.
Marzo	28. 1,1.	5,16.	9,0.
Aprile	28. 2,0.	4,76.	6,7.
Maggio	28. 2,7.	4,37.	6,1.
Giugno	28. 1,0.	5,90.	4,1.
Luglio	28. 2,4.	4,86.	5,4.
Agosto	28. 2,3.	3,49.	5,0.
Settembre	28. 2,0.	4,45.	6,6.
Ottobre	28. 2,0.	3,99.	7,4.
Novembre	28. 2,1.	4,76.	9,3.
Dicembre	28. 1,8.	8,50.	8,9.

(1) Io non mi fermo su questa osservazione, che certamente è interessante. Sarebbe pur necessario il sapere se l'elettricità atmosferica sia l'istessa ne' paesi di montagna, e ne' paesi di pianura; come anche se l'istessa ne' paesi di miniere, e ne' paesi dove non tro-

Io non mi avanzerò a dir qualche cosa su le conseguenze de' risultati di questa tavola ; ma è ben rimarchevole , che le differenze barometriche si trovino in progressione conformi ed unisone ai gradi della elettricità atmosferica . Riflettendovi anche sopra con una maggior attenzione e minutezza , vi si troverà forse una certa anticipazione nella elettricità , una certa posticipazione nella quantità delle differenze ; per cui nasce sospetto , che prima sorga l' elettricità maggiore , e quindi venga un maggior disturbo nel barometro , ossia un maggior disturbo nella gravità e peso dell' atmosfera, di cui il barometro è misura. Che se bene si osservi , e si faccia alcuna riflessione sulla tavola , che ò dato , non sarà difficile il rinvenire qualche corrispondenza anche fra le altezze barometriche ed i gradi della elettricità ; in guisa tale che a maggiore altezza corrisponda minore elettricità , a minor altezza del mercurio maggiore elettricità . E senza dubbio in Aprile , Maggio , Luglio , Agosto , Settembre, Ottobre , e Novembre si trova la massima elevazione del mercurio e la minima elettricità ; come nei mesi di Dicembre , Gennajo , Febbrajo, Marzo , e Giugno la minima altezza barometrica e la massima elettricità . Per altro è già noto a tutti, essere durante l' inverno più basso il barometro generalmente che in tempo d' estate, ed ognuno che abbia usato dell' elettroscopio atmosferico deve aver osservato , ch' è d' inverno massima , d' estate minima l' elettricità atmosferica . Ma io non voglio anticipare ciò che avrà miglior luogo in progresso ; e passo ad altri risultati delle mie osservazioni .

Il Cel. Saussure à detto dopo il Beccaria , che i venti impetuosi diminuiscono o anche distruggono affatto l' elettricità atmosferica : e ne diede per ragione , che i varj strati di aria essendo dal vento confusi e misti insieme e perciò continuamente portati a contatto della Terra , doveano quindi rimanerne privi . Ma quantunque ciò sia vero in molti casi , non lo è però sempre , nè in tutte le circostanze ; e giova individuare in quali nol sia . Io ò osservato , che in

---

vasi vestigio di esse ; se ne' paesi vulcanici e nei non vulcanici ? Quante osservazioni ci mancano ! Non si vorrà quindi ascrivermi a colpa , che nel principio di questo scritto io abbia detto essere tuttavia nella puerizia la Meteorologia .

una perfetta calma dell' atmosfera si ànno scarsi segni di elettricità, benchè per altro l' atmosfera ne sia carica. Così in fatti debb' essere. Non può la fiammella del lanternino succhiare l' elettricità se non dall' aria prossima, e su di cui può estendere la sua azione. Che se l' aria si trovi in uno stato di ristagno, siccome è difficile e tarda in questo caso la propagazione del fuoco elettrico per essa, la fiammella ne potrà trarre quella elettricità soltanto, che si trova nell' aria fino al limite della sua attività, e così ne succhierà poca; come al contratrio ne succhierà molta, ove per un vento qualunque ad ogni momento nuova aria sia portata a contatto, o a quasi contatto colla fiammella stessa. Il Saussure à veduto ciò che spesso suole accadere; ma se il rimescolamento de' varj strati fosse causa, che sotto a' venti si trovasse l' elettricità o poca o nulla, poichè questo rimescolamento accade, e dee accader sempre, l' istesso effetto dell' abbattimento della elettricità dovrebbe sempre ancora osservarsi. Ma senza contraddire alle osservazioni de' due testè nominati insigni Elettricisti, mi sembra che debba entrare nel conto un altro elemento. E' certo che spesso anzi ordinariamente accade, che sotto un gran vento il mercurio nel barometro o salga, o sia disposto, o si disponga a salire. In tal caso, è vero, si trova poca o nulla elettricità nell' atmosfera; e tutto al contrario anderà la cosa, se nel barometro il mercurio scenda, ovvero sia disposto, o si disponga alla discesa. Ne darò quì alcuni esempj tratti dalle mie osservazioni. Nel dì 19. Luglio 1794. si ebbe vento tempestoso dal Nord, ed in quel giorno trovo d' aver quattro volte spiata l' elettricità dell' atmosfera, la prima volta a 9. matutine, la seconda ad 11 $\frac{3}{4}$., la terza a 5 $\frac{1}{2}$. della sera, la quarta a 7 $\frac{1}{4}$. Nella prima trovai di elettricità gr. 5,5., nella seconda gr. 7,5., nella terza altrettanti, nella quarta 11. con particolare frequenza: il barometro era appunto discendente. Nel dì 4. Agosto dell' istesso anno un vento impetuosissimo dal S.O. mi permetteva appena di reggermi in piedi, ma pur trovai gr. 5. di elettricità piuttosto frequente: anche quì il barometro era discendente. A' 5. Settembre simile vento dal Nord con barometro discendente, e l' elettricità mi si mostrò a gr. 4. A' 18. Aprile 1795. si ebbe vento gagliardis-

simo dall' Est, con barometro discendente; e l' elettricità si trovò a gr. 8., e frequentissima. Ai 3. Luglio E.S.E. impetuosissimo, ed il barometro discendente; l' elettricità vi fu a gr. 4., sebbene lenta. Dirò più distesamente del dì 5. Luglio 1795: spirava il vento dal S.O., cioè il vento volturno, famoso per la battaglia di Canne, e spirava con tale violenza ed esto, che si alzavano nuvole di polvere, ed il Termometro all' ombra e fuori dell' azione del vento trovavasi a 25,6.; il Cielo era sereno a riserva di qualche piccola nubecola, ed il barom. discendeva: esplorata l' elettricità, fu trovata di gr. 12., frequentissima; ed in una seconda osservazione di gr. 11. All' incontro nel dì 22. Agosto 1794., spirando vento dal S.O. impetuoso, ed incominciando il barom. a salire, l' elettricità fu o. A' 9. Settembre similmente, spirando l' istesso vento dal S.O. gagliardo con barom. saliente, l' elettricità si trovò parimente a o. A dì 25. Maggio 1795. con simile vento impetuoso il barometro saliva alcun poco, e l' elettricità fu a gr. 1. A' 21. di Giugno, vento simile dall' O., il barometro saliva, l' elettricità fu trovata o. Finalmente a' 12. Luglio, vento dal S.O. impetuosissimo e tempestoso, il barometro si disponeva a salire, come salì dopo, e l' elettricità vi fu pure a o. Sembra dunque doversi conchiudere, non generalmente i venti impetuosi render nulla l' elettricità, ma renderla nulla soltanto allora, che nel barometro il mercurio monta o si dispone a montare, e rinforzarla all' incontro allorchè discende o si dispone a discendere.

E quì importa di rilevare, che dicesi comunemente, che il barom. sale sotto i venti dal Nord, e che partendo da questo dato sicuro, certo, e costante si è proceduto ad indovinarne la causa. Ma è ciò poi sempre e costantemente vero? Senza dubbio così accade ordinariamente; ma pure ànno degli esempj, e non infrequenti, ne' quali ò veduto il barometro o rimanersi stazionario o anche discendere sotto l' azione de' venti boreali, e questi tanto estesi e forti da non poter sospettare di vento ristrettamente locale. Ma sempre costantemente in tali casi ò ritrovata molta elettricità, e di particolar frequenza nell' atmosfera. Ed è ciò stato costante a tal segno nelle mie osservazioni, che essendovi vento dal Nord forte, dallo stato del barometro io

prognosticava ai miei amici lo stato della elettricità atmosferica; come a vicenda dallo stato della elettricità io annunziava qual dovesse essere il mercurio nel barometro, senza mai sbagliarlo. E per dire qualche altra cosa del salire o discendere del barometro sotto i venti del Nord, ò replicatamente osservato salire allora certamente il barometro, quando il Nord, rasserenando l'aria a poco a poco come suole, strascina per l'atmosfera delle nubi, che diconsi da' nostri ventose, sfumate alcun poco verso terra, e tal'ora piovose, nevose, o grandinose, e per le quali, come dall'elettroscopio vien fatto chiaro, sbocca verso terra una immensa quantità di fuoco elettrico; ed all'incontro quando il Cielo sia sereno, o almeno senza nubi di quella sorta ed indole descritta, allora sicuramente o rimanersi stazionario, ovvero anche abbassarsi il barometro.

Il Lettore avrà, io credo, potuto vedere, che le mie osservazioni fin qui riferite, portano a far riconoscere un certo rapporto, ed una certa corrispondenza fra l'elettricità atmosferica e 'l barometro, rapporto e corrispondenza da niun altro, che io sappia, finora osservati; ma ecco un altro rapporto, che importante per se, nel tempo stesso sparge una luce sulle corrispondenze antecedentemente descritte. O' detto, e ripeto che una infinità di cause disturbano i risultati delle osservazioni; nondimeno a traverso di tante anomalie, le quali un giorno potranno ancora entrare in regola, mi è sembrato di trovare questa legge generale = *Esservi cioè molta elettricità a ciel sereno nell'atmosfera, o almeno di particolar frequenza, in tempo che il barometro o è discendente, o disposto, o vicino a disporsi ad esserlo; ed al contrario esservi poca elettricità, o poco frequente, quando il barometro sale, o è disposto a salire, o si avvicina a disporsi per salire* =. Riporterò quì come in due quadri, se non tutte le osservazioni, almeno le principali, le quali mi ànno condotto a tale risultato, perchè il Lettore ne possa formare il giudizio da se stesso. Io non amo se non il vero; e come è possibile, che io mi sia ingannato, così mi sarà grato uscir di errore, ove chi vegga più chiaro di me mi disinganni. Non vi è bisogno d'avvertire, che le osservazioni registrate negli annessi due quadri sono di quelle fatte in giorni sereni.

Giorni	Elettr.	Stato del Barom.
1794. Luglio 15.	3,0.	Barom. sale.
Agosto 2.	2,5.	Idem.
6.	2,0.	Idem.
16.	0,75.	Sale rapidament.
22.	0,0.	Sale.
23.	1,5.	Oscilla: poi scende, e l'elettricità si alza a 10.
27.	2,5.	Sale.
Nov. 4.	3,0.	Sale.
Dicem. 30.	3,0.	Idem.
1795. Genn. 16.	2,0.	Idem.
Marzo 19.	2,25.	Idem.
Aprile 29.	2,75.	Idem.
Magg. 1.	3,0.	Idem.
2.	0,0.	Idem: poi scende, e l'Elettricità cresce a 4.
3.	2,0.	Idem.
4.	0,5.	Idem.
21.	3,5.	Idem.
Giugn. 21.	0,0.	Idem.
Luglio 9.	3,75.	Idem.
12.	0,0.	Idem.

Giorni	Elettr.	Stat. II. del Barom.
1794. Agosto 7.	6,0.	Barom. scende.
14.	In varie osserv.	Barom. scende come segue
	3,75.	28 3,2.
	5,5.	28. 3,2.
	5,0.	28. 3,0.
Nov. 3.	9,0.	Scende.
24.	9,0.	Scende.
Dicem. nei primi cinque giorni	tra 'l 6. e 'l 5.	Scende.
6.	8,0.	Scende.
27.	media 10,0.	Scende.
1795. Genn. 8.	6,75.	Stazionario, e poi scende.
9.	12,0.	Scende precipitos.
17.	11,0.	Scende.
27.	11,0.	Idem.
Febbr. 7.	9,0.	Scende precipitos.
13.	7,0.	Idem.
Marzo 11.		
Aprile	12,0.	Idem.
17.	6,0.	Idem.
18.	8,0.	Idem.

O' tralasciato espressamente di situare ne' due quadri alcune delle osservazioni, che ò credute o più parlanti o più curiose, sperando che al Lettore non voglia rincrescere di averne il dettaglio. Nel dì 3. Agosto 1794., a cielo sereno, il barometro discese in questa progressione: 28. 1,7.; 28. 1,7.; 28. 1,3.; 28. 0,7.; l' elettricità nelle quattro osservazioni corrispondenti ebbe questa progressione contraria: 1.; 2,75.; 4.; 5. Al rovescio, nel dì 25. dell' istesso mese, trovandosi anche il ciel sereno, la progressione del barometro nel salire fu la seguente, nelle tre osservazioni: 28. 3,2.; 28. 3,2.; 28. 3,6. E la progressione dell' elettricità nell' abbassarsi fu: 4,25.; 3.; 1. Così nel dì 17. Giugno 1794. il barometro discese in questo modo: 28. 3,0.; 28. 2,9.; 28. 2,7.: e l' elettricità corrispondente andò rinforzandosi così: 3.; 4.; 7. Al contrario nel dì 2. Luglio dello stesso anno il barometro andò salendo così: 28. 1,9.; 28. 2,1.; 28. 2,8.: e l' elettricità andò abbattendosi così: 7.; 4,5.; 3. E' curiosa l' osservazione de' 14. Maggio 1795.: in tale giorno, che fu perfettamente sereno ad eccezione della sera innoltrata assai, in cui apparve qualche leggiero ma altissimo velo di sfumature di nubi, feci quattro osservazioni. Il barometro oscillò tra i 28. 3,9., e 28. 4,0.; l' elettricità oscillò ancóra tra i gr. 4., e 6., e poi di nuovo tra i gr. 4., e 7. E debbo pure far avvertire l' elettricità maggiore esser allora, come sempre, stata trovata anteriore alla discesa del mercurio. Similmente nel giorno 11. Maggio dell' istesso anno, essendo il cielo totalmente sereno, praticai quattro osservazioni. Nella prima fatta ad ore 8,75. matutine, essendo il vento dall' O. ed il barometro a 28. 2,8., trovai gr. 6. di elettricità e frequente; nella seconda ad ore 12. il vento essendo dal N.O., ed il barometro a 28. 2,7., trovai l' elettricità a gr. 5,5., e più frequente; nella terza ad ore 5,5. della sera, essendosi il vento messo all'E., ed il barometro essendo disceso a 28. 1,8., trovai gr. 11. di elettricità frequentissima; nell' ultima osservazione fatta ad ore 9,25. con poco vento dal S.E., il barometro tenendosi a 28. 1,0. l' elettricità fu a gr. 3.; un' ora dopo osservai il barometro, e già incominciava a salire. E, per finirla, nel dì 2. Luglio 1795. in quattro osservazioni, il barometro andò salendo così: 28. 1,9.; 28. 2,1.; 28. 2,8.; 28. 3,5.; e l' elettri-

cità andò abbattendosi in modo contrario così: 7.; 4,5.; 3.; 3,75. Io non osservai più: ma nella notte si abbassò un poco il mercurio per tornare a montare nel giorno appresso.

La legge intanto di corrispondenza fra il salire del mercurio nel barometro e l' abbattersi l' elettricità dell' atmosfera, come fra l' accrescimento della elettricità istessa e la discesa del mercurio, che le mie osservazioni sembrano annunziare, non è di poca importanza per la Meteorologia; e quindi appunto io prego i dotti Meteorologisti dell' Europa e gli Elettricisti a volerla colle loro moltiplicate osservazioni o confermare o distruggere; e tanto più io lo desidero, quantocchè debbo confessare aver trovate delle eccezioni nel corso dell' osservare. Io conto, su cento osservazioni, essersi questa legge trovata vera in ottanta. O' già fin dal principio avvertito esser molte le cause, che possono e debbono rendere irregolari i risultati delle osservazioni; nondimeno però quando si unisca insieme ciocchè finora ò esposto, si avrà un gran numero di testimonianze, che depongono per la legge di sopra annunziata. Si è veduto, che abbassandosi il barometro sotto al vento del Nord, *costantemente* si trova molta dose di elettricità nell' atmosfera; Si è veduto il periodo annuo della elettricità istessa proporzionarsi *assolutamente* alla differenza delle variazioni barometriche, come ancora proporzionarsi inversamente alle variazioni stesse; si è veduto ordinariamente a molta elettricità dell' atmosfera corrispondere l' abbassamento del barometro, a poca elettricità la salita. Credo dunque bastantemente stabilito, che vi sia non solo una corrispondenza tra l' elettricità ed il peso dell' atmosfera, ma individuando dico essere corrispondenza tale, che a maggiore elettricità corrisponde il minor peso, a minor elettricità il maggior peso. Io non voglio quì anticipare le mie congetture le quali riserbo per appresso.

Or mi resta a dire di ciò, che già fu osservato da Beccaria (1) a ciel sereno, cioè nell' atto che passa un nuvolo lento e basso, e unito al suo corpo, e solitario, o (che è l' istesso) disgiunto ampiamente da altri nuvoli, l' elettricità indebolirsi molto considerevolmente. Io mi

---

(1) Della elettricità terrestre atmosferica a ciel sereno. Prop. XI.

trovo al caso di poter generalizzare un poco più questa proposizione. Qualunque volta, osservando io sul mio terrazzo, è accaduto, che passasse sul Zenit qualche nuvolo non temporalesco, nè in attualità di piovere, di grandinare, o nevicare, sempre ò veduto abbattersi le pagliuzze del mio elettrometro; e non solo in tal caso, ma ogni qualvolta il Cielo era coperto assai ampiamente di nuvole, ma non temporalesche, nè in attualità di piovere, di nevicare, o grandinare, ò sempre trovata o scarsa, o anche niuna elettricità. Ho veduto anche, essendovi nebbia bassa, dar l' elettroscopio vivissimi segni di elettricità, e questi poi andar mancando o anche rendersi nulli, elevandosi prima per poco poi per molto la nebbia nell' atmosfera, e riducendosi così allo stato di nubi. Nell' anno anche 1794. (e sarà questa un' osservazione *singolare*, giacchè quanto accadde in quell' anno è tutt' altro che ordinario) passando sul nostro Zenit molti nugoloni di polviglio lanciato dal Vesuvio, poichè io alzai replicatamente in aria l' elettroscopio, trovai sempre l' elettricità nulla, cosicchè questo rendersi nulla l' elettricità atmosferica non debba essere proprietà sola delle nubi, ma di ogni qualunque corpo deferente e nuotante nell' aria. Anzi nell' istesso anno 1794., come già avvisai nel mio *Discorso meteorologico* per quell' anno, siccome vi fu nebbia simile a quella del 1783., la quale ora discendeva fino vicino terra essendone il colore giallo-rosso, ora saliva su più in alto assai rendendosi biancastra, così nel primo caso di avvicinamento alla terra l'elettricità si trovò copiosa, nel secondo di allontanamento si rese nulla affatto. Ed io porto opinione non esser questo un giuoco dell' atmosfere elettriche, ma piuttosto essere un vero assorbimento, che si faccia della elettricità atmosferica da codeste nubi o nebbie, sien poi acquose o di altra natura qualsivoglia. Ed in fatti quando rifletto a quelle nubi alcun poco piovose, grandinose, o nevose, ed ampiamente staccate da altre nuvole, quali suole ordinariamente il vento dal Nord trasportare, non certamente molto grandi ed estese, e che pure scorrendo sopra un ben lungo tratto di paese per ore ed ore disperdono una immensa copia di fluido elettrico, non posso persuadermi, che tutto quel fuoco sia proprio di esse nubi. E se non è lor pro-

prio, bisogna che successivamente, e secondocchè se ne scaricano su la Terra, lo sottirino dall' atmosfera; ed è allora appunto, che il barometro và rapidamente salendo; come sgombrata poi da tali nuvole l'atmosfera, ove s'impunti l' elettroscopio, si trova molto scarsa dose di elettricità.

Che se non temessi di annojare soverchiamente il Lettore, mi gioverei delle osservazioni di altri sommi uomini per istabilire la corrispondenza, nella maniera già enunziata, tra 'l barometro e l' elettricità atmosferica. Se si costruisse una curva rappresentante il giornaliero periodo della elettricità atmosferica coll' istesso metodo, con cui l' esatto e diligente Vincenzo Chiminello costruì la curva rappresentante l' oscillazione diurna del barometro, si troverebbe l' una coll' altra in corrispondenza, in modo però che la minore elettricità precederebbe (come anche le mie osservazioni indicano, e come per teoria dev' essere) il maggiore abbassamento del barometro, la maggiore elettricità la salita dell' istesso barometro. Ecco uno schema di corrispondenza, che io ò dedotto dalla comparazione delle osservazioni barometriche del già lodato Chiminello, e delle elettriche del Saussure, e precisamente da quelle, che si trovano in una tavola da lui costrutta, inserita nel Tom. 3. in 8°. del di lui *Voyage dans les Alpes* pag. 311.

Primo minimo del barometro Ore 5. mat.
Primo massimo della elettricità Ore 9. mat.
Primo massimo del barometro Ore 10. mat.
Primo minimo della elettricità Or. 6. ser.
Secondo minimo del barometro Ore 5. ser.
Secondo massimo della elettricità Ore 8. mat.
Secondo massimo del barometro Ore 11. ser.
Secondo minimo della elettricità Or. 6. mat. giorno seguente.

Io non vorrò negare, che nelle oscillazioni barometriche possano aver qualche parte le attrazioni solari e lunari, una qualche parte ancora i cangiamenti di temperatura, le dissoluzioni e precipitazioni che si fanno nell' atmosfera perpetuamente. In fatti vi si vede un qualche disturbo nell' andamento del barometro paragonato alla elettricità; ma una corrispondenza tra il barometro e l' elettricità, corrispon-

den-

denza, che sotto a varj calcoli, sotto a varie osservazioni si trova ferma e costante, indica che questa ancora vi abbia non solo *qualche* influenza, ma senza dubbio la massima; e sembra quindi naturale che nella elettricità atmosferica debbasi cercare la causa delle variazioni barometriche. Io proporrò alcune mie congetture sul proposito.

§. III.

Congetture tratte dalle Osservazioni.

IN due parole: La circolazione del fluido elettrico per una carica dalla terra all' atmosfera, e poi dall' atmosfera alla terra: ovvero meglio; la circolazione del fluido elettrico costretto a scappar fuori da un gran tratto del globo, ed a spandersi sulla porzione dell' atmosfera incombente, e quindi per altre circostanze da questa a quello: ecco, se io non m' inganno, la vera causa della reciproca diradazione e condensazione, del flusso e riflusso dell' atmosfera, ed ecco la vera causa dell' accrescimento o diminuzione di peso dell' atmosfera istessa: ecco in somma la vera causa delle variazioni barometriche, quale viene indicata dalle osservazioni, delle quali finora ò intrattenuto il Lettore. Egli non vorrà avere a male, che io entri in un qualche breve dettaglio su di ciò, per isviluppare meglio le mie idee.

Nel radunare i fenomeni che presenta il barometro, ad oggetto di spiegarli con una delle tante ipotesi immaginate da Pascal fino al de Saussure, io credo siasi peccato contro l' esattezza, enumerando i fenomeni secondarj e non sempre costanti, trascurandosi i primarj e costanti, ed inoltre non enunziando i fenomeni stessi quali dalle osservazioni risultano; ed è quindi avvenuto che le ipotesi, dopo matura riflessione, si son trovate tutte, quante mai finora ne sono uscite fuori, false ed erronee. Le variazioni barometriche non sono state considerate, che come un giuoco irregolare di successivo alzamento ed abbassamento del mercurio, giuoco incostante come il vento, capriccioso come il tempo. Si suppose, che il barometro si abbassasse sotto alla pioggia, e si alzasse essendo il tempo sereno o

avviandosi al sereno, quandocchè il Cel. Poleni avea con i suoi calcoli trovato, che di 1175. piogge cadute in Padova per dodici anni, solamente 758. aveano fatto discendere il barometro. Il vero enunziativo del fenomeno dovea esser questo. In una stagione, in un mese, in un' epoca di tempo qualunque, nuvolosa, piovosa, nevosa, il barometro tende a starsi basso; come all' incontro tende a starsi alto in un diverso mese, stagione, o altro periodo qualsivoglia di tempo non piovoso, ma piuttosto tendente al sereno. Così anche si è supposto, che i venti dal Nord facessero montare il barometro, ed i venti dal Sud all' incontro lo facessero discendere; ed io ò fatto vedere di sopra, che la prima cosa non è costantemente e sempre vera, ma soltanto in alcune date circostanze, e non in altre; e potrei pure, se non temessi di tediosamente dilungarmi, citare infiniti esempj tratti da' miei Giornali meteorologici, che moltissime volte, e specialmente nella stagione autunnale avanzata e in primo inverno, sotto ai venti del Sud si è il barometro alzato. E pure su questi due fenomeni, come su fenomeni capitali, si sono fabbricati la maggior parte de' sistemi per dar ragione delle variazioni barometriche; sistemi, che àn dovuto prestamente andar in rovina, perchè appoggiati a labili fondamenti. Un solo fenomeno barometrico (lasciando di dire degli altri, o non veri, o poco importanti) io trovo ben enunziato e sodamente stabilito, benchè non forse primario: e questo si è, che le variazioni barometriche sono minime sotto l' equatore, per andar crescendo di mano in mano e farsi massime vicino ai poli; cosicchè colà si tratti di linee, quì di pollici. Ma ecco i grandi, e veramente primarj Fenomeni del barometro.

Esiste un flusso e riflusso, un' alternata marea nell' atmosfera; e non son io il primo a dirlo; illustri Fisici l' ànno osservato, e dimostrato. Vi è un flusso e riflusso giornaliero; vi è un flusso e riflusso pressocchè settimanale; vi è un flusso e riflusso di stagione; vi è un flusso e riflusso annuo; ed è in forza appunto di queste vicendevoli maree aeree, che il mercurio sale e discende nel tubo Torricelliano. Discende allorchè una porzione dell' atmosfera incombente ad una data e molto estesa porzione del globo ra-

refacendosi si rovescia rifluendo su di un' altra simile porzione di atmosfera, che gli è contigua; ascende allorchè da questa fluisce e si rovescia per un giuoco contrario sulla prima. La cagione per cui non si è posta mente, quanto era d' uopo, ad una certa regolarità, che ànno infatti le variazioni barometriche, si fu, che non si è bastantemente dagli Osservatori badato a separare la variazione barometrica generale dipendente da una causa generale in azione sopra un molto esteso tratto dell' atmosfera, dalla locale e parziale, figlia di causa pur parziale e locale. Incomincia (e sia detto come per esempio) il barometro a discendere, e discende per una serie di giorni qualunque, come dire, quattro, cinque, o anche più. Tra questi giorni però se ne troverà uno intero, o la metà d' uno, in cui il mercurio avrà fatta mostra di salire, e sarà infatti salito di qualche frazione di linea, o anche di linea intera; sarà salito però per di nuovo mettersi in corso di discesa. Io dirò, che senza dubbio un gran segmento dell' atmosfera è determinato generalmente e nella sua gran massa a rarefarsi, ed a rifluire su i rimanenti segmenti contigui, o su di qualcuno di essi a preferenza, benchè in un luogo particolare per una causa locale, come a dire, per un brusco cambiamento di temperatura, per una rapida evaporazione, per una dissoluzione o precipitazione, si trovi obbligato a retrocedere, o in qualunque altro modo a condensarsi. In fatti se si confrontino le osservazioni barometriche di varj luoghi, benchè lontani di centinaja di leghe, vi si troverà la corrispondenza fra le discese e le salite, dirò così, generali, non fra le picciole mosse locali. Che però io porto opinione, che nell' assegnare la causa generale delle variazioni barometriche, che si propagano a luoghi di molta ed ampiamente estesa distanza, bisogni far astrazione da queste commozioni locali e parziali, che talora neppure si propagano a poche miglia, e che possono essere l' effetto di varie e complicate cause. Questa sola riflessione basta ad escludere e gettare a terra più di una delle ipotesi, anche di quelle recentemente immaginate, per dar ragione de' fenomeni del barometro. Checchè però sia di ciò, certo è che per un seguito dato di tre, quattro, cinque, o più giorni ancora talvolta il barometro trovasi in corso di salita, per un al-

tro seguito di giorni simili è in corso di discesa; che val quanto dire, il barometro à un periodo di discesa, un periodo di salita presso a poco settimanale. E non voglio neppure lasciar di ricordare che già tutti i diligenti ed avveduti osservatori in Meteorologia ànno trovato una corrispondenza fra la salita e la discesa del barometro, e così regolare, che a molto bassa discesa debba corrispondere molto alta salita, a precipitosa e breve discesa rapida e breve salita; onde è che dal vedersi troppo precipitosamente cadere il mercurio si prognostica presto buon tempo, come dal vederlo montare a gran fretta si arguisce, che poco il buon tempo possa durare, perchè presto dovrà il mercurio discendere.

Oltre però al di già osservato, io soglio distinguere discesa o salita attuale dalla tendenza ossia sforzo per discendere o salire; ed a differenza del periodo di cui sopra si è detto, trovo questa tendenza questo sforzo essere addetto ad un mese, ad una stagione, ad un periodo in somma di tempo maggiore d' assai che una settimana; ed un tale sforzo, una tale tendenza essere in corrispondenza di alternazione. Io non saprei spiegarmi altrimenti che con un esempio. Si troverà un mese poco più o poco meno, una mezza stagione, una stagione intera ancora, in cui il barometro tenderà a starsi al basso, e benchè monti talora, monta però prestamente per prestamente discendere. In tal caso io soglio esprimermi, che il barometro *non sa* stare all' alto, ed allora mi aspetto piogge, nevi, nuvole, vento. Quando poi accada, che dopo scorso un tale periodo qualunque, sempre però lungo assai, salendo il barometro dolcemente, ricada alcun poco precipitosamente per presto risalire, io già mi accorgo, che la stagione, o l' indole della stagione e del tempo cambia, e che si avrà un altro periodo presso a poco eguale in tempo al primo, ma contrario, in cui il barometro *non saprà* stare al basso, ed avrà sempre una tendenza all' alto, onde si avranno venti dal Nord o d' intorno, giorni sereni e belli. Ed è appunto dalla corrispondenza di tali periodi contrarj, come da altre corrispondenze ancora, che nel Discorso Meteorologico del 1789., inserito negli *Opuscoli di Milano* dell' anno seguente, io diceva potersi tirare de' prognostici abbastanza

probabili sull' indole futura di una stagione, di un mese, o altro periodo di tempo che siasi, benchè però in quel Discorso non avessi se non semplicemente accennate le mie idee, senza averle sviluppate.

Vi sarà dunque nell' atmosfera un periodo di flusso e riflusso giornaliero, quale lo abbiam veduto; vi sarà un periodo, che potrà dirsi ebdomadario, perchè circoscritto da alcuni giorni, quattro, cinque, sei, o più; un periodo mensuale ossia di stagione, perchè comprende un numero di più settimane, un mese, o anche una stagione intera; finalmente anche un periodo annuo, cosicchè in un anno tenda il barometro a starsi generalmente al basso, in un altro a starsi all' alto; locchè è piucchè ovvio per gli Osservatori. Poichè dunque vi è un periodo, ed un periodo di corrispondenza con altro successivo, la salita e la discesa del mercurio nel barometro sarà tutt' altro che un giuoco irregolare cagionato da cause irregolari. Ma vi è ancora di più; ed è in questo punto che io imploro una maggiore attenzione del Lettore.

La Natura à congiunto insieme quattro fenomeni; e l' uomo, se voglia indovinare il segreto di essa non dee separarli. Chi vorrà spiegare le variazioni barometriche s' ingannerà semprecchè non ispieghi al tempo stesso i tre altri fenomeni, che ad essi vanno uniti. Il barometro inclina o è vicino a discendere? E' questo il momento in cui gli ammalati cronici se ne risentono; ecco il primo: indi compariscono le fate, le mutate, le lavandaje, ed altrettali simili apparizioni; ecco il secondo: dopo qualche tempo finalmente la trasparenza dell'aria si turba, vengon le nebbie, le nuvole, il tempo in somma si cambia, e va al cattivo; ecco il terzo. Quella perciò sarà spiegazione adeguata della discesa del mercurio nel barometro, la quale darà ragione de' tre altri fenomeni precedenti e concomitanti. Nel mentre dunque deve spiegarsi onde avvenga che si renda men pesante l' atmosfera, deve ancora spiegarsi onde sia che l' alternativa del minore o maggior peso abbia un periodo più o meno regolare, come di sopra abbiam veduto; e la stessa causa, la quale sarà chiamata a spiegare questi due fenomeni, dovrà spiegare al tempo stesso ed il mal essere de' cronici, e la comparsa delle fate, e l' annuvolamento dell' aria. E' già

un fatto abbastanza oggi dimostrato, che il risentirsi de' cronici, approssimandosi il cattivo tempo e preparandosi o avviandosi anche il barometro a discesa, non sia già una conseguenza ed un effetto del diminuito peso dell' atmosfera, lo che si era per lo innanzi detto e tenuto per fermo. Se così fosse, trasportati tai cronici sul dorso, o sulla vetta di qualche alta montagna, dovrebbero sentire gl' istessi e maggiori incomodi. Ma essi anzi vi si trovan meglio. Oltrediché gli esatti Osservatori ben sanno che il peggiorare de' cronici precede l' abbassamento del mercurio, ond' è che il fatto stesso ci porta a conchiudere, la causa stessa, che affetta l' economia animale ne' cronici portarsi in seguito a diradar l' atmosfera, e renderla così meno pesante. Quello, che ò detto de' cronici, dee anche applicarsi agli animali, e singolarmente ai volatili, i quali presentono molto anticipatamente le mutazioni di tempo, specialmente in peggio. E quantunque codesti presentimenti, come anche gl' incomodi de' cronici non si abbiano se non in anticipazione de' grandi e precipitosi abbassamenti del barometro e così delle grandi tempeste, non perciò tai fenomeni si debbono credere non costantemente concomitanti le discese barometriche. E' molto naturale il pensare che una causa, la quale agisca molto e rapidamente, deve fare più impressione, che la stessa causa operante con efficacia bensì, ma lentamente ed a gradi. Nel primo caso due diverse sensazioni senza passaggi intermedj si succedono una dopo l' altra immediatamente, e fanno perciò una profonda impressione; nel secondo caso le sensazioni, andandosi diversificando a gradi a gradi e questi di minima distanza tra loro, resteranno confuse, gli organi si anderanno a poco a poco piegando al nuovo stato, e così non se ne avrà veruna riflessibile impressione. Questo è nelle regole generali delle sensazioni, e de' cambiamenti che produconsi nelle macchine animali per le sensazioni stesse; come è nelle regole del dritto pensare, che la causa medesima, la quale produce le grandi variazioni del barometro e le grandi mutazioni di tempo, debba produrre ancora le piccole variazioni e le insensibili mutazioni. Dirò l' istesso della comparsa delle fate, delle lavandaje, ed altrettali appariscenze. Certamente codeste non si mostrano, se non quando sono

avviate o vicine ad avviarsi precipitose discese del barometro, e romorosi temporali. Una causa, che agisca come tumultuariamente nell' atmosfera darà le fate; ma quella stessa causa, quando agisca in silenzio e tranquillamente, darà un effetto impercettibile. Non debbo però io quì ommettere una riflessione. Noi non potremmo dir cosa di preciso sul presentimento degli animali; nè essi ponno rendercene conto, nè noi gli abbiamo studiati abbastanza: Ben però possiam dire de' cronici; io non voglio attaccarmi a sistemi, poichè non intendo giammai di sposar partiti, ma è evidentissimo che quelli fra i cronici presentono i grandi e rapidi abbassamenti del barometro, i quali trovansi attaccati da malattie procedenti da debolezza, da rilasciamento, e non già da contraria causa. (*)

Ecco dunque il cammino della Natura. I cronici, e molte spezie di animali se ne risentono; l' atmosfera è in commozione ed appariscono le fate, le lavandaje; la trasparenza dell' aria patisce mutazione; il barometro intanto si va abbassando precipitosamente; si forman le nuvole, ed ecco la tempesta, la pioggia, la neve; torrenti di fuoco elettrico si scaricano sulla terra: e dopo questa scarica

(*) Le donne più assai che gli uomini si risentono all' approssimarsi di un gran temporale. Mentre che io stava scrivendo queste carte, a' 23. Dicembre essendo bel giorno, la mia Cognata, della cui affezione nervosa ò dato un cenno in una nota apposta al Discorso del 1793., cadde in una violenta convulsione con inesprimibile dolore nella gamba: il barometro discendeva a precipizio, ed in 24. ore si abbassò di lin. 2,6.: il giorno 24. fu giorno di pioggia e di tempesta. L' altrieri, 26. Dicembre, era una bella mattina, e fu di nuovo assalita: il barometro discese in 10. ore di lin. 2,2.: jeri fu giorno di gran tempesta, pioggia, e neve. Questi fatti bastino per esempio; ma costantemente, ogni volta che il barometro discende a precipizio, essa è attaccata dalla convulsione. O' veduto anch' io, quattro anni addietro, guarire quasi momentaneamente una mia Cugina attaccata da ostinato isterismo con febbre, mediante una gran tempesta di pioggia e di tuoni, che fece rapidamente montare il barometro di più linee. I Medici dovrebbero un poco più badare al barometro. Forse molte di quelle istorie, che si raccontano da vari Autori, e furono raccolte dal Menuret nell' Articolo della Enciclopedia, *Influenza degli Astri*, avrebbero trovata la vera loro spiegazione, se si fosse posto occhio al barometro.

gli ammalati respirano; il barometro incomincia a rialzarsi, e via via rialzandosi l' aria si fa quieta e tranquilla. Dietro a questa progressione conviene che vada colui, che desidera di scoprire le grandi operazioni della Natura, altrimenti si va fuori strada, e si corre dietro a fantasmi ed a chimere.

Indipendentemente dunque dalle osservazioni elettrico-atmosferiche, delle quali più innanzi ò dato conto, sembra che il ragionamento sulle osservazioni riguardanti le variazioni barometriche e le mutazioni di tempo porti a conchiudere, come queste così quelle ancora altro non essere sennonchè un giuoco del fluido elettrico che ora partendo dalla terra si accumuli nell'atmosfera, indi da questa discendendo si accumuli nella terra, e nei corpi che sono nelle viscere o nella superficie di essa; e questo giuoco di cariche e scariche alternate della terra e dell' atmosfera, o per dir meglio, di una gran porzione del globo, come di una simile gran porzione dell'atmosfera incombente, sarà il risultato della legge generale delle cariche e scariche delle opposte facce, e della influenza delle atmosfere elettriche; onde avviene, che quel giuoco affetti una certa sorta di regolarità (1). Che se poi al ragionamento dedotto dalle osservazioni dell' andamento del barometro, e del corso delle mutazioni di tempo si aggiunga l' immediata osservazione del trovarsi appunto accumulata nell' atmosfera la elettricità in tempo della discesa del barometro, e del ritrovarsi all'

(1) Intendo bene, che dovrei estendermi molto nella teoria dell' elettricismo per dimostrare un poco più precisamente questa regolarità; ma ciò mi condurrebbe lontano, ed io scrivo per chi intende appieno essa teoria, che tiene anche alla struttura interna del globo. Un gran tratto di paese è sotto al ciel sereno? l'altro contiguo è inondato da piogge. Il fuoco elettrico è obbligato a starsene nelle viscere della terra per un tratto di paese? ciò appunto farà, che l' altro tratto contiguo del globo si abbia a spogliare del suo fuoco sull' atmosfera. Si è cercato con altri mezzi di spiegare le vicende di sereno e piovoso della Penisola dell' India, ma que' mezzi non bastano all' uopo. Il globo della terra, secondo questa idea, non sarebbe che un aggregato di quadri del Franklin, o di bottiglie di Leyden.

all' incontro diminuita e diradata in tempo della salita, la congettura avrà un tanto maggior peso quantocchè tutto cospira all' istesso scopo.

Ecco intanto come io concepisco la cosa. Vi è una marea nell' atmosfera; tal volta una gran porzione di questa si dirada e si rovescia sulle porzioni circostanti; tal altra volta al contrario si condensa col rovesciarsi delle stesse porzioni circostanti su di essa. Vi è similmente una marea del fluido elettrico, e questo ora uscendo da una porzione del globo invade l' incombente porzione dell' atmosfera, in questa accumulandosi; ora si precipita e rifluisce dall' incombente atmosfera alla sottoposta terra, rimanendone o poca o nulla in essa atmosfera. La prima marea è provata dalle variazioni barometriche, non potendo la salita del mercurio esser l' effetto se non del condensamento e perciò del maggior peso dell' aria sul luogo dell' osservazione, e la discesa del mercurio dimostrando un diradamento dell' aria e perciò un minor peso. L' altra marea del fuoco elettrico è dimostrata, come dalle osservazioni di sopra già descritte, così anche da una infinità di altri fenomeni, de' quali ò dato un cenno; e tra le due maree è questa la corrispondenza, che al flusso dell' atmosfera corrisponda il riflusso del fuoco elettrico, ed il flusso di questo al riflusso dell' atmosfera. Il fuoco elettrico si lancia nell' atmosfera, e per la sua forza ripulsiva deve costringer l' aria a diradarsi, e così a fluire sopra tutti i lati; abbandona il fuoco elettrico l' atmosfera per portarsi alla terra, e cessando la forza che teneva l' aria in istato di diradazione, cessa la diradazione ancora, e da tutti i lati vi è un riflusso; e tanto più questo giuoco avrà di forza, quantocchè, secondo le leggi delle cariche e delle atmosfere, al condensamento della elettricità in una data porzione dell'atmosfera dee corrispondere il diradamento in un'altra, e così viceversa. Quindi è facile ad intendersi, che abbandonando il fluido elettrico, se non in tutto, in buona parte almeno la terra per lanciarsi nell' aria, debbano i corpi animali, che si trovano in istato di debolezza, risentire l' influenza di tale abbandono; ed ove la sottrazione del fuoco si faccia prestamente, devono allora massimamente sentire la privazione del dolce ma efficace stimolo, che teneva in salubre

eccitamento i loro organi e le loro fibre. Così anche questa uscita del fluido elettrico dalla terra per lanciarsi nell' atmosfera, quando sia specialmente ed abbondante e tumultuaria, come avviene innanzi alle grandi mutazioni di tempo e nel prepararsi il barometro a precipitose discese, non potrà mancar di produrre una commozione e nell' aria istessa e ne' vapori in essa galleggianti e nuotanti ovvero anche disciolti, e perciò dovranno aver luogo le fate, le lavandaje, le mutate, ed altrettali ingannevoli tremolanti e sempre varianti apparizioni. La trasparenza stessa dell' aria dovrà patirne; i vapori in essa disciolti correndo per una maggiore affinità a combinarsi col fuoco elettrico che da per tutto gli attacca e circonda, perciò si cambieranno in vapori vescicolari, e si vedranno le nuvole là dove nulla vi era, cosicchè l' Osservatore non saprà come abbiano potuto formarsi. Già il Cel. de Saussure avea sospettato e con fondamento (1) che il fuoco elettrico entrasse nella formazione de' vapori vescicolari dell' atmosfera; ed intorno alle lavandaje avendone detto replicatamente e quanto basta ne' miei discorsi meteorologici inseriti negli *Opuscoli di Milano*, non istarò quì a ripeterlo.

Io non voglio impegnarmi a minutamente spiegare i fenomeni tutti del barometro; questo assunto mi condurrebbe a soverchia prolissità. Accennerò soltanto qualche cosa di volo. I venti del Nord ne' nostri climi ordinariamente succedono alle grandi e tumultuose pioggie, vale a dire all' essersi scaricata l'atmosfera sulla terra di una immensa quantità di fuoco elettrico, e se non susseguono a grandi pioggge strascinano almeno seco loro frequenti bocche scaricanti; che così io chiamo le nubi gravide nevose, piovose, grandinose, ma staccate e non in corpo di temporale: tolta così la causa, che teneva in diradazione l' aria, deve questa condensarsi, e così più premere e più pesare sulla superficie del mercurio, che in conseguenza deve salire nel tubo barometrico. I venti dal Sud all' opposito vengono ordinariamente dopo una lunga serenità, quando una lunga evaporazione dalla terra abbia fatta ascendere in alto immensa copia di fuoco elettrico; deve perciò l' atmosfera

(1) *Essai sur l' Igrometrie* III. cap. 2. pag. 308.

esser molto diradata, ed il mercurio nel barometro dovrà star basso, perchè meno premuto dal peso dell' aria già rarefatta. Chi volesse andar ricercando più addentro, troverebbe il perchè ad aria che si va diradando debba corrispondere il vento dal Sud piuttostocchè un altro, e ad aria che si va condensando corrisponda il vento dal Nord: ma io non voglio entrare in lungherie, ed in vece passo a dire onde avvenga, che il barometro sia quasi tranquillo vicino all' equatore mentre va soggetto alle massime variazioni in vicinanza de' cerchi polari: l' indole sola del clima e del cielo de' luoghi della zona torrida basta a darne la ragione. In que' luoghi il mal tempo ed il buon tempo si succedono con una rapidità immensa, e l' istesso giorno vede il sereno e la pioggia. Alla mattina vi è un bel sole, e perciò una evaporazione inesprimibile, che dà all' atmosfera tanto fuoco elettrico, quanto ne darebbe tra noi l' evaporazione di più e più giorni; ma non appena il sole è al meriggio, che una tempesta di tuoni, di fulmini, e di pioggia, tale che noi difficilmente potremmo formarcene idea, restituisce in poco d' ora alla terra il fuoco, che da essa avea l' atmosfera ricevuto. Così in que' luoghi il flusso ed il riflusso del fuoco elettrico si succedono ad ore, e l' atmosfera per la sua naturale inerzia non potendo prender le mosse tanto subitamente nè dall' una parte nè dall' altra, se ne resta come tranquilla.

E' poi osservazione quanto antica altrettanto ben fondata, che una pioggia chiama l' altra, e che quanto più à piovuto tanto più piove. La terra bagnata da molta pioggia molta ed abbondante evaporazione dee dare, e con i vapori molto fuoco elettrico dee innalzarsi, ed una continua abbondantissima evaporazione deve determinare il fluido elettrico a costantemente portarsi nell' atmosfera. Quindi le stagioni piovose sono le stagioni delle minime altezze barometriche, come le stagioni delle massime altezze sono le serene e di buon tempo, ed il buon tempo si conferma per l' istessa siccità.

Non potrei dirlo precisamente, mancandomi osservazioni, ma forse saranno anche da spiegarsi con questa teoria le acque e le fontane profetiche. Io non istarò certamente a descriverle, ma tutte àn questo di comune, che all'

avvicinarsi del mal tempo, che val quanto dire al discendere precipitoso del barometro, o quello che torna all' istesso, allo sprigionarsi in gran fretta ed in gran copia il fluido elettrico dalla terra per innondare l' atmosfera, all' avvicinarsi, dico, il mal tempo, sboccano copiose e torbide. E' curiosissima a questo proposito la sorgente chiamata *del buon successo* scoperta pochi anni addietro nel Cantone di Berna, e descritta dall' illustre successore del grande Haller, il Wild, in un picciolo scritto stampato a Berna nel 1792., e di cui il cel. Autore mi fece prezioso dono. Quella sorgente è un vero barometro, diminuisce quando il mercurio monta, rigonfiasi quando si abbassa; la cosa è costante, eccettocchè in estate, quando le oscillazioni del barometro sono assai di sotto dal mediocre. Ed è ancora più osservabile, che crescendo l'acqua di volume cresce ancora in salsedine; mancando manca altresì nella salsedine. Certamente dal Wild possiamo aspettarci e le più esatte osservazioni, e le più fondate teorie. Intanto però mi fò un pregio di poter quì citare uno squarcio del Cel. Toaldo a proposito appunto di queste acque profetiche „ Queste eruzioni, così egli „ all' *Artic. 6. della part. 3. del Saggio meteorologico ec.*, di „ acque sono simili ai gonfiamenti del mare e de' laghi, „ che annunziano temporali e terremoti, e prodotti dallo „ stesso principio del fuoco elettrico, che lotta per ispie- „ garsi nell' atmosfera „. E' per me un piacere il trovare, che molto tempo innanzi un sì giustamente celebre uomo abbia pensato all' istesso modo che io penso. Cosi ancora le grandi brinate, che portano la desolazione ne' teneri germogli delle piante, sogliono appunto accadere in tempo, che dopo una rapida salita il barometro incomincia, o si dispone a discendere precipitosamente. Ed è poi notissimo avere negli anni addietro il Proposto Castelli con convincenti ragioni pressocchè dimostrato, ad un rapido sbocco del fluido elettrico doversi attribuire i danni delle brinate.

Ma io non faccio, che sbozzare semplicemente una teoria, per cui compiutamente svolgere lungo tempo ci vorrebbe, e di molta carta. Mi lusingo però di non aver teorizzato su di un *può essere*, ma bensì su de' fatti avanzati non meno nel paragrafo antecedente, che in questo. Se i Fisici giungessero a formare un elettroscopio atmosfe-

rico atto a farci conoscere e distinguere quando il fuoco elettrico dall' alto dell' atmosfera discende al basso della terra, e viceversa quando dalla terra si lancia nell' atmosfera, noi avremmo certamente una maggior prova di tale teoria; e se l' amor proprio non m' inganna, attribuisco l' essersi trovate in fallo tal volta le mie osservazioni sul reciproco inverso flusso e riflusso dell' atmosfera e del fuoco elettrico, all' imperfezione de' miei stromenti non atti a fare tale discernimento. Io avrò potuto osservare al momento della discesa del fuoco dall' atmosfera nella terra, ed avrò trovata molta elettricità, mentrecchè l' atmosfera in quell' atto se ne andava spogliando; ed avrò trovata poca elettricità, quando l' atmosfera n' era già carica, ed il fuoco forse per assorbimento delle nubi erasi portato assai in alto, o nell' attualità di entrare in combinazione con i vapori facevasi insensibile. Intanto però, che ai Fisici riesca, se sia possibile, di ritrovare un tale istromento, sarebbe interessante valersi dell' apparato immaginato dal Saussure per esplorare l' elettricità del globo della terra, e le varie mutazioni di essa. A quell' apparato io non vorrei se non sostituito un elettrometro più sensibile, che non è quello a pallottoline di sambuco sostenute da fili metallici. Chi sa, che non trovassimo che la terra abbonda di elettricità a barometro alto sotto ai venti dal Nord, ne scarseggia all' incontro a barometro basso sotto ai venti dal Sud? Certamente, spirando vento dal Sud, e trovandosi perciò il barometro basso, sulle macchine elettriche de' nostri gabinetti poco fuoco elettrico si accumula, non ostante che tali venti, almeno tra noi, facciano montare al più alto grado della siccità l' igrometro, e perciò portino i nostri apparati al sommo isolamento; come al contrario, spirando venti dal Nord, non ostante che non facciano giammai tant' oltre verso la secchezza girare l' igrometro, e non inducano perciò tanto perfetto isolamento, si condensa e si accumula, molto fuoco. Io non so se il Cel. Thouvenel abbia mai sperimentato il suo Pennet relativamente al barometro, quantunque però sappia creder lui, che il Pennet manchi della sua facoltà in tutto o in parte, quando non sia tempo permanentemente sereno, cioè a barometro alto, e quindi a molta elettricità condensata nel globo. Dietro alla teo-

ria che ò sbozzata egli avrebbe un nuovo campo da osservare. Comunque però sia, attenderò che nuove osservazioni di uomini più di me avveduti distruggano o confermino queste mie congetture, memore che *opinionum commenta delet dies, naturæ judicia confirmat*.

DELL' ACCOPPIAMENTO D' UNA CANTARIDE CON UNO ELATERE

Di Pietro Rossi.

Ricevuta li 3. Fruttidoro An. VI. (20. *Agosto* 1798.)

La Nature a ses bizarreries, et se plait quelquefois à sortir des regles générales. *Buffon. hist. nat. t. 6. p. 416.*

IL numero delle convenienze fonda i rapporti dell' amore e dell' appetito fisico negli animali, ond'è che li accoppiamenti tra essi naturalmente ristringonsi alla specie medesima, e se sono stati talvolta osservati allontanarsi da questa Legge generale, è stato sempre in difetto della femmina propria che un animale, di qualunque specie egli sia, abbia ricercato di unirsi con altre femmine a lui meno convenienti, ed alle quali esso pure conveniva meno del maschio naturale.

Coeunt Animalia generis ejusdem secundum Naturam, sed ea etiam quorum genus diversum quidem, sed Natura non multum distat, si modo par magnitudo sit, et tempora aequent graviditatis: raro id fit, sed tamen id fieri et in Canibus et in Vulpibus, et in Lupis certum est. Aristot. de gener. Anim. p. 2. cap. V.

Sebbene il Sig. di Buffon non sia riuscito a verificare con i suoi sperimenti l' asserto di Aristotile, questo però si vuole in parte confermato da quegli tentati, secondo ei ci assicura, dal Sig. Spontin-Beaufort di Namur che da un Cane e una Lupa potè ottenere quattro muletti, tre maschi e una femmina. Milord conte di Pembroke è riuscito pure a vedere più volte gli accoppiamenti di un Can mastino con una Lupa da esso addomesticata, e tenuta costantemente sotto i suoi occhi.

I Cani che Aristotile riguarda come adattati a questi accoppiamenti sono quelli ch' egli chiama col nome di *La-*

conici (1) e questi dal Sig. di Buffon vengono dimostrati essere i Cani dei Pastori, che, secondo esso pur crede, sembran formare una specie sola con i Lupi e le Volpi.

I fatti che si sono potuti raccogliere intorno alla congiunzione volontaria o forzata di Quadrupedi di specie diversa si riducono a pochi, e forse ai soli Muli e ai Giumarti, sulla vera esistenza dei quali non parrebbe che dovesse cader più dubbio dopo le osservazioni dei Sigg. Bourgelat, e Adanson. Il Sig. di Buffon però, cui non erano abbastanza noti allorchè scriveva la Storia sua dei Quadrupedi, gl' impugna nella più forte maniera con i ragionamenti, e co' i fatti.

Racconta egli fra le altre cose che alla sua terra di Buffon un Mugnajo teneva da più anni in una stalla un Toro insieme con una Cavalla, e che tutte le volte che questa entrava in caldo, il Toro due e tre volte per giorno la cuopriva, ma nondimeno, dice egli, gli accoppiamenti furono sempre senza conseguenza, onde ne conclude che non si sente inclinato ad ammettergli, malgrado l' asserzione di Mr. Schaw, il quale pretende che in Tunisi, ed in Algeri esistano dei Giumarti derivanti dalla unione dell' Asino con la Vacca. In ogni modo però questi accoppiamenti, dei quali non può dubitarsi, provano che lo stato di domesticità influisce molto nel rendere gli animali più libertini, che è quanto dire meno fedeli alla loro specie.

Il Cane che è un animale un grado meno bestia degli altri, in grazia di questa domesticità, e della forza d' influenza che ha l' uomo sopra di esso per renderlo anco dipiù lontano dalla naturale salvatichezza degli altri animali, si osserva frequentemente abbandonarsi a degli impeti affatto contro natura, e vi è fin qualche esempio riportato anche dal sopraddetto Sig. di Buffon, di amor violento, e di accoppiamento tentato più volte con una Troja tenuta a lui vicina di abitazione.

Riferisce il Mattioli in una delle pubblicate sue Lettere che al Perù l' Animale detto *Lama*, quadrupede simile al-

---

(a) *In Cyrenensi agro Lupi cum Canibus coeunt, et Laconici Canes ex Vulpe et Cane generantur. Aristot. hist. anim. l.* 8. *c.* 28.

alla *Vigogna*, si osserva essere al maggior segno Salace = *Salacissimum hoc esse Animal mihi id conjecturam facit, quod cum sui generis femellis sit destitutum, magna cum prurigine Capris se commisceat. Adeo Venere stimulatur hoc animal, ut illud viderim humile quoddam praesepium avena refertum conscendisse, genitaleq. illi magno cum murmure tandiu confricasse, quousque semen redderet plurimis una hora replicatis vicibus. Non tamen concepere Caprae hujusce animalis semine refertae*. Matthiol. Epist. Lib. V.

Mi pare di avere anche letto in un' altro luogo della detta Storia Naturale del Sig. di Buffon che Milord Clive, avendo dal Capo di buona speranza condotto seco in Inghilterra una Zebra femmina, avea più volte tentato di farla unire con un giovine Asino, il quale fu da essa ricusato costantemente, finchè avvisatosi Milord di farlo dipingere con i colori imitanti quelli del Zebra maschio, potè con questo stratagemma ingannarla, ed ottenerne un perfetto accoppiamento, che fu anche fecondo di un Muletto assai rassomigliante alla madre. Nuovo fatto che prova la generale repugnanza dei Quadrupedi per le unioni di specie diversa, alle quali se qualche volta noi gli abbiam veduti (come si è detto) abbandonarsi, è sempre perchè manca loro, negli impeti della Natura imperiosa, il modo di soddisfarsi con le proprie femmine, e vengono necessitati anche a ciò dallo stato di prigionia, di domesticità, e di altre cause cooperatrici.

Ora dall' esame dei Quadrupedi passando a quello degli Uccelli, notissimi sono a tutti gli accoppiamenti fecondi che ordinariamente si ottengono dal Passere di Canaria obbligato ad unirsi col Calderino, Lucherino, Fanello, e simili. Di questi però la maraviglia cessa in riflettere alla prossimità di tali specie frammischiantisi, nelle quali non cade forse alcuna disconvenienza di parti e di organi idonei alla generazione, onde è facile l' intendere come il difetto della Venere propria, e la consuetudine di convivere e crescere insieme, alla quale sono di buon' ora avvezzati, contribuiscano a potere avere da essi' dei prodotti partecipanti dell' una, e dell' altra specie che si è unita.

Tralascio di parlar degli Amfibj, che inetti tanto si sono dimostrati al Cel. Spallanzani per la produzione di ogni

sorta di Muli, e vengo agl' Insetti che più da vicino ci interessano nel caso nostro.

Sono già noti gli accoppiamenti ottenuti da Mr. Nicolas nelle Farfalle di specie diversa, state da esso rinchiuse in un Giardino, che si riducono ad aver conseguito dei Muletti dalla Falena detta l' *Apparente* (*Ph. B. Salicis*) unitasi con la *Minima*, (*Ph. B. Quercus. Lin.*)

Sebbene piccolissima sia la distanza di specie tra questi due *Lepidopteri*, io credo che sarebbe stato a lui ben facile il poter estendere le sue ricerche ancora su di altri Bombici, giacchè questa numerosa famiglia d' Insetti ardentissima si osserva essere nei loro amori, come se la Natura avesse loro impresso più che agli altri il fine della perpetuità della specie, per avergli nello stato loro perfetto destinati a comparire in iscena privi degli organi della nutrizione, e così ridotti nel caso di dover più degli altri ciecamente affrettarsi all' adempimento di un fine così importante.

Le congiunzioni che naturalmente si osservano tra gli Insetti non sogliono sfuggir mai l' occhio di uno avveduto Entomologo, perchè esse troppo vantaggiosamente lo servono alla determinazione del sesso, e della specie.

Io non so però che da alcuno sia stato notato mai accoppiamento tra individui di genere diverso. Quello da me osservato, di una Cantaride unitasi naturalmente ad uno Elatere, pare certamente, per la somma distanza non di specie solo ma di genere anche disparatissimo, a sentimento di ognuno, singolare quanto mai dir si possa.

Io lungi dal pretendere di appormi al vero, nel dare una qualche spiegazione di questo fatto, azzarderò quì solo le mie congetture in modo di dubbio. Per antica osservazione mi costa che la Cantaride detta dal Linneo *Melanura* è assai portata ad unirsi con la propria specie, alla quale si vede quasi sempre accoppiata validamente, per aver ricevuto dalla Natura un organo genitale assai lungo, e che nell' estro internatosi s' inturgidisce, ed all' estremità si dilata a segno di rimaner divelto dall' Abdome, se forzato ne venga a staccarsi dall' indiscreta mano di troppo curioso osservatore.

Questo Insetto tra noi comunissimo s' incontra per tutte le piante, e copioso specialmente sul finire di Giu-

gno. La Cantaride che da me fu presa in copula col riferito Elatere, trovavasi sulle foglie di Pesco ai primi di Giugno; era dunque precoce di un mese circa alla comparsa delle altre di sua specie, che di fatto non si vedevano ancora. Parrebbe dunque che come nei Quadrupedi e negli Uccelli abbiam di sopra osservato accadere, il difetto di femmine naturali avesse indotto anch' essa ad usare di una Venere impropria, ma quante difficoltà si affacciano quì per vederne facile l' esecuzione! Nessuna domesticità, anzi totale stato di libertà; disconvenienza di parti grandissima, in uno alquanto molli, nell' altro dure assai; assenso pienamente prestato dall' Elatere femmina, senza del quale impossibile sarebbe stato alla Cantaride l' introduzione del sesso maschile; pure non potendosi dubitare di un fatto stato quì da tanti giusti conoscitori osservato, bisogna ben dire che la Natura *a ses écarts*, e che questo sarà però sempre un di quei veri singolari e rarissimi, che può essere in Fisica fecondo di più conseguenze. *C'est beaucoup gagner que d'acquerir dans l' histoire de la Nature un fait rare. Buff. hist. Nat.*

SOPRA ALCUNE PARTICOLARITA' CONCERNENTI LA GRAVITA' TERRESTRE.

Di Gregorio Fontana

Ricevuta li 14. *Fruttidoro An. VI.* (31. *Agosto* 1798.)

1. MAlamente (a quel che parmi) si suol dimostrare dalla comune degli Scrittori il famoso Teorema di Fisica, che *la gravità terrestre non solo ne' diversi punti della superficie della Terra è reciprocamente proporzionale alle distanze dal centro, ovvero ai semidiametri dell' Ellissoide Terrestre; ma anco ne' punti interni similmente distanti dal centro, cioè situati in distanze dal centro proporzionali ai detti semidiametri*.

2. Il Chiarissimo Boscovich nella sua opera *De Litter. Exped. per Pontif. Ditionem p.* 443., è quegli, che più accuratamente di ogni altro rischiara la dimostrazione Sintetica de' Newtoniani su tal proposito; ma nulladimeno è viziosa anche la proposta da Boscovich, la quale dice così: „ Si concepiscano due Canali qualunque usciti dal centro, e terminati a quali punti si vogliono della superficie, i quali canali esser debbono in equilibrio. Si taglino in un numero eguale di parti proporzionali; e perchè le particelle o molecole contenute nelle rispettive parti de' due canali gravitano nel centro in ragione della loro distanza dal centro, e la ragione della distanza nelle parti omologhe è la medesima che quella di tutti i canali, saranno perciò le forze delle molecole contenute nelle parti di un canale alle forze delle molecole contenute nelle parti omologhe dell' altro, nella costante ragione di tutti i canali; e conseguentemente anche le somme saranno nella stessa ragione, cioè i pesi delle parti omologhe come i pesi di tutti i canali, vale a dire eguali. Essendo poi il peso della parte di un canale eguale al peso della parte omologa dell' altro, sarà la forza di cadauna molecola nella parte d' un canale alla forza di cadauna molecola nella parte omologa dell' altro, come reciprocamente il numero di quelle molecole, ovvero come reciprocamente quelle parti, ed in conseguenza come reca-

procamente tutti i canali. Perlocchè le forze di tutte le molecole, o sieno esse situate nella superficie esterna, o collocate dentro la sferoide in rette guidate dal centro alla superficie, ed in distanze dal centro proporzionali a tali rette, sono fra loro reciprocamente come le stesse distanze ,,. Così il Boscovich.

3. Questa dimostrazione pecca a mio avviso nell' assunto, che le forze gravitanti di due molecole o punti di materia ne' due canali, sieno tra loro semplicemente come le loro distanze dal centro; laddove sono in ragione composta di queste tre, 1.° delle forze gravitanti rispettive sulla superficie, 2.° delle distanze dal centro, 3.° delle lunghezze de' canali inversamente prese. Diffatti dividansi (Fig. 1.) due canali CA, CB in un numero infinito eguale di parti Pp, Tt infinitesime, proporzionali ai canali stessi, e presi dovunque due punti Q, S ne' canali; siccome *in un medesimo canale* la gravità discendendo verso il centro cresce in ragione delle distanze, sarà perciò la gravità in A, che nomineremo G, alla gravità in Q, come CA, a CQ, e però la gravità in Q sarà eguale a $G.\frac{CQ}{CA}$; e così nominata g la gravità in B, sarà la gravità in $S = g.\frac{CS}{CB}$. Dunque le gravità de' due punti Q, S sono in ragione composta &c. E poichè i punti P, T sono situati in distanze proporzionali alle lunghezze di tutti i canali, per essere le parti Pp, Tt proporzionali ai tutti, e tra loro omologhe, cioè prese ne' due canali dopo un egual numero di divisioni da C in P, e da C in T, sarà quindi la gravità in P alla gravità in $T :: G.\frac{CP}{CA} : g.\frac{CT}{CB} :: G : g$, giacchè $\frac{CP}{CA} = \frac{CT}{CB}$. Ma i pesi delle particelle simili Pp, e Tt sono come le gravità di ciascun punto, e come il numero de' punti in ciascheduna particella; dunque il peso di Pp sarà al peso di $Tt :: G.Pp : g.Tt :: G.AC : g.BC$; ed in questa ragione costante starà il peso di ciascuna particella del Canale CA al peso dell' omologa simile dell' altro CB; dunque *raccogliendo*, il peso del Canale CA starà al peso di CB, come il peso di

una particella qualunque di CA al peso dell' omologa simile in CB; ovvero come G. AC : g. BC : ed essendo per l'equilibrio uguali i pesi de' due Canali, ne viene in conseguenza, che G. AC=g. BC; cioè G:g : : BC : AC ; che vuol dire le gravità in superficie proporzionali reciprocamente alle distanze dal centro; che è il primo. L' uguaglianza poi dei pesi delle due particelle omologhe simili de' due Canali, derivata dall' uguaglianza de' pesi de' Canali stessi, importa, che le forze gravitanti de' punti delle particelle, saranno reciproche al numero di tali punti, cioè alle particelle, cioè alle loro distanze dal centro; che era il secondo.

SCOLIO.

4. Il supposto di Boscovich e di tutti gli altri, che le gravità di due punti di materia ne' due Canali siano nella sola ragione delle distanze di tali punti dal centro, si trae dietro l'assurdo, che i pesi di tutti i Canali, invece di essere uguali, sarebbero come i quadrati delle lunghezze de' Canali: imperocchè raccogliendo le ragioni costanti dei pesi delle omologhe particelle di due Canali, si ha la ragione de' pesi di tutti i Canali, e questa uguale alla ragione del peso d' una particella a quello dell' altra omologa, e questa seconda ragione è composta della ragione delle forze gravitanti di ciascun punto a ciascun punto nelle due particelle, cioè della ragione di tutto il Canale a tutto il Canale, e della ragione del numero de' punti di una a quello dell' altra particella, cioè nuovamente della ragione del Canale al Canale, le quali compongono la ragione de' quadrati delle lunghezze de' Canali.

5. La falsità del predetto principio delle gravità proporzionali soltanto alle distanze dal centro ne' punti di due differenti Canali, apparisce evidentemente dalla proposizione adottata e ricevuta dai predetti Autori; cioè che in due Canali le gravità ne' punti, i quali abbiano le distanze dal centro proporzionali ai Canali stessi, sono *reciprocamente* come tali distanze; laddove pel mentovato principio quelle gravità esser dovrebbono direttamente come le dette distanze.

6. Per dimostrare in un modo speditissimo il Teore-

ma Newtoniano, che le gravità ne' luoghi M, O (Fig. 2.) della superficie terrestre sono in ragione inversa delle distanze MC, OC dal centro della terra, si proceda così: chiamisi G la gravità in M, e g quella in O, e sia $CM=A$, $CO=a$, $CP=x$, $CN=y$, e siano Pp, Nn due elementi delle Colonne CP, CN, di cui si negige la grossezza, che nulla influisce nel calcolo. Poichè adunque la gravità andando dalla superficie verso il centro è proporzionale alle distanze dal centro terrestre, nel supposto che *la Terra sia di densità uniforme*; sarà la gravità in $P=\frac{Gx}{A}$, ed il peso dell' elemento $Pp=\frac{Gxdx}{A}$, e per la stessa ragione il peso dell' elemento $Nn=\frac{gydy}{a}$. Integrando queste espressioni si ottiene il peso di $CP=\frac{Gx^2}{2A}$, e di $CN=\frac{gy^2}{2a}$, e quindi il peso di tutta la Colonna $CM=\frac{GA}{2}$, e di tutta la $CO=\frac{ga}{2}$.

Supposta ora la fluidità della sferoide Terrestre, e l' equilibrio delle Colonne CM, CO, ne risulta l' equazione $\frac{GA}{2}=\frac{ga}{2}$, e perciò $G:g::a:A$, cioè le gravità alla superficie inversamente proporzionali alle distanze dal centro. Il che era ec.

7. Nella precedente dimostrazione si suppone la terra immobile. Pongasi ora, che ella si aggiri intorno all' asse FQ, e le forze centrifughe in M, O nate da questa rivoluzione dicansi F, f; si menino per P, N le perpendicolari EPR, LNT all' asse CQ, e siano PR, NT le forze centrifughe de' punti P, N. Essendo le forze centrifughe de' punti M, P come le distanze di tali punti dall' asse, e queste distanze come CM, CP, ne viene, che $PR=\frac{Fx}{A}$, e per la stessa ragione $NT=\frac{fy}{a}$. Abbasso i perpendicoli RD, TV sopra CM, CO, con che le forze centrifughe PR, NT vengono a risolversi,

la prima nelle due PD, DR, la seconda nelle due NV, VT, e di queste quattro forze le due DR, VT niente alterano la forza di gravità de' punti P, N verso il centro C, e le due altre PD, NV direttamente si oppongono alla detta gravità. Ora chiamando C la distanza del punto M dall' asse, e c quella del punto O, i triangoli simili danno l' analogia A : C : : PR : PD : : $\frac{Fx}{A}$: $\frac{FCx}{A^2}$ $=$PD, e così trovasi NV$=\frac{fcy}{a^2}$. Quindi $\frac{FCxdx}{A^2}$ sarà la forza centrifuga dell' elemento Pp relativamente al centro C, e $\frac{fcydy}{a^2}$ sarà quella dell' elemento Nn relativamente allo stesso centro. Laonde integrando sarà $\frac{FCx^2}{2A^2}$ la forza centrifuga della colonna indefinita CP, e $\frac{fcy^2}{2a^2}$ quella della colonna CN, sempre relativamente all' azione esercitata in direzione opposta alla gravità. Da ciò apparisce, che preso $x=A$, $y=a$, la forza centrifuga di tutta la colonna CM è $\frac{1}{2}$ FC, e della colonna CO è $\frac{1}{2}$ fc. Se si computasse, come è facilissimo, la forza centrifuga *assoluta* della colonna MH perpendicolare all' asse, si troverebbe $\frac{1}{2}$ FC, come si è trovato per la forza centrifuga *relativa* della colonna obliqua MC; e questa uguaglianza di forze, assoluta e relativa nelle predette colonne, è molto rimarchevole.

8. Dalle cose dette si rende chiaro, che la gravità *rispettiva* della colonna CM, cioè la gravità sminuita della forza centrifuga è $=\frac{1}{2}$ GA$-\frac{1}{2}$ FC, e la gravità rispettiva di CO è $=\frac{1}{2}ga-\frac{1}{2}fc$. L' equilibrio poi delle colonne impor-

ta

ta, che si abbia $\frac{1}{2}GA - \frac{1}{2}FC = \frac{1}{2}ga - \frac{1}{2}fc$. Per dimostrare ora, che anche le gravità *rispettive*, cioè sminuite della corrispondente forza centrifuga, sono sulla superficie terrestre ne' punti M, O in ragione inversa delle distanze dal centro MC, OC, è necessario ridurre le forze centrifughe *assolute* F, f alle *relative* Φ, φ agenti nella direzione de' raggi CM, CO. Da questa riduzione si ottiene $F : \Phi :: A : C$, ed $f : \varphi :: a : c$, e quindi $F = \frac{\Phi A}{C}$, $f = \frac{\varphi a}{c}$. Sostituiti poscia questi valori di F, f nell' equazione $GA - FC = ga - fc$, essa si cangia in $GA - \Phi A = ga - \varphi a$, e conseguentemente si ha $G - \Phi : g - \varphi :: a : A$, vale a dire le gravità *rispettive* nei punti M, O sono reciprocamente proporzionali alle distanze dal centro, siccome si è dimostrato essere in questa stessa inversa proporzione anche le gravità *assolute* ne' detti punti della superficie terrestre.

9. Quì è da avvertirsi, che non solo la gravità *assoluta* di ogni punto P della colonna CM, ma anco la forza centrifuga rispettiva $\left(\text{trovata pocanzi} = \frac{FCx}{A^2} \right)$ è proporzionale alla distanza PC dal centro; e quindi in questa stessa proporzione è pur anco la gravità del punto P sminuita della forza centrifuga, cioè la gravità *relativa*.

10. Si può giugnere all' equazione $GA - FC = ga - fc$ senza far uso del calcolo integrale, ma puramente col sommare una progressione aritmetica: imperciocchè essendo la gravità *relativa* in $P = \frac{Gx}{A} - \frac{FCx}{A^2}$, e però le gravità *relative* di tutti gli elementi uguali della colonna MC, incominciando da M sino a C, formando una progressione Aritmetica a motivo della differenza costante fra i termini consecutivi, si avrà la gravità *relativa* intera di detta colonna con sommare quella progressione, cioè con prendere la somma de' due termini estremi, oppur del solo primo termine, perchè l' ultimo è zero, e moltiplicarla per la metà

del numero de' termini, con che si ottiene $G - \frac{FC}{A}$ (cioè il primo termine) moltiplicato per $\frac{1}{2}$ A, cioè per la metà del numero de' termini, e da ciò si ha $\frac{1}{2}GA - \frac{1}{2}FC$; e così per la gravità totale *relativa* della colonna CO, trovasi $\frac{1}{2}ga - \frac{1}{2}fc$; e di quì l' equazione $GA - FC = ga - fc$.

11. Finora abbiamo considerata la gravità come diretta al centro della terra, il che non è se non prossimamente vero in quanto che l' ellissoide terrestre di poco differisce dalla sfera. Sia per tanto PCE (Fig. 3.) il piano di un meridiano dell' ellissoide terrestre, il cui centro è C. Le colonne PC, AC sono in equilibrio, come si sa, e per egual ragione descritto un quadrante ellittico *pae*, simile a PAE, anche pC, aC debbono premere ugualmente nelle loro direzioni pC, aC. Dal che siegue, che Pp è in equilibrio con Aa; e chiamata P la pressione in P, ed A la pressione in A, e supposto il quadrante *pae* infinitamente vicino a PAE, avremo $Aa : Pp :: AC : PC :: P : A$, e quindi $A = \frac{P.\,PC}{AC}$. Si meni ora per A la verticale AG, la quale come perpendicolare alla superficie dell' ellissoide terrestre in A, rappresenta la vera e precisa direzione della gravità in A; e quindi abbassando il perpendicolo GD sopra AC, e risoluta la forza di gravità agente secondo AG in altre due forze, una secondo AC, l'altra normale ad AC (la quale non può nè aumentare, nè indebolire la forza secondo AC), starà la gravità diretta secondo AC alla gravità reale agente secondo AG come sta AD : AG, vale a dire chiamando G la gravità intera in A secondo AG avremo l' analogia $AD : AG :: A : G$, e conseguentemente $G = \frac{AG}{AD} . A = \frac{P.\,PC.\,AG}{AC.\,AD}$. Ma si sa dalle Sezioni coniche, che $AC.\,AD =$

PC^2, dunque sarà $G = \frac{P.AG}{PC}$ che è quanto dire *la gravità ne' diversi punti della superficie dell' ellissoide terrestre seguita la proporzione delle normali alla superficie in que' punti, prolungate sino al diametro dell' equatore.*

12. Le dette normali (per le Sezioni Coniche) sono in ragione reciproca delle perpendicolari guidate dal centro dell' ellisse sulle tangenti: conseguentemente la gravità ne' varj punti della superficie terrestre è in ragione inversa delle perpendicolari guidate dal centro alle tangenti di que' punti; e siccome nell' ellissoide poco differente dalla sfera queste perpendicolari per poco non si confondono coi semidiametri dell' ellissoide, quindi la gravità seguita presso a poco la ragione inversa di tali semidiametri, ossia delle distanze dal centro.

13. Allorchè si conosce la ragione del diametro dell' equatore all' asse, si può con facilità determinare l' angolo GAC fatto dalla verticale AG, e dal raggio CA della terra, che si chiama *l' angolo della verticale*. Infatti guidata la perpendicolare AN al semidiametro CE dell' equatore, e chiamando a il semidiametro CE, b il semiasse CB, λ la latitudine, ossia l' angolo AGE, abbiamo per le Sezioni Coniche $CN : GN :: a^2 : b^2$, e ne' triangoli rettangoli ACN, AGN, che hanno comune il cateto AN, è $CN : GN ::$ tang. AGE : tang. ACE :: tang. λ : tang. ACE :: $a^2 : b^2$. Chiamo φ l' angolo ricercato CAG, ed ho tang. ACE = tang. $(\lambda - \varphi)$; e quindi $a^2 : b^2 ::$ tang. λ : tang. $(\lambda - \varphi)$ ovvero $\frac{b^2}{a^2}\text{tang.}\lambda = \frac{\text{tang.}\lambda - \text{tang.}\varphi}{1 + \text{tang.}\lambda\cdot\text{tang.}\varphi}$, e $b^2\text{tang.}\lambda + b^2\text{tang.}\lambda^2\,\text{tang.}\varphi = a^2\text{tang.}\lambda - a^2\text{tang.}\varphi$, e conseguentemente $\text{tang.}\varphi = \frac{(a^2 - b^2)\,\text{tang.}\lambda}{a^2 + b^2\,\text{tang.}\lambda^2}$; che è ciò, che si voleva.

14. Osservo, che siccome quest' *angolo della verticale* svanisce in P ed in E, cioè al polo ed all' equatore, esso dee diventar *massimo* in qualche luogo intermedio, e di quì nasce il problema di ritrovare la latitudine λ, dove l' angolo φ è il maggiore di tutti. Differenziando dunque

il valore di tang. φ, ed uguagliando a zero il differenziale,

avremo $$\frac{\frac{d\lambda}{\cos.\lambda^2}(a^2+b^2\,\text{tang.}\lambda^2)-\frac{2b^2d\lambda\,\text{tang.}\lambda^2}{\cos.\lambda^2}}{(a^2+b^2\,\text{tang.}\lambda^2)^2}=0,$$ da

cui si ottiene immantinente tang. $\lambda=\frac{a}{b}$.

15. Quì è da notarsi, che preso il semiasse $b=1$, ed il semidiametro dell' equatore $a=1+\delta$, e trascurato per la sua picciolezza δ^2, il valore di tang. φ si riduce a questo $\frac{2\delta\,\text{tang.}\lambda}{1+\text{tang.}\lambda^2+2\delta}=\frac{2\delta\,\text{tang.}\lambda}{\text{sec.}\lambda^2+2\delta}=\frac{2\delta\,\text{tang.}\lambda}{\text{sec.}\lambda^2}$ $=2\delta\,\text{sen.}\lambda\cos.\lambda=\delta\,\text{sen.}2\lambda$, che è quello a cui giunge per una strada molto lunga il Sig. Trembley nel suo interessante *Essai de Trigonomètrie Sphérique contenant diverses applications de cette science à l' Astronomie*, *Chap. X.* p. 224., *Neuchatel* 1783.

16. Se per ottenere il massimo summentovato si differenzia questa espressione del Sig. Trembley, e se ne uguaglia a zero il differenziale, si trova $d.\,\text{tang.}\,\varphi=2\delta d\lambda\cos.2\lambda=0$, e quindi $\cos.2\lambda=0$, $2\lambda=90°$, e $\lambda=45.°$ il qual valore è un poco minore del nostro, avvegnachè tang. $\lambda=\frac{a}{b}=1+\delta$ dà la latitudine λ un tal poco maggiore dell' angolo semiretto.

17. Il punto A dell' ellissoide terrestre (Fig. 4.), nel quale l' *angolo* GAC *della verticale* è il maggiore di tutti gli altri analogi, ha alcune singolari proprietà, che lo rendono assai rimarchevole e degno dell' attenzione d' un Geometra.

18. E primieramente menando da A l' ordinata AN al semidiametro equatoriale CE, la ragione fra questa ordinata, e l' ascissa corrispondente CN dal centro, è quella stessa, che vi ha fra il semiasse CP, e il semidiametro dell' equatore CE. Imperciocchè fatta AN$=y$, CN$=x$, abbiamo trovato tang. AGN $=$ tang. $\lambda=\frac{CE}{PC}=\frac{a}{b}=\frac{AN}{GN}$: ma per le

Sezioni coniche la sottonormale GN è $= \frac{b^2 x}{a^2}$; sarà dunque $\frac{a}{b} = y : \frac{b^2}{a^2} x$, ovvero $\frac{b}{a}\ x = y$, e conseguentemente risulta l'analogia $y : x :: b : a$.

19. Secondariamente il quadrato dell'ordinata AN è uguale alla metà del quadrato del semiasse CP, come il quadrato dell'ascissa corrispondente CN uguaglia la metà del quadrato del semidiametro equatoriale CE. Avvegnachè essendo $x = \frac{a}{b} y$, e per la proprietà dell'ellisse $y^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2)$, se si sostituisce in questa equazione il valore di $x^2 = \frac{a^2}{b^2} y^2$, essa si cangia in $y^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - \frac{a^2}{b^2} y^2)$ da cui si trae subito $y^2 = \frac{1}{2}\ b^2$, e quindi $x^2 = \frac{1}{2}\ a^2$.

20. In terzo luogo descrivendo col raggio uguale al semiasse CP il quadrante circolare PMO, e menando dal punto A la perpendicolare AF al semiasse, questa taglia il quadrante PMO del cerchio per metà nel punto M, e fa l'arco PM = MO di 45.° Ciò si dimostra per la nota proprietà dell'ellisse circoscritta al cerchio dove si ha l'analogia CE : CO :: FA : FM. Ma si è già dimostrato CE : CO :: CN : NA :: FA : FC. Dunque FA : FM :: FA : FC, e quindi FM = FC; e di quì apparisce, che essendo il seno FM, e il coseno FC dello stesso arco PM fra di se uguali, l'arco PM è appunto di 45.°

21. In quarto luogo, se si conduce al punto A il semidiametro dell'ellisse CA, questo divide in due parti uguali l'area del quadrante ellittico PCEA. Per dimostrar questo, si tiri al punto M il raggio del cerchio CM. Per la proprietà dell'ellisse sta l'area del quadrante ellittico EAPC all'area del quadrante circolare inscritto OMPC, come sta EC ad OC, e nella stessa ragione sta pur anco lo spazio ellittico EAFC allo spazio circolare corrispondente OMFC, come pure il triangolo CAF al triangolo CMF, giacchè quello sta a questo come AF ad MF, cioè come

EC ad OC. Dunque EAFC : OMFC : : CAF : CMF : : EC : OC. Dunque EAFC—CAF : OMFC—CMF : : EC : OC, vale a dire il settore ellittico EAC sta al settor circolare corrispondente OMC come EC ad OC, ovvero come il quadrante ellittico EAPC al quadrante circolare OMPC. Ma il settore circolare OMC è la metà del quadrante circolare OMPC, perchè l' arco OM è la metà dell' arco quadrantale OMP: dunque anche il settor ellittico EAC sarà la metà del quadrante ellittico EAPC, che è quanto dire il semidiametro CA divide in due parti eguali l' area del quadrante ellittico EAPC.

22. Per egual modo si può dimostrare, che circoscrivendo al quadrante ellittico EAPC un quadrante circolare, il quale cioè abbia C per centro, e CE per raggio, l' ordinata NA dell' ellisse al predetto punto A, prolungata che sia, andrà a tagliare l' arco circolare in due parti uguali, cioè di 45.° ciascuna.

SOPRA LA PRESSIONE DELLE PORTE CONTRO I LORO ARPIONI.

Di Gregorio Fontana.

Ricevuta li 14. Fruttidoro An. VI.
(31. *Agosto* 1798.)

Un Problema di Statica de' più semplici, che mai possano idearsi, sembra indubitatamente esser quello, in cui trattasi di determinare la quantità e direzione della pressione, che esercitano contro gli arpioni le imposte delle porte o finestre, che intorno a quelli su loro gangheri liberamente si muovono. Eppure, se affrontando di slancio questo Problema si presume, senz' altro ripiego, di considerare la porta nello stato suo attuale, e nella sua funzione ordinaria, s' incontrano delle difficoltà, che quand' anco non riescano insuperabili, sembrano però dover rendere questa ricerca laboriosa anzichè no e complicata. Per evitare cosiffatte difficoltà, e giugnere speditamente alla soluzione del Problema, è mestieri considerare la cosa più da lontano, ed esaminare la pressione, che viene esercitata da un piano supposto pesante e verticale contro due sostegni, sui quali si regge, posti non in una retta verticale, come lo sono gli arpioni d' una porta, ma in una retta comunque obliqua all' orizzonte. Ritrovato l' occorrente in questo caso, riesce poi facilissimo il passaggio al caso preciso della porta, che fa sforzo contro i suoi arpioni verticalmente disposti.

Sembra a primo aspetto, che il caso più semplice e più naturale debba esser quello della posizione verticale dei due sostegni, e che da questo debba passarsi all' altro della posizione obliqua, anzichè da questo secondo al primo: ma in fatti non è così; ed in ciò accade appunto quello, che si riscontra nella teoria delle potenze parallele, la quale anzichè guidare ed aprire la strada alla teoria delle potenze concorrenti, si deriva comodamente, qual conseguenza spontanea, da questa.

PROBLEMA.

Sia per tanto (Fig. 5.) il piano grave BCDE verticale, fermato a due sostegni ne' punti B, C posti in una retta BC obliqua all' Orizzonte, intorno ai quali esso può volgersi liberamente in circolo, ma non può aver altro moto. In questo stato di cose, cerco la direzione e la quantità di pressione, a cui soggiaciono i due punti di sostegno B, C.

Soluz. Sia G il centro di gravità del piano pesante, e la verticale PGA per esso tradotta tagli la linea BC dei sostegni sotto l' angolo $PAC = \varphi$. Il peso del piano dicasi P, il quale premerà contro la retta BC, come se fosse immediatamente applicato in A. Prendo AG per rappresentare l' azione del peso P, e meno da G la perpendicolare GF a BC, compiendo il rettangolo FH. Con ciò lo sforzo P si risolve in due, uno $AF = P \cos.\varphi$, che diremo Q; l' altro $AH = P \text{ sen. } \varphi$, che nomineremo R. Questo sforzo R produce nel sostegno B la pressione $\frac{AC}{BC}.R = \frac{AC}{BC}.P \text{ sen. } \varphi = p$ nella direzione BE, e nell' altro sostegno C produce una pressione $\pi = \frac{AB}{BC}.R = \frac{AB}{BC}.P \text{ sen. } \varphi$ nella direzione CD, entrambe perpendicolari a BC. Guidando ora le perpendicolari BK, CL sopra PA, nasce $BK = AB.\text{ sen.}\varphi$, e $CL = AC.\text{ sen.}\varphi$; con che abbiamo $p = \frac{CL}{BC}.P$, e $\pi = \frac{BK}{BC}.P$; e si è già trovato $Q = P \cos.\varphi$, che agisce contro i sostegni in direzione della linea BC, che li congiunge. Il che era ec.

Scolio. Se BCDE fosse un corpo di qualunque forma e grandezza sostenuto ne' due punti B, C, la precedente soluzione si applicherebbe anche ad esso interamente, purchè però il suo centro di gravità si trovasse nel piano verticale, che passa pe' due sostegni B, C.

Sup-

Suppongasi ora, che restando fermo il punto C (Fig. 5. e 6.) vada di mano in mano innalzandosi il punto B, e quindi scemando l' angolo $GAC = \varphi$, come pure le rette AB, BK. Quando la verticale PG urta nel punto B, allora diventa $AB = o$, $BK = o$, ed $AC = BC$; e perciò in questo caso si ottiene $p = P \text{ sen. } \varphi = R$, e $\pi = o$.

Seguitando ad innalzarsi lo stesso punto B, il concorso A della verticale GP colla linea CB de' sostegni viene a cascare al di là di B per rispetto a C (Fig. 6.), e diventano negative le rette BA, BK, e conseguentemente negativo il valore della forza $\pi = -\frac{AB}{BC} . P \text{ sen.} \varphi = -\frac{BK}{BC} . P$, che vuol dire, che essa premerà il sostegno C nella direzione $C\pi$ opposta alla prima sua direzione CD, mentre intanto la forza $p = \frac{CL}{BC} . P$ ritenendo la direzione di prima preme l' altro sostegno B per lo stesso verso BE, come dianzi.

Seguitando ancora il punto B a sollevarsi, e l' angolo A ad impicciolirsi, cresce la retta BK, e scema la CL; e in conseguenza cresce lo sforzo $\pi = -\frac{BK}{BC} . P$, e cala lo sforzo $p = \frac{CL}{BC} . P$.

Allorchè BC (Fig. 7.) arriva ad essere verticale, e perciò parallela ad AP, che è appunto lo stato naturale delle Porte e Finestre ne' comuni edifizj, CL e BK diventano entrambe uguali ad FG, e perciò abbiamo in questo caso $R = o$, $Q = P$, $p = \frac{FG}{BC} . P$, e $\pi = -\frac{FG}{BC} . P$; donde apparisce, 1.° che tutto il peso della Porta carica con pieno effetto verticalmente sugli arpioni per mezzo de' gangheri; 2.° che oltracciò una forza $\frac{FG}{BC} . P$ tende a svelle-

re dalla parete in una direzione orizzontale l' arpione superiore ; 3.° ed un' altra forza uguale ed opposta spinge orizzontalmente contro la parete l' arpione inferiore .

Avendo parlato di questo Problema col mio rispettabile Amico, il Professore Mascheroni, invitandolo a scioglierlo colla sua conosciuta sagacità, rilevai poscia da esso, che il Problema si sarebbe sciolto anche col guidare dagli arpioni B e C al centro di gravità G le rette BG e CG. Ed infatti, se nella verticale GP si prende GO=P, e sopra GO come diagonale, e co' lati presi nelle direzioni BG, GC si costruisce il parallelogrammo GNOM; GM esprimerà lo sforzo, che tende a strappare l' arpione B nella direzione BG, e GN rappresenterà la spinta, colla quale l' arpione C è incalzato in direzione di GC. Ora si ha dalla Statica GO : GM : GN : : sen. MGN : sen. OGN : sen. OGM : : sen. CGB : sen. GCB : sen. GBC : : CB : GB : GC; e quindi GM $= \frac{GB}{CB} \cdot P$; $GN = \frac{GC}{CB} \cdot P$. Se per tanto da M si abbassa il perpendicolo MS sopra GO, la forza GM resta risoluta nella forza verticale GS, e nella orizzontale SM, e quest' ultima, per l' analogia BG : GF : : GM : MS, risulta $= \frac{GF}{BC} \cdot P$, per l' appunto come prima. Facendo lo stesso colla GN, si trova per la spinta orizzontale contro C verso $C\pi$ lo stesso valore $\frac{GF}{BC} \cdot P$. Lo sforzo verticale GS contro l' arpione superiore B, per l' analogia BG . BF : : GM : GS, si scopre $= \frac{BF}{BC} \cdot P$; e così la spinta verticale contro l' arpione inferiore C trovasi $= \frac{FC}{BC} \cdot P$. Sommando poi queste due pressioni verticali $\frac{BF}{BC} \cdot P$, $\frac{FC}{BC} \cdot P$ ne risulta la pressione totale P del peso della Porta.

Fig. 2.
A
M
R
D
T
p
P
O
V
n
N
F
C
E
L
H
Q
S
. 3.
E
Q
Fig. 4.
E
O
A
N
M
G
P
F
C
Fig. 6.
A
K
B
E
p
G
F
L
C
π
D
P
Fig. 7.
A
E
p
K
B
G
F
M
S
N
O
D
L
C
π
P
Q

Fig. 1

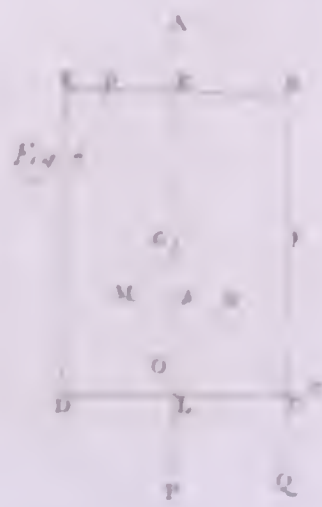
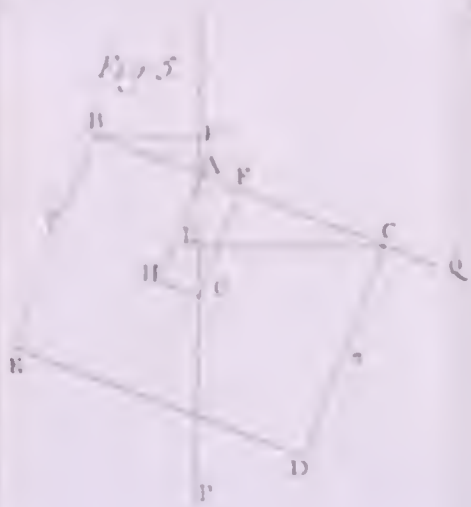
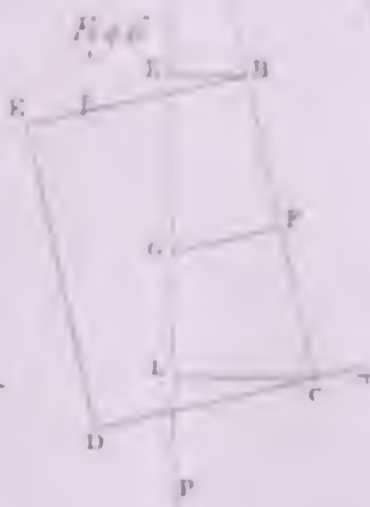
Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 5

Fig. 6

Fig. 7

E' cosa degna di considerazione, che le pressioni verticali contro gli arpioni B, C sono in ragion diretta delle distanze BF, CF dal punto F, che corrisponde al centro di gravità G della Porta; che è appunto il contrario di ciò, che avverrebbe, qualora la retta BC invece di essere verticale fosse orizzontale, essendo in tal caso le dette pressioni in ragion reciproca di tali distanze.

SULLA MACCHINA A SPECCHI DI BUFFON, E SULLA LUCE, CHE DA UNO SPECCHIO PIANO CIRCOLARE VIENE RIPERCOSSA SOPRA UNO SPAZIO CIRCOLARE DATO.

Di Gregorio Fontana.

Ricevuta li 14. *Fruttidoro. An. VI.* (31. *Agosto* 1798.)

INgegnosa quanto mai dir si possa, e derivata dalle più sottili e giudiziose considerazioni sulla luce riflessa, è l' invenzione della macchina a specchi per ardere ed abbruciare i corpi a grandi distanze, ideata ed eseguita dal Buffon verso la metà del corrente secolo. Consiste questa, come può vedersi nelle Memorie dell' Accademia delle Scienze di Parigi per l' anno 1747., in 168. specchi piani di vetro a foglia metallica, alti sei pollici, larghi otto, ognuno de' quali è mobile di per se indipendentemente dagli altri. Nel totale la macchina è larga sette piedi, ed alta otto.

Nel primo esperimento eseguito ai 23. Marzo 1747. quando la macchina non era ancora nel perfetto suo compimento, e non avea la più esatta situazione verso i raggi solari, Buffon accese con 40. specchi una tavola di faggio incatramata in distanza di 66. piedi.

Ai 4. Aprile intorno alle ore 11. di mattina, ad un sole debole, egli produsse con 154. specchi alla distanza di 150. piedi un tal calore, che in meno di due minuti una tavola incatramata cominciò a dar fumo, ed avrebbe sicuramente preso fuoco, se il sole non si fosse improvvisamente nascosto.

Ai 10. Aprile, in un sole chiaro, con 128. specchi fu quasi instantaneamente fatta ardere una tavola incatramata di abete alla distanza di 150. piedi.

Alla distanza di 20. piedi un gran fiasco di stagno con 45. specchi, e dei piccoli pezzi d' argento con 117. specchi furono l' uno e gli altri liquefatti, ed una lamiera di latta divenne rovente.

I comuni specchi ustorj, cioè sferico-concavi, sono

affatto insufficienti per bruciare a grandi distanze; la loro grandezza per produr quest' effetto, dovrebbe essere immensa, e sarebbe estremamente difficile, per non dire impossibile di dar loro esattamente la curvatura quasi insensibile, che dovrebbero avere. Ma havvi anche un' altra ragione, che li renderebbe totalmente inutili, quand' anco si potesse trovar il modo di lavorarli colla maggior esattezza e precisione possibile. Per calcolare la forza d'uno specchio concavo, è un grand' errore della comune degli Ottici quello di considerare soltanto que' raggi, che vengono da un solo punto del Sole, cioè dal suo centro, i quali poi come provenienti da uno stesso punto si riguardano giustamente come paralleli.

Il corpo solare occupa nel cielo uno spazio della larghezza di circa 32. minuti, ovvero il diametro del disco del sole si vede da noi sotto un angolo di 32. minuti. I raggi, che partono dalle due estremità del diametro e cadono sullo stesso punto dello specchio, non sono altrimenti tra loro paralleli, ma sono gli uni agli altri inclinati sotto l' angolo di poco più d' un mezzo grado; per conseguenza, dopo essere dallo specchio riflessi, invece di raccogliersi in un medesimo punto, vanno tra loro scostandosi, e divergendo d' un angolo eguale: e questa è la ragione, per cui il foco d' uno specchio concavo un poco grande non è un punto fisico, ma ha sempre una certa estensione sensibile. L' immagine del sole nel foco dello specchio occupar dee uno spazio, il cui diametro è la corda d' un angolo di 32. minuti, che ha il vertice nello specchio. Fin tanto che il foco dello specchio non è che ad una mediocre distanza, questa divergenza dei raggi è minore della convergenza che dà loro lo specchio, e però essendo il foco molto men largo di lui, i raggi vi sono bastantemente condensati e raccolti per poter ardere e bruciare (*a*). Ma se si accresce la distanza del foco, allora

(*a*) Da questa divergenza de' raggi riflessi da uno stesso punto dello specchio, e provenienti dalle due estremità del diametro solare si ricava la ragione, per cui l' immagine del sole ripercossa da uno specchio piano, la quale ad una piccola distanza è della stessa figura dello specchio, diventa, scostandosene, sempre vie meno simile allo specchio, e finisce con essere perfettamente rotonda, qua-

diventando più sensibile la divergenza de' raggi, viene a indebolirsi la forza del foco; per modo che se si supponesse questo collocato ad una tal distanza, che il diametro dello specchio fosse veduto da questo luogo sotto un angolo di 32. minuti, e la convergenza data ai raggi dallo specchio fosse quindi uguale alla divergenza cagionata dalla larghezza del diametro del sole, il foco in tal supposto non farebbe maggior effetto che se ricevesse i raggi da uno

---

lunque esser possa la figura dello specchio. „ Uno specchio piano quadrato (dice ingegnosamente nella citata Memoria il Buffon) d' un mezzo piede, esposto ai raggi del sole, formerà un' immagine quadrata di sei pollici, allorchè si riceverà questa immagine ad una piccola distanza dallo specchio, come di alcuni piedi. Allontanandosi poco a poco, vedesi l' immagine crescere, poi difformarsi, infine ritondarsi, e rimanere rotonda sempre ingrandendosi a misura, che ella dallo specchio si allontana. Questa immagine è composta di tanti dischi del sole, quanti vi sono punti fisici nella superficie riflettente: il punto del mezzo forma un' immagine del disco; i punti vicini ne formano altre simili e della stessa grandezza, le quali sopravanzano un poco il disco del mezzo. Lo stesso accade di tutti gli altri punti; e l' immagine è composta d' un' infinità di dischi, che sormontandosi regolarmente, e anticipando circolarmente gli uni sugli altri formano l' immagine riflessa, che ha il punto del mezzo dello specchio per centro. Se si riceve l' immagine composta di tutti questi dischi ad una piccola distanza, allora l' estensione, che essi occupano, non essendo che un poco più grande di quella dello specchio, questa immagine è della stessa figura e presso a poco della stessa estensione dello specchio. Se lo specchio è quadrato, l' immagine è quadrata; se lo specchio è triangolare, l' immagine è triangolare. Ma quando si riceve l' immagine ad una grande distanza dallo specchio, dove l' estensione, che occupano i dischi, è molto maggiore di quella dello specchio, l' immagine non conserva più la figura quadrata, o triangolare dello specchio, ma ella diventa necessariamente circolare. E per trovare il punto di distanza, dove l' immagine perde la sua figura quadrata, basta cercare a qual distanza lo specchio ci comparisce sotto un angolo uguale a quello, che forma il corpo del sole a' nostri occhi, cioè sotto un angolo d' un mezzo grado, o di 32. minuti: questa distanza sarà quella, dove l' immagine perderà la sua figura quadrata, e diverrà rotonda; perocchè i dischi avendo sempre per diametro una linea uguale alla corda dell' arco circolare, che misura un angolo di 32. minuti, si troverà con questa regola, che uno specchio quadrato di sei pollici perde la sua figura quadrata alla distanza di circa 60. piedi, e che uno specchio d' un piede in quadrato non la perde che a 120. piedi all' incirca, e così degli altri „.

specchio piano. Quanto dunque è maggiore la distanza focale, tanto pure è maggiore l' estensione del foco, ossia lo spazio *incendiario* o *focale*, che occupano dopo la riflessione dallo specchio concavo i raggi provenienti da tutti i punti del disco del sole. Il semidiametro d' un tal foco, ovvero dell' immagine del sole in esso formata trovasi immediatamente con moltiplicare la distanza focale per la tangente del semidiametro apparente del sole; così che posta la distanza focale $= \Delta$, si ha pel semidiametro del foco l' espressione Δ tang. 16', ovvero $\frac{1}{216} \Delta$ all' incirca.

Essendo per tanto i raggi, che procedono da tutto il disco del sole, riuniti e raccolti così dalle lenti che dagli specchi anche più perfetti non già in un punto, ma in un' estensione contenente l' immagine solare, cioè in uno spazio circolare avente per diametro $\frac{1}{108}$ della distanza focale, di qui ne deriva, che per ottener da uno specchio la stessa forza d' illuminare o di ardere in una grande distanza che si ha da un altro in una distanza minore, è necessario accrescere la superficie del primo sopra quella del secondo nella stessa proporzione, in cui l' ampiezza del suo foco o circolo incendiario cresce sopra l' ampiezza del foco di questo secondo. Per cagion d' esempio il grande specchio dell' Accademia di Parigi, che ha tre piedi di corda o diametro, e che ha la forza di fonder l' oro ha un foco o spazio incendiario grande in circa quattro linee. Se si volesse fare uno specchio, il quale a 240. piedi di distanza, dove il foco è un poco più grande di due piedi, producesse un effetto uguale, bisognerebbe dargli 216. piedi di corda, perchè la larghezza di 4. linee di foco nello specchio dell' Accademia sta alla larghezza di due piedi di foco in quest' altro, come appunto tre piedi di corda in quello a 216. piedi di corda in questo. Il Buffon con un cartone applicatovi restrinse la larghezza di quello specchio sino ai cinque pollici, cioè alla sola grandezza necessaria per accendere il legno secco. Ma uno specchio, che dovesse far quest' effetto alla distanza di 240. piedi, aver dovrebbe, dice Buffon, la larghezza di 30. piedi, o piuttosto (do-

veva egli dire) di 33. piedi; avvegnachè in distanza di 240. piedi il diametro del foco è $=\frac{240}{108}$ piedi, che sta al diametro di 4. linee, o di $\frac{4}{144}$ piedi come 80. sta all' unità; e però la larghezza o il diametro dello specchio sarà 80. volte cinque pollici, ossia 400. pollici, vale a dire $33\frac{1}{3}$ piedi.

La semplice esposizione di questa teoria basta per convincere, che le curve, di qualunque specie esser possano, sarebbero in vano impiegate, e si sperimenterebbero inefficaci, qualora si volesse col loro mezzo ardere, e bruciar di lontano. Il diametro del foco di tutti questi specchi curvi di qualchesiasi configurazione non può mai esser più piccolo della corda dell' arco di 32. minuti; dal che inferisce Buffon, che lo specchio concavo il più perfetto, d'un diametro uguale a questa corda, non farebbe mai il doppio dell' effetto d' uno specchio piano della stessa superficie; e se il diametro di questo specchio curvo fosse minore di questa corda, farebbe poco più che uno specchio piano di ugual superficie.

Tutto ciò indusse facilmente il Buffon a rinunziare all' idea di poter bruciar di lontano col mezzo degli specchi curvi di qualsisia forma; e quindi si rivolse agli specchi piani, dall' unione de' quali opportunamente insieme disposti e combinati egli immaginò di conseguire il suo intento. Ideò a tal uopo una macchina per far coincidere al medesimo punto le immagini del sole riflesse da un gran numero di specchi piani di cui era composta, ben convinto che questo mezzo era il solo per poter riuscire nel suo disegno.

Ma le considerazioni da lui fatte sull' ampiezza del foco di qualunque specchio in una gran lontananza, resero dubbioso il Buffon anche intorno alla possibilità della sua idea di bruciare in gran distanza col mezzo degli specchi piani combinati, a motivo appunto della enorme estensione, ch' egli avrebbe dovuto dare alla sua unione di specchi piani per poter produrre della fiamma in uno spazio sì largo co-

me

me è quello del *foco* d'uno specchio qualunque in una grande distanza. Egli fondava i suoi dubbj sul seguente discorso: ,, Supponiamo, dic' egli, che la distanza, alla quale io voglio bruciare sia di 240. piedi; io veggo chiaramente, che il foco del mio specchio non può aver meno di due piedi di diametro in questa distanza: qual sarà dunque l' estensione, che io sarò obbligato di dare alla mia unione di specchi piani per eccitar della fiamma in uno spazio focale sì grande? tale estensione poteva essere tanto grande, che la cosa sarebbe stata impraticabile nell' esecuzione; imperocchè paragonando il diametro del foco al diametro dello specchio, ne' migliori specchi di riflessione che noi abbiamo, per esempio collo specchio dell' Accademia, io aveva osservato che il diametro di questo specchio, che è di tre piedi, era cento e otto volte più grande del diametro del suo foco, che ha sol quattro linee; ed io ne conchiudeva, che per bruciare con egual forza a 240. piedi, sarebbe stato necessario, che il mio sistema di specchi avesse avuto 216. piedi di diametro, giacchè il foco aveva due piedi; ora uno specchio di 216. piedi di diametro era sicuramente una cosa impossibile ,, .

Ma in mezzo a questi dubbj e incertezze riflettè poscia con singolar finezza e sagacità il Buffon, che uno spazio focale più largo dovea far maggior effetto che un altro più ristretto, posta un' uguale densità dei raggi solari; e ciò perchè il calore si comunica e diffonde da una parte all' altra contigua, e si disperde per così dire anche allor quando viene applicato continuamente sullo stesso punto. *Se per esempio* (soggiugne il lodato Autore) *si fa cadere il foco d' un vetro ardente sul centro d' uno scudo, e questo foco non abbia che una linea di diametro, il calore, che esso produce sul centro dello scudo, si disperde e si estende nel volume intero dello scudo, il quale si riscalda sino alla sua circonferenza; e in conseguenza tutto quel calore, che è dapprima impiegato contro il centro dello scudo, non vi si arresta, e non può produrre un effetto così grande come se vi si fermasse totalmente. Ma se invece d' un foco d' una linea, che cade sul mezzo dello scudo, si fa cadere sullo scudo intero un foco d' uguale intensità, tutte le parti dello scudo essendo allora ugualmente riscaldate, non solo non vi ha perdita di calore come per la*

avanti, ma vi ha per l'opposto un guadagno ed aumento di calore, perchè il punto di mezzo profittando del calore degli altri punti che lo circondano, lo scudo verrà fuso in questo caso, laddove nel primo non sarà che leggermente riscaldato.

L'esperienza venne all'appoggio di questo fino ed acuto pensamento di Buffon. Egli prese degli specchi di metallo di fochi differenti in ampiezza, e paragonando l'azione dei diversi fochi sopra le stesse materie combustibili, ritrovò, che ad eguale intensità di luce i fochi grandi fanno costantemente molto maggior effetto che i piccoli, e questo stesso egli potè verificare anche nei vetri di refrazione. Un vetro ardente di 32. pollici di diametro ha il suo foco di 8. linee di larghezza alla distanza di 6. piedi, e questo foco fonde il rame in meno d'un minuto. Preso un altro vetro di 32. linee di diametro, e di due terzi di linea di foco, questo alla distanza di 6. pollici non solo non arrivò a fondere in egual tempo il rame, ad onta della stessa intensità della luce nell'uno e nell'altro foco, ma non potè neppur comunicargli un calor mediocre.

Cosiffatte sperienze convinsero il Buffon, che la macchina a specchi, che egli si era proposto di congegnare, poteva esser men grande ed estesa di quel, che il calcolo sembrava permettere. Volle tentarne l'esecuzione; e vi riuscì felicemente.

Il Klugel nella sua bella traduzione alemanna della *Storia inglese dell' Ottica* del Dott. Priestley, arricchita da lui di dotte interessantissime aggiunte, parlando in una di queste aggiunte della scoperta di Buffon relativa alla macchina a specchi, fa opportunamente osservare, che avendo Buffon pe' suoi paragoni e calcoli numerici ben sovente bisogno di sapere la densità della luce nel foco di un dato specchio sferico, è obbligato di ricorrere ogni volta all'esperienza per mezzo de' suoi specchi combinati. Per evitare l'inconveniente di dover tutte le volte, per giugnere a tal cognizione, ripetere un esperimento, sempre molesto e difficile nell'esecuzione, il Klugel propone una regola teorica, che con estrema facilità e semplicità dà la densità della luce nel foco di qualunque specchio sferico concavo. La regola è questa: *Si prenda la cinquantesima quarta parte della distanza focale; se ne faccia il quadrato, e con esso si*

divida il quadrato della corda dello specchio; si moltiplichi il quoziente per quattro; e si avrà il numero, che esprime quante volte la luce raccolta nel foco dello specchio è più densa che la luce semplice del Sole; prescindendo dalla perdita fatta nella riflessione. Così per cagion d' esempio nel summentovato specchio dell' Accademia di Parigi, che ha tre piedi di corda, e parimenti tre piedi di distanza focale, ossia 108. volte la larghezza del foco che è di quattro linee, trovasi la densità della luce nel suo foco essere 11664. volte maggiore di quella della semplice luce solare.

La giustezza di questa regola, di cui il Klugel non dà la dimostrazione, si prova facilmente col seguente discorso: la semplice luce solare diffusa per tutta la superficie concava dello specchio incendiario viene condensata nella piccola immagine del Sole, che si raccoglie nel foco, e ne occupa l' estensione, vale a dire la luce rimandata dallo specchio si porta ad occupare uno spazio circolare, che ha per semidiametro $\frac{1}{216}\Delta$, come abbiam già veduto, posto Δ per la distanza focale del dato specchio. E poichè la densità della luce è in ragione inversa della superficie irradiata, sarà quindi la densità della luce solare semplice che cade sullo specchio, alla densità della luce raccolta nel foco, come il cerchio del diametro $\frac{1}{108}\Delta$ alla superficie dello specchio, la quale, in quanto riceve la luce solare, dee considerarsi come un piano circolare, che ha per diametro la corda D dello specchio (*b*).

(*b*) Si noti quì un errore di molti, i quali per ritrovare la quantità della luce solare rimandata da uno specchio sferico concavo, e diretta al suo foco, posta da banda quella, che si perde nella riflessione, prescrivono di moltiplicare tutto il disco del sole non già per l'area dell' apertura dello specchio; ma per la superficie riflettente concava del medesimo. Se lo specchio è un picciol segmento d' una sfera assai grande, allora la regola non discorda sensibilmente dalla vera, perchè la superficie concava dello specchio per poco non si confonde col cerchio della sua apertura: ma negli altri casi il divario può esser grandissimo; e se lo specchio è un intero emisfero, la regola dà un risultato due volte maggiore del giusto.

Perciò la ragione delle due densità è quella di $\left(\frac{1}{108}\Delta\right)^2 : D^2$, ovvero di $\left(\frac{1}{54}\Delta\right)^2 : 4D^2$; e quindi la luce nel foco dello specchio è più densa della luce semplice $\frac{4D^2}{\left(\frac{1}{54}\Delta\right)^2}$ volte; che era da dimostrarsi.

Questa regola vale anche per le lenti ustorie, se si prescinde dalle aberrazioni de' raggi diversamente colorati, e si piglia D pel diametro dell' apertura della lente. Anche la figura sferica così nelle lenti che negli specchi produce un piccolissimo errore chiamato errore della sfericità, per cui i raggi stessi paralleli, o provenienti da uno stesso punto del disco solare incontrano, rifranti o riflessi, in punti un tantino discosti l' asse della lente e dello specchio. Ma questa specie di aberrazione è troppo piccola per invalidare la regola proposta.

Da tal regola intanto si conosce tostamente, che l' effetto di ardere, o riscaldare, o illuminare è tanto maggiore, quanto sono maggiori le superficie, ossia i quadrati delle larghezze o aperture degli specchi e delle lenti, e quanto sono minori i quadrati delle loro distanze focali; talmente che sotto un' ugual curvatura ed ugual larghezza lo specchio opera quattro volte più gagliardamente della lente, perchè ha soltanto la metà della distanza focale di questa, posta da parte la perdita di luce nel riflettersi, e nel rifrangersi.

Si pretende fondar questa regola sul seguente discorso: *ogni punto della superficie concava dello specchio riceve i raggi da tutto il disco del Sole, e li riflette in un cono luminoso, che nella sua base rappresenta l' immagine del disco. Tanti son dunque i dischi riflessi dallo specchio, quanti sono i punti riflettenti della sua superficie; e però il prodotto di questa pel disco dà la copia di luce riverberata.*

Ma è cosa della maggior evidenza, che la superficie concava dello specchio non riceve nè più, nè meno di que' soli raggi, cui ammette l' apertura del medesimo, e tanti sono i coni luminosi, o i dischi riflessi quanti precisamente sono i punti del cerchio di questa apertura. Di che consegue, che non la superficie concava, ma il cerchio dell' apertura dello specchio convien moltiplicare pel disco del sole, per ottenere la quantità di luce che vien rimandata.

Alla bella invenzione dello specchio composto del Buffon, per essere vie maggiormente nobilitata e resa più interessante, mancava solo che un qualche illustre Geometra vi applicasse il calcolo, e con un' analisi rigorosa ne determinasse la precisa quantità degli effetti, ed i loro rapporti. Ciò appunto imprese ed eseguì il celebre Courtivron in un' eccellente Memoria inserita insieme con quella del Buffon nel volume dell' Accademia dell' anno stesso 1747., la quale egli poi riprodusse colle stesse parole in fondo al suo quanto breve tanto sublime *Trattato di Ottica* pubblicato senza nome in Parigi nel 1752. Questo profondo Geometra paragona quivi col mezzo d' un analisi la più fina e delicata l' effetto d' uno specchio incendiario composto di specchi piani coll' effetto d' uno specchio perfettamente sferico, ed a quest' oggetto egli determina la quantità di luce, che ognuno degli specchi piani rimanda sulla medesima estensione occupata dal foco dello specchio sferico portato alla stessa distanza. La sua Memoria è certamente una delle più belle applicazioni, che siano mai state fatte del Calcolo integrale ad un qualche punto di Fisica: ma è pur forza confessare, che per l' affettata brevità, per la strozzatura del raziocinio, e per l' omissione delle prove riguardanti le cose più essenziali e più bisognose di dimostrazione, e finalmente per tre errori commessi dall' Autore nel passare ai risultati, ed alle applicazioni del suo calcolo, la detta Memoria riesce d' un' intollerabile oscurità e difficoltà anche ai Geometri più esercitati.

Trattandosi d' un problema totalmente nuovo nell' Ottica, ed interessante per la sua finezza e singolarità, e per la sottigliezza delle indagini che conducono alla soluzione, ho creduto non inutil fatica quella di trattarlo di nuovo dopo il Courtivron, e di liberarlo da quelle spine e difficoltà, che s' incontrano ad ogni passo nella soluzione da esso recata nella citata Memoria. Calcando la stessa strada da lui tenuta, io mi studierò di render tutto lucido e facile, e di mettere la sua Memoria alla portata ed intelligenza di qualunque Geometra, che conosca soltanto gli elementi dell' Ottica, e del Calcolo Integrale. Dietro le traccie della soluzione del problema, data da quest' Autore, io ne rischiarerò i passi implicati ed oscuri, recando le

prove delle cose da esso assunte e non dimostrate, ed aggiungerò in fine le mie riflessioni relative al soggetto in quistione.

Ecco per tanto il

PROBLEMA.

Dato uno specchio piano circolare qualunque (Fig. 1.) TAR, *esposto perpendicolarmente all' azione dei raggi del Sole, ed un piano circolare* FG, *parallelo allo specchio, e posto a qualsivoglia distanza da quello, e supposta tale la loro situazione, che siano paralleli al disco del sole* SNHN *immensamente lontano, e perpendicolari al raggio diretto solare* CBA, *che congiunge i tre rispettivi centri, del disco, del piano, e dello specchio; si domanda la quantità di luce riflessa, che riceve dallo specchio* TR *il piano* FG *d' un dato semidiametro* BF.

Immaginiamo, che sia tolto lo specchio circolare TR, e rimanga nel luogo da esso occupato il foro circolare TR circoscritto da un margine proprio. Egli è evidente, che se da tutti i punti del lembo SNHN del Sole partono dei raggi, i quali vengono a radere l' orlo dell' apertura circolare TR, si avrà un cono luminoso TLR, colla base nel foro, e coll' apice in L sul prolungamento dell' asse comune CA, che passa pei centri del disco solare, del piano da illuminarsi, e del foro. L' angolo TLR di questo cono sarà di 32. minuti, qual è l' angolo, sotto cui comparisce il diametro del Sole; ed il cono conterrà tutti i raggi, che il disco intero del Sole tramanda al foro TR, e comprenderà quello spazio che di là dal foro viene illuminato dall' intero disco solare. In qualunque luogo di questo cono sia l' occhio situato, esso vede sempre per l' apertura tutto il disco solare; ma per poco che l' occhio esca fuori del cono, il margine dell' apertura gli cuopre e nasconde una parte del disco. Se per esempio l' occhio è collocato in Q fuori del cono luminoso TLR, e si prende Q per vertice d' un cono TQR avente per base il foro TR, ed un tal cono vien prolungato sino al disco del Sole, onde abbiasi il cono XQV colla base XNVN situata nel piano stesso del disco solare SNHN; è cosa di per se evidente,

che l'occhio in Q non può vedere se non se la parte XNHN del disco solare, la quale viene da esso tagliata per l'incontro della base XNVN del cono predetto; e l'altra parte SNXN del disco rimane all' occhio stesso affatto invisibile. E' altresì chiaro, che l' occhio allontanandosi sempre più dal cono, arriverà in fine a perdere totalmente di vista il disco del Sole.

Da ciò segue immediatamente, che se alla distanza del punto Q dall' asse AL del cono si concepisce una corona circolare, avente per semidiametro la detta distanza, e la larghezza infinitamente piccola, ciascun punto Q di questa corona viene illuminato dalla parte XNHN del disco solare. E così segando con un piano perpendicolare all' asse AL il cono TLR, e fuori della sezione circolare fatta nel cono immaginando nel piano stesso segante un' infinità di tali corone elementari formanti una corona di larghezza qualunque finita, ogni punto di una qualunque di tali corone elementari sarà irradiato da una parte del disco solare, la quale viene determinata come si è fatto pel punto Q. L'intensità della luce in ciascheduna di queste corone elementari sarà differente, come è differente la parte del disco solare, da cui viene illuminata; e nella sola sezione circolare fatta nel cono dal piano segante l'intensità della luce sarà dappertutto la stessa, perchè ogni punto di quella sezione riceve i raggi da tutto il disco del Sole.

Si torni a chiudere l'apertura circolare TR collo specchio piano della stessa figura e grandezza: e gli stessi fenomeni quì annoverati avranno luogo egualmente che prima; la sola differenza sarà, che il cono luminoso TLR, e la penombra, che lo accompagnava in quelle corone esteriori, si cangerà nel cono inverso TIR perfettamente uguale e simile, formato dai raggi riflessi dallo specchio, ed accompagnato dalla sua penombra esteriore. L' uguaglianza dei due coni deriva da quella degli angoli d' incidenza, e di riflessione; perocchè l' angolo d' incidenza fatto dal raggio ST, e dal prolungamento del semidiametro AT dello specchio, ovvero l' angolo opposto LTA dovendo essere uguale all' angolo di riflessione ITA, ne viene in conseguenza, che ne' due triangoli LAT, TAI rettangoli in A,

ed aventi il lato comune AT sono uguali anche le ipotenuse LT, TI, cioè uguali i lati dei due coni retti TLR, TIR, e perciò uguali e simili i coni medesimi.

Si seghi il cono di riflessione TIR perpendicolarmente all' asse AI con un piano circolare indefinito FG concentrico alla sezione fatta EB*e*, e la corona esteriore FGE*e* si divida in un numero infinito di corone infinitesime elementari P*lp*. Queste saranno illuminate dalla penombra, cioè da una parte soltanto del disco del Sole, mentre la sezione circolare EB*e* sarà illuminata dai raggi di tutto il disco riflessi dallo specchio TR. Per determinare quella parte del disco, che illumina una qualunque P*lp* di dette corone elementari, si mena da uno qualchesiasi de' suoi punti P una perpendicolare PY al piano dello specchio TR, e si prolunga sino in Q, onde abbiasi QY = YP. Indi preso il punto Q per apice del cono TQR avente per base lo specchio, e prodotto questo cono sino all' incontro col disco solare SNHN, la parte XNHN recisa dal disco in questo incontro è quella, che illumina per raggi *diretti* il punto Q attraverso il foro TR, e per raggi *reflessi* il punto P mediante lo specchio TR, ed oltre il punto P tutti gli altri, che formano la corona elementare P*lp*. Tutto ciò è di evidenza palpabile.

Se vuolsi dunque conoscere la quantità di luce ricevuta sopra un piano qualunque FG per riflessione fatta nello specchio TR, si riguarderà questo piano come composto d' un' infinità di corone elementari P*lp*, ciascuna illuminata da un segmento ad essa corrispondente XNHN del disco del Sole. Si prenderà poscia la somma di tutte le quantità di luce sparsa su tutte le corone elementari. Una tal somma esprimerà tutta la luce sparsa sulla corona indefinita di larghezza EF. A questa somma si aggiungerà la luce uniforme sparsa sulla sezione circolare EB*e*. Con ciò si avrà la quantità di luce diffusa su tutto il piano FG. Ma siccome la luce uniforme ricevuta sulla sezione EB*e* o viene da tutto il disco del Sole, come abbiamo mostrato, se il piano FG si trova fra lo specchio TR e il punto I; o da un *cerchio intero* tagliato entro il disco (come faremo vedere), se il piano FG rispetto allo specchio è situato di là dal punto I: risultano perciò due casi essenzialmente disinti

del

del problema, che esamineremo partitamente l' un dopo l' altro.

CASO I.

Quando il piano da illuminarsi FG *si trova fra lo specchio ed il punto* I. Fig. 1.

Pongasi nel cono TLR, ovvero TIR il semidiametro della base $AT=r$, la sua altezza $AI=a$, e la distanza del piano FG dallo specchio TR, cioè la retta $BA=\frac{a}{m}$. Così pure si faccia il semidiametro del disco del Sole $=R$, la superficie intera del disco $=D$; e sia $\pi:1$ la ragione, che ha la circonferenza del cerchio al diametro. Ciò posto, e chiamato x il semidiametro BP della corona infinitesima circolare Plp, sarà evidentemente l' area di questa corona $=2\pi x dx$. Questa poi moltiplicata per lo spazio NXNH, dal quale viene uniformemente illuminata, darà la quantità di luce, che ne riceve. Ma per aver questo spazio, è d' uopo d' incominciare dal ritrovare il centro e il semidiametro del cerchio XNV. Un tal centro O si trova con prolungare QA sino al disco del Sole, e il semidiametro OX si determina nel modo seguente: Nel cono SLH noi abbiamo $TA:AL::CS:CL$, ovvero $r:a::R:\frac{aR}{r}=CL$, e quindi $AC=YZ=CL-AL=\frac{aR}{r}-a$, e $QZ=QY+YZ$ $=\frac{a}{m}+\frac{aR}{r}-a$. Nel cono poi QTXVR si ha $QY:TA::$ $QZ:OX$, cioè $\frac{a}{m}:r::\frac{a}{m}+\frac{aR}{r}-a:r+mR-mr=OX$; e perchè in confronto di mR svanisce la quantità $r-mr$, nasce perciò $OX=mR$. Inoltre l'analogia $QY:YA::QZ:ZO$, ovvero $\frac{a}{m}:x::\frac{a}{m}+\frac{aR}{r}-a:x+\frac{mRx}{r}-mx$ dà $ZO=x-mx$ $+\frac{mRx}{r}$, e per essere $ZC=YA=BP=x$, ne verrà $CO=$ $ZO-ZC=\frac{mRx}{r}-mx=\frac{mRx}{r}$ per l' estrema picciolezza di mx in confronto dell' altro termine.

Abbasso dal punto N, dove il cerchio XNVN taglia il disco del Sole, la perpendicolare NK sul diametro solare SH, e faccio NK$=z$; onde sarà CK$=\sqrt{(CS^2-NK^2)}=\sqrt{(R^2-z^2)}$, ed SK$=R+\sqrt{(R^2-z^2)}$, e quindi $dSK = \frac{zdz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}$. Con ciò l' elemento del segmento circolare NSNK, che è 2NK.dSK, risulta $=\frac{2z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}$; ed integrando offresi il segmento stesso NSNK espresso dall' integrale $2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}$.

Così nel cerchio NXNV, che ha per raggio OX$=m$R, ed OK$=\sqrt{(OX^2-NK^2)}=\sqrt{(m^2R^2-z^2)}$, si avrà XK$=OX-OK=mR-\sqrt{(m^2R^2-z^2)}$, e l' elemento del segmento circolare NXNK sarà 2NK$.d$XK$=\frac{2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$; e perciò sarà NXNK $=2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$. Levando questo segmento dal precedente, resta lo spazio curvilineo NXNS$=2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}-2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$, e tolto questo spazio da tutto il disco solare NSNH $=$ D resta NXNH$=D-2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}-2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$, che è quella parte del disco, la quale illumina la corona elementare Plp. Perlocchè moltiplicando Plp per NXNH, il prodotto $2\pi D\,xdx-4\pi xdx\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}+4\pi xdx\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$ esprimerà la quantità di luce ricevuta dalla corona; ed integrando questa espressione si otterrà la quantità di luce sparsa su tutta la corona, che ha per larghezza PE.

Ora il detto integrale si presenta sotto la forma seguente: *(A)* $\pi Dx^2-2\pi x^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}+2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}+2\pi x^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}-2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$, dove il primo, il secondo, e il quarto termine non abbisognano di ulteriore riduzione, essendo manifesto il loro rispettivo valore; ma

il terzo, ed ultimo che comprendono sotto i segni d'integrazione le due variabili insieme x, z, esigono una riduzione indispensabile per poter determinare il loro valore. A tal effetto elimino x dai detti due termini, e vi sostituisco il suo valore dato per z, che si ricava dall'essere $CO = OK - CK$, cioè $\frac{mRx}{r} = \sqrt{(m^2R^2 - z^2)} - \sqrt{(R^2 - z^2)}$, e però $x = \frac{r}{mR}\left(\sqrt{(m^2R^2 - z^2)} - \sqrt{(R^2 - z^2)}\right)$; che dà, quadrando, $x^2 = \frac{r^2}{m^2R^2}\left(m^2R^2 + R^2 - 2z^2 - 2\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}\sqrt{(R^2 - z^2)}\right)$. Sostituito questo valore, risultano i predetti due termini

$$2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(R^2 - z^2)}} - 2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}} = \frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(m^2R^2 + R^2 - 2z^2 - 2\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}\sqrt{(R^2 - z^2)}\right)\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2 - z^2)}} - \frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(m^2R^2 + R^2 - 2z^2 - 2\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}\sqrt{(R^2 - z^2)}\right)\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}}.$$

In questa equazione il primo termine del secondo membro $\left(\text{per essere } \sqrt{(m^2R^2 - z^2)} = \frac{m^2R^2 - z^2}{\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}}\right)$ si riduce al seguente: $\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(\frac{(m^2+1)R^2z^2dz}{\sqrt{(R^2 - z^2)}} - \frac{2z^4dz}{\sqrt{(R^2 - z^2)}} + \frac{2z^4dz - 2m^2R^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}}\right)$; e il secondo termine dello stesso membro, a motivo di $\sqrt{(R^2 - z^2)} = \frac{R^2 - z^2}{\sqrt{(R^2 - z^2)}}$, si converte in

$$-\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(\frac{(m^2+1)R^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}} - \frac{2z^4dz}{\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}} + \frac{2z^4dz - 2R^2z^2dz}{\sqrt{(R^2 - z^2)}}\right),$$

e in conseguenza l'equazione si ridurrà a questa:

$$\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(\frac{(m^2+3)R^2z^2dz}{\sqrt{(R^2 - z^2)}} - \frac{(3m^2+1)R^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}}\right)$$
$$+\frac{8\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}} - \frac{z^4dz}{\sqrt{(R^2 - z^2)}}\right) = 2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(R^2 - z^2)}}$$

$-2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$ *(B)* . Ma integrando per parti si ha $\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}=\int z^3\cdot\frac{zdz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}=-z^3\sqrt{(m^2R^2-z^2)}+$ $3\int z^2dz\sqrt{(m^2R^2-z^2)}=-z^3\sqrt{(m^2R^2-z^2)}+$ $3\int\frac{(m^2R^2-z^2)z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}=-z^3\sqrt{(m^2R^2-z^2)}+3m^2R^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$ $-3\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$, e trasponendo quest' ultimo termine, e dividendo per 4, nasce $\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}=-\frac{1}{4}z^3\sqrt{(m^2R^2-z^2)}$ $+\frac{3}{4}m^2R^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$; e quindi per la stessa ragione $\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}=-\frac{1}{4}z^3\sqrt{(R^2-z^2)}+\frac{3}{4}R^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}$. Dunque $\frac{8\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}-\frac{z^4dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}\right)=\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\left(z^3\sqrt{(R^2-z^2)}\right.$ $\left.-z^3\sqrt{(m^2R^2-z^2)}\right)+\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(\frac{3m^2R^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}-\frac{3R^2z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}\right)$; e sostituendo questo valore nell' equazione *(B)* essa si cangia in $2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}-2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}=$ $\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\left(z^3\sqrt{(R^2-z^2)}-z^3\sqrt{(m^2R^2-z^2)}\right)+$ $\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(\frac{m^2R^2z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}-\frac{R^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}\right)$. Il secondo membro di questa equazione posto pel suo equivalente nell' integrale *(A)* sopra trovato dà allo stesso integrale quest' altra forma: $\pi Dx^2-2\pi x^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}+2\pi x^2\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}+$ $\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(\frac{m^2R^2z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}-\frac{R^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}\right)+$

$\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\left(z^3\surd(R^2-z^2)-z^3\surd(m^2R^2-z^2)\right)$; e perchè abbiamo $2\int\frac{z^2dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}=NXNK$, $2\int\frac{z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}=NSNK$, e si è dianzi trovato $x=\frac{r}{mR}\left(\surd(m^2R^2-z^2)-\surd(R^2-z^2)\right)$, ovvero $\surd(R^2-z^2)-\surd(m^2R^2-z^2)=-\frac{mRx}{r}$, il predetto integrale si trasforma in $\pi Dx^2-\pi x^2(NSNK-NXNK)+\pi r^2.NSNK-\frac{\pi r^2}{m^2}.NXNK-\frac{2\pi rxz^3}{mR}+Cost.$; e questo esprime la quantità di luce diffusa sulla corona circolare della larghezza EP. Per determinare la Costante dell' integrazione osservo, che la quantità di luce ossia l' integrale svanisce in E, che è il principio della corona, ed allora $x=BE$, il punto Q cade sulla retta LS, i punti N, X cadono sul punto S, e conseguentemente svanisce NK, ossia z, e svaniscono insieme i segmenti circolari NXNK, NSNK. Avremo dunque $Cost.=-\pi D.BE^2$; e perciò la predetta quantità di luce sarà espressa dalla formola $(\pi r^2-\pi x^2).NSNK-\left(\frac{\pi r^2}{m^2}-\pi x^2\right).NXNK-\frac{2\pi rx}{m}.\frac{NK^3}{CS}+\pi Dx^2-\pi D.BE^2$, la quale, per essere $-\pi x^2.(NSNK-NXNK)+\pi Dx^2=\pi x^2.(NSNH-NSNK+NXNK)=\pi x^2.NXNH$, si converte in $\pi x^2.NXNH+\pi r^2.NSNK-\frac{\pi r^2}{m^2}.NXNK-\frac{2\pi rx}{m}.\frac{NK^3}{CS}-\pi D.BE^2$. Ma $D=NSNH=NSNK+NKNH=NSNK+NXNH-NXNK$; e perciò $-\frac{\pi r^2}{m^2}.NXNK=\frac{\pi r^2}{m^2}D-\frac{\pi r^2}{m^2}.NSNK-\frac{\pi r^2}{m^2}NXNH$; dunque sostituendo questo valore, la detta formola sarà (C) $\left(\pi x^2-\frac{\pi r^2}{m^2}\right).NXNH+\frac{\pi r^2}{m^2}(m^2-1).NSNK-\frac{2\pi rx}{m}.\frac{NK^3}{CS}+\frac{\pi r^2}{m^2}D-\pi D.$

BE^2, ed esprimerà la qnantità di luce, che irradia la mentovata corona circolare.

Che se, come porta la figura, il piano illuminato FG si troverà situato fra lo specchio TR, ed il punto I, si otterrà l' illuminazione di tutto il piano $Pp B$ con aggiugnere alla formola (C) la quantità $\pi D . BE^2$, che rappresenta la luce, da cui viene irradiato il cerchio del semidiametro BE, ed in tal caso la copia di luce sparsa su tutto il piano $Pp B$ viene rappresentata dalla formola

$$(D)\ \left(\pi x^2 - \frac{\pi r^2}{m^2}\right) . NXNH + \frac{\pi r^2}{m^2}\left(m^2 - 1\right) . NSNK - \frac{2\pi r x}{m} . \frac{NK^3}{CS} + \frac{\pi r^2}{m^2} D .$$

Se si vuole presentemente paragonare l' effetto d' uno specchio piano con quello d' uno specchio sferico concavo della stessa grandezza, il cui foco sia situato nel centro del cerchio illuminato FG, è d' uopo riflettere, che l' estensione del foco di questo specchio deve essere un cerchio, il cui diametro guardato dall' estremità dell' asse dello specchio sottende un angolo di 32. minuti, cioè uguale all' angolo sotto cui si vede il diametro del Sole: siccome poi l' angolo AIT è di 16. minuti, cioè la metà dell' angolo mentovato, che ha il vertice in A, e la base nel piano FG, la similitudine de' due triangoli rettangoli, che ne risultano, mostra, che deve stare AI ad AB, come sta il semidiametro dell' apertura dello specchio al semidiametro del suo spazio focale, vale a dire $a : \frac{a}{m} : : r : \frac{r}{m}$. Essendo adunque il semidiametro di questo foco $= \frac{r}{m}$, si fa manifesto, che per avere la quantità di luce, che lo spazio occupato dal foco dello specchio concavo sul piano F G riceve dal riverbero dello specchio piano TR di ugual largezza del concavo, basta porre nella formola (D) il valore $\frac{r}{m}$ in luogo di x. In vigore di questa sostituzione la detta formola si cangia nell' altra più semplice (E) $\frac{\pi r^2}{m^2}\left((m^2 - 1) . NSNK - \frac{2 NK^3}{CS} + D\right)$, la quale

esprime la quantità di luce rimandata dallo specchio piano TR sullo spazio, che occupa nel piano FG il foco dello specchio concavo. Ma la quantità di luce tramandata sullo stesso spazio dallo specchio concavo si ottiene evidentemente con moltiplicare il disco del sole per l' area dell' apertura dello specchio, ed è conseguentemente espressa da $\pi r^2 D$. Dunque la proporzione che vi ha tra l' effetto prodotto dallo specchio concavo, e l'effetto prodotto dallo specchio piano di ugual larghezza sarà rappresentata dalla frazione

$$\frac{\pi r^2 D}{\frac{\pi r^2}{m^2}\left((m^2-1)\,.\,NSNK - \frac{2NK^3}{CS} + D\right)}$$

$$= \frac{D}{\frac{D}{m^2} + \frac{(m^2-1)}{m^2}\,.\,NSNK - \frac{2NK^3}{m^2 CS}} \quad (F).$$

Si avverta per tanto, che essendosi supposto, che lo spazio illuminato sul piano FG sia quello stesso, che viene occupato dal foco dello specchio concavo, in tale ipotesi il centro del cerchio XNV deve cascare in H: avvegnachè se si assume a cagion d' esempio, che BP sia il semidiametro di quel foco, e quindi sia veduto da A sotto un angolo di 16. minuti, guidata la retta QA anche il suo uguale YQA sarà di 16. minuti, e conseguentemente uguale all' angolo ALR; e però la retta QA sarà parallela ad LR, e prolungata incontrerà il disco del sole nello stesso punto H, dove lo incontra la LR: dunque sarà H il centro di quel cerchio XNV, che forma la base del cono TQR prolungato sino al disco del Sole, da cui taglia la parte ad entrambi comune XNHN. Il semidiametro poi del detto cerchio XNV si è già dimostrato uguale al prodotto del numero m nel semidiametro R del disco del sole, cioè $= m$ R.

Col mezzo delle precedenti determinazioni potremo sempre al bisogno avere in numeri il rapporto cercato dell' effetto dello specchio concavo a quello dello specchio piano ugualmente largo.

Esempio primo.

Si supponga, che il foco dello specchio concavo sia nella punta I del cono TIR, e che ivi pure sia collocato il piano FG, che dee ricevere l' immagine del sole. In questo caso si avrà AB = AI, cioè $\frac{a}{m} = a$, e quindi $m = 1$: onde la formola *(F)* si trasmuta in $\frac{D}{D - \frac{2 \cdot NK^3}{R}} = \frac{RD}{RD - 2 \cdot NK^3} = \frac{\pi R^3}{\pi R^3 - 2 \cdot NK^3}$.

Il cerchio XNV diventa in questo supposto uguale al disco del sole, ed avendo il suo centro in H sulla circonferenza del disco, ne taglia visibilmente l' arco HN di 60. gradi. E' dunque $NK = R$ sen. $60°$, ed $NK^3 = R^3$ (sen. $60°)^3$, e fattane la sostituzione nella predetta formola, essa diventa $\frac{\pi}{\pi - 2(\text{sen.}\ 60°)^3} = \frac{\pi}{\pi - 2 \cdot \frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{\pi}{\pi - \frac{3}{4}\sqrt{3}} = \frac{3{,}14}{3{,}14 - 1{,}30}$

$= \frac{3{,}14}{1{,}84} = \frac{314}{184}$. Dunque in questo caso l' effetto dello specchio concavo sarà sempre all' effetto dello specchio piano nella ragione di 314 a 184, ovvero di 5 a 3 con picciol divario.

S C O L I O.

Courtivron, che adduce l' Esempio precedente, dà allo specchio concavo la corda d' un piede, e quindi ne inferisce, che nelle accennate circostanze *l' effetto dello specchio piano sarà a quello dello specchio concavo come* 184 *a* 314 *nella distanza di circa* 50. *piedi*. Ma in realtà questa distanza anzichè di 50. deve essere di 108. piedi: avvegnachè, supponendosi nell' apice I del cono di riflessione HIT il foco dello specchio concavo, ed essendo l' angolo HIT di 32. minuti, egli è evidente, che la distanza AI sarà uguale a 108. volte la corda TH, e se questa è d' un piede, sarà quella di piedi 108.

Esem-

Esempio Secondo.

Sia ora il piano FG, e quindi anche il foco dello specchio concavo situato nel punto di mezzo di AI, cosicchè $AB = \frac{a}{m} = \frac{AI}{m}$ sia $= \frac{1}{2} AI$, e però $m=2$; in questo supposto il semidiametro del cerchio XNV trovasi $= m R = 2 R$, cioè $HN = HS$. Di quì è manifesto, che sparisce così l' ordinata NK, come lo spazio circolare NSNK. Dunque la formola (*F*), che rappresenta il rapporto degli effetti de' due specchi di ugual larghezza concavo, e piano, si cangia in $\frac{m^2 D}{D} = m^2 = 4$; che dà a divedere, come l' effetto dello specchio concavo è in questo caso quattro volte tanto quanto quello del piano.

Ciò altronde si dimostra dall' essere il diametro del foco la metà del diametro dell' apertura dello specchio, come si è supposto essere la distanza focale AB la metà di AI; dal che viene, che la luce nello spazio focale è densa quattro volte tanto quanto la luce semplice del Sole, che va a cadere sullo specchio concavo. Ma anche la luce reflessa dallo specchio piano nello spazio occupato dal foco del concavo è in questo caso ugualmente densa che la semplice luce solare, perchè quello spazio focale in quest' esempio resta tutto compreso dentro il cono di riflessione TIR, e però ogni suo punto riceve la luce da tutto il disco del Sole; onde la misura di essa luce si ha con moltiplicare lo spazio focale illuminato per tutto il disco del Sole, come per appunto si ha la misura della luce *semplice* solare, che illumina uno spazio dato. Da ciò dunque si scorge, che l' effetto dello specchio concavo nel presente supposto esser dee quadruplo di quello dello specchio piano.

Esempio Terzo.

Facciamo il supposto generale, che la distanza AB del piano FG dallo specchio TR sia comunque minore della metà dell' asse AI del cono di riflessione, per modo che

m sia comunque maggiore di 2., allora il semidiametro $HN = mR$ del cerchio XNV verrà ad esser maggiore del diametro HS del disco del Sole. Conseguentemente anche in questo supposto svaniscono l' ordinata NK, e il segmento circolare NSNK; e la ragione degli effetti prodotti dai due specchi, concavo e piano, viene espressa da $m^2D : D$, ovvero da $m^2 : 1$, che è la ragione del quadrato dell' asse AI del cono di riflessione al quadrato della distanza focale AB dello specchio concavo, ovveramente la ragione del quadrato della corda dello specchio al quadrato del diametro del foco.

Si dimostra questo stesso indipendentemente da ogni trasformazione della formola (*F*) con un raziocinio affatto simile a quello dell' *Esempio* precedente, che perciò tralasciamo.

Scolio.

Courtivron dopo aver errato nel primo Esempio, seguita a sbagliare più gravemente nel secondo e nel terzo, ne' quali assume $m = \frac{1}{2}$, ed $m = \frac{1}{3}$, cioè $AB = 2AI$, ed $AB = 3AI$, supponendo così, che la distanza del piano illuminato FG dallo specchio sia maggiore dell' asse AI; e con tutto ciò si vale, anche per questa ipotesi, della formola (*F*), la quale non è giusta nè esatta, se non nell' ipotesi opposta che la detta distanza del piano FG sia minore di AI, ed ha bisogno di essere in parte cambiata e modificata per adattarsi all' altra ipotesi, come vedremo più appresso. Nessun conto adunque può farsi de' risultati del calcolo di quest' Autore.

Esempio Quarto.

Si faccia ora l' ipotesi, che il piano da illuminarsi FG sia distante dallo specchio TR per più della metà dell' asse AI, ma meno però di tutto l' asse AI, e in conseguenza sia m minore di 2, e maggiore di 1, cioè contenuto fra i limiti 2, ed 1. Prendo per tanto $m = \frac{3}{2}$, ed ho nel

cerchio XNV il semidiametro $HN = mR = \frac{3}{2}R$, e quindi $HK = \frac{HN^2}{HS} = \frac{9}{4}\frac{R^2}{2R} = \frac{9}{8}R$; $CK = HK - HC = \frac{9}{8}R - R = \frac{1}{8}R$; $NK = \sqrt{\left(R^2 - \frac{1}{64}R^2\right)} = \frac{R}{8}\sqrt{63}$. Essendo dunque CK, coseno dell' arco NS, l' ottava parte del raggio, sarà l' arco NS di 82°. 11' con pochissimo divario; e però l' arco stesso $NS = 1,43437\,R$ (a), ed il settore $CNSN = NS \cdot CN = 1,43437\,R^2$. Si sottragga da questo settore il triangolo $NCN = CK \cdot NK = \frac{1}{64}R^2\sqrt{63} = \frac{3}{64}R^2\sqrt{7} = \frac{3}{64} \cdot 2,64575\,R^2 = 0,15527R^2$; onde resterà il segmento $NSNK = 1,27910R^2$. Inoltre $NK^3 = \frac{63R^3\sqrt{63}}{8^3} = \frac{189R^3\sqrt{7}}{512}$, e $\frac{2NK^3}{CS} = \frac{189R^2\sqrt{7}}{256} = 1,95331\,R^2$. Con ciò la formola (*F*) diventa

$$\frac{m^2\pi}{\pi + 1,27910\,(m^2 - 1) - 1,95331} =$$

$$\frac{\frac{9}{4} \cdot 3,14159}{3,14159 + \frac{5}{4} \cdot 1,17910 - 1,95331} = \frac{2827431}{1114862}$$; il che mostra, che la proporzione degli effetti dei due specchi concavo e piano è presso a poco quella di 2827 : 1115, e conseguentemente l' effetto dello specchio concavo vale un poco più di due volte e mezzo l' effetto del piano di ugual larghezza.

Scolio.

Poichè in questo Esempio si è supposto $AB = \frac{2}{3}AI$, sarà anche il diametro del foco dello specchio concavo due terzi della sua corda TR, e conseguentemente la densità della luce raccolta dallo specchio concavo nel suo foco

X 2

(a) Vedi le Tavole Trigonometriche del Schulz Tom. II. p. 267. 274. Berlin 1778.

equivalerà a due volte e un quarto la densità della luce semplice solare. Ma da ciò non viene punto, come a prima vista potrebbe sembrare, che lo specchio concavo faccia due volte e un quarto quanto lo specchio piano di ugual larghezza. L' illegittimità di questa conseguenza, che pure potrebbe imporre a molti, deriva dall' essere in questo caso lo spazio focale dello specchio più largo che non è la sezione corrispondente del cono di riflessione ITR; e quindi la corona di questo spazio, che sporge fuori del cono, riceve in ognuno de' suoi punti i raggi riflettuti dallo specchio piano, i quali provengono non già da tutto il disco del Sole, ma soltanto da uno de' suoi segmenti, spettando alla sola parte del foco, la quale coincide colla sezione del cono o è contenuta dentro il medesimo, la proprietà di ricevere dal riverbero dello specchio piano i raggi di tutto il disco solare.

CASO SECONDO.

Quando il piano da illuminarsi FG *è collocato rispetto allo specchio di là del punto* I. Fig. II.

Passiamo ora alla seconda parte del Problema, nella quale il piano illuminato FG non si suppone più collocato fra lo specchio TR, e l' apice I del cono di riflessione, come nella prima parte, ma al di là del punto I in distanza dallo specchio, maggiore dell' asse AI.

Si concepisca indefinitamente prolungato oltre il suo vertice I il cono di riflessione TIR, sicchè nasca il cono conjugato ed opposto *t*I*r*; così pure il cono TLR formato dai raggi diretti s' immagini indefinitamente estendersi al di là del suo apice L, e generare il cono conjugato ed inverso DL*d*. Se si prendono in questi due coni parallelamente al disco del Sole, cioè perpendicolarmente al loro asse comune, due sezioni uguali ed ugualmente distanti dai loro rispettivi vertici L, I, e sia D*d* la sezione fatta nel cono superiore; egli è manifesto, che la sezione D*d* riceverà dal Sole quella stessa quantità di luce *diretta* che riceve di luce *riflessa* dallo specchio piano TR la sezione corrispondente del cono *t*I*r*, posta in non cale la perdita indeter-

minabile fatta nella riflessione. Ora ciascun punto della sezione D d viene illuminato non già da tutto il disco del Sole, ma da una parte di lui, la quale è un cerchio, il cui semidiametro sta a quello del disco come l'asse AL del cono diretto alla distanza AM dello specchio dalla sezione. Per dimostrar questo, si prenda nella sezione un punto qualunque U, e sia esso la sommità di un cono, il quale abbia per base TR, e sia prolungato sino al Sole, dove taglia nel disco solare un cerchio, tutto rinchiuso nello stesso disco. Facciasi questo cerchio $= \varphi$; e preso in detta sezione il punto M, estremo dell' asse LM, per sommità d' un altro cono avente per base TR, e prolungato sino al Sole, anche questo cono taglia nel disco del Sole un cerchio interno, che supporremo $= \omega$. Questi due cerchi esser debbono uguali, cioè $\varphi = \omega$; avvegnachè il semidiametro AT sta al semidiametro del cerchio φ come UA alla retta UAg, che da U per A giunge sino al Sole in g (a), e nell' altro cono sta AT al semidiametro del cerchio ω, come MA ad MAC: ma i triangoli simili danno UA:UAg:: MA: MAC; dunque AT ha la stessa ragione ai semidiametri dei due cerchi φ, ω; dunque $\varphi = \omega$. Il semidiametro del cerchio ω, e il semidiametro CS del disco solare sottendono il primo in M, l' altro in L due piccioli angoli CMT, CLS; e conseguentemente i detti semidiametri sono tra loro presso a poco in ragion composta di MC : LC (che per l' immensa distanza del Sole è ragione di uguaglianza), e degli angoli stessi AMT : ALT, e questi avendo la stessa sottesa AT sono a un dipresso per la loro picciolezza in ragione inversa dei lati, cioè AMT : ALT :: AL : AM; ond' è il semidiametro del cerchio ω, oppure del cerchio φ al semidiametro del disco solare come è AL ad AM.

Di quì si scorge, che ciascun punto della sezione Dd, e conseguentemente anche della sezione corrispondente ed uguale Ee (Fig. II.) del cono inferiore rIt viene illuminato da una parte del disco solare espressa dal cerchio

(a) Questa retta UAg, come neppure il punto g nel disco del sole, nè la lettera g non si vedono segnate nella Figura, per non imbarazzarla; ma è facile supplirvi col pensiero.

φ, il quale, ritenute le precedenti denominazioni, ha per semidiametro mR, e per capacità $\pi m^2 R^2 = m^2 D$. Si faccia ora passare per la sezione Ee il piano circolare da illuminarsi FG concentrico alla sezione. La corona di questo piano, la quale sporge fuori della sezione, ed ha una larghezza indeterminata $EP = x$, si concepisca divisa in tante corone elementari Plp; ed avremo $Plp = 2\pi x dx$. Per determinare la quantità di luce, che riceve la corona elementare Plp, prendo in essa un punto qualunque P, e da questo meno al piano, che passa per lo specchio RT, la perpendicolare PY, cui prolungo fino in Q raddoppiando la sua lunghezza. Considero Q come la sommità di un cono, che ha per base lo specchio TR, e prolungato sino al disco del Sole SNHN segna sul piano del disco la base circolare XNVN, e taglia dallo stesso disco la parte XNHN. Questa parte XNHN è visibilmente quella, che illumina con raggi *diretti* il punto Q per l' apertura fatta in TR; e per necessaria conseguenza essa illumina con raggi *riflessi* il punto P mediante lo specchio TR; e così questo stesso spazio XNHN illuminando qualunque altro punto della corona elementare Plp, si otterrà l' illuminazione di lei, o la copia della luce sparsa sulla medesima con moltiplicare lo spazio illuminante XNHN per la corona illuminata Plp.

Conduco nel disco solare le stesse linee in questa seconda Figura, come si è fatto nella prima. Osservo, che la parte XNHN dello stesso disco è uguale al cerchio XNVN, meno il segmento KNVN di esso cerchio, più il segmento KNHN del disco. Dunque la quantità di luce rimandata dallo specchio piano TR sulla corona elementare Plp avrà per misura il prodotto $Plp \cdot XNHN = 2\pi x dx \cdot (XNVN - KNVN + KNHN)$. Ora per ciò che si è dimostrato precedentemente, il semidiametro ON del cerchio XNVN è $= mR$, e quindi il cerchio stesso $XNVN = \pi m^2 R^2 = m^2 D$; inoltre il segmento $KNVN = 2\int \frac{z^2 dz}{\sqrt{(m^2R^2 - z^2)}}$, ed il segmento $KNHN = 2\int \frac{z^2 dz}{\sqrt{(R^2 - z^2)}}$. Perlocchè la quantità di luce della corona elementare Plp risulta =

$$2m^2\pi D\,x dx + 4\pi x dx\int\frac{z^2 dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}} - 4\pi x dx\int\frac{z dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$$

(*G*). L' integrale di questa formola (*G*) preso fra i limiti E, P dà la quantità di luce diffusa su tutta la corona della larghezza EP. Questo integrale viene manifestamente espresso dalla formola $m^3\pi D x^2 + 2\pi x^2\left(\int\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}} - \int\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}\right)$

$$+ 2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}} - 2\pi\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}$$

(*H*). Si trova come sopra, $x^2 = \frac{r^2}{m^2R^2}\left(m^2R^2+R^2-2z^2-2\sqrt{(m^2R^2-z^2)}\sqrt{(R^2-z^2)}\right)$.

Sostituisco questo valore di x^2 nei due ultimi termini della formola (*H*), ed ho $2\pi\left(\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}} - \int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}\right) =$

$$\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(m^2R^2+R^2-2z^2-2\sqrt{(m^2R^2-z^2)}\sqrt{(R^2-z^2)}\right)\frac{z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$$

$$-\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\left(m^2R^2+R^2-2z^2-2\sqrt{(m^2R^2-z^2)}\sqrt{(R^2-z^2)}\right)\frac{z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}$$

$$= \frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\frac{(m^2R^2+R^2)z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}} - \frac{4\pi r^2}{m^2R^2}\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}} -$$

$$\frac{4\pi r^2}{m^2R^2}\int z^2dz\sqrt{(R^2-z^2)} - \frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\int\frac{(m^2R^2+R^2)z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}} +$$

$$\frac{4\pi r^2}{m^2R^2}\int\frac{z^4dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}} + \frac{4\pi r^2}{m^2R^2}\int z^2dz\sqrt{(m^2R^2-z^2)}$$; e sostituendo nel termine integrale moltiplicato per $\sqrt{(R^2-z^2)}$ il valore di questo fattore cioè $\frac{R^2-z^2}{\sqrt{(R^2-z^2)}}$, e parimente nell' altro termine integrale moltiplicato per $\sqrt{(m^2R^2-z^2)}$ il valore $\frac{m^2R^2-z^2}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}}$, e facendo la riduzione, ci si presenta

$$2\pi\left(\int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(m^2R^2-z^2)}} - \int\frac{x^2z^2dz}{\sqrt{(R^2-z^2)}}\right) =$$

$$\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\left(\int\frac{(3m^2R^2+R^2)z^3dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}-\int\frac{(m^2R^2+3R^2)z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}\right)+$$

$$\frac{8\pi r^2}{m^2R^2}\left(\int\frac{z^4dz}{\surd(R^2-z^2)}-\int\frac{z^4dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}\right).$$ Ma abbiamo già trovato precedentemente $\int\frac{z^4dz}{\surd(R^2-z^2)}=-\frac{1}{4}z^3\surd(R^2-z^2)+\frac{3}{4}R^2\int\frac{z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}$, e così pure $\int\frac{z^4dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}=-\frac{1}{4}z^3\surd(m^2R^2-z^2)+\frac{3}{4}m^2R^2\int\frac{z^2dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}$; dunque sostituendo avremo $2\pi\left(\int\frac{x^2z^2dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}-\int\frac{x^2z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}\right)=$

$$\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\left(\int\frac{(3m^2R^2+R^2)z^2dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}-\int\frac{(m^2R^2+3R^2)z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}+\int\frac{3R^2z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}-\int\frac{3m^2R^2z^2dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}\right)+\frac{2^2r^2}{m^2R^2}\left(z^3\surd(m^2R^2-z^2)-z^3\surd(R^2-z^2)\right)=\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\left(\int\frac{R^2z^2dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}-\int\frac{m^2R^2z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}+z^3\surd(m^2R^2-z^2)-z^3\surd(R^2-z^2)\right).$$

Fatta la sostituzione di questo valore nella formola (H), essa si cangia in quest' altra

$$m^2\pi Dx^2+2\pi x^2\left(\int\frac{z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}-\int\frac{z^2dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}\right)+\frac{2\pi r^2}{m^2R^2}\left(\int\frac{R^2z^2dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}-\int\frac{m^2R^2z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}+z^3\surd(m^2R^2-z^2)-z^3\surd(R^2-z^2)\right)\ (I),$$

la quale coll' aggiunta della opportuna Costante rappresenta la quantità di luce, che riceve dallo specchio TR la corona indefinita della larghezza EP.

Abbiamo già veduto essere $m^2\pi Dx^2=\pi x^2$. XNVN; $2\int\frac{z^2dz}{\surd(R^2-z^2)}=$ KNHN; $2\int\frac{z^2dz}{\surd(m^2R^2-z^2)}=$ KNVN; $z=$

NK;

NK; $CQ = \frac{mRx}{r} = CK - OK = \sqrt{(CN^2 - NK^2)} - \sqrt{(ON^2 - NK^2)} = \sqrt{(R^2 - z^2)} - \sqrt{(m^2R^2 - z^2)}$. Fatte per tanto queste sostituzioni nella precedente formola (I); essa diventa $\pi x^2 . (XNVN + KNHN - KNVN) + \frac{\pi r^2}{m^2} . (KNVN - m^2 . KNHN) - \frac{2\pi r x}{m} . \frac{NK^3}{CS} + Cost.$, la quale, per essere $XNVN + KNHN - KNVN = NXNH$, e $KNVN = NVNH + NHNK$, si riduce a quest' altra $\pi x^2 . NXNH + \frac{\pi r^2}{m^2} NVNH + \frac{\pi r^2}{m^2} (1 - m^2) NHNK - \frac{2\pi r x}{m} . \frac{NK^3}{CS} + Cost.$; e questa poi, a motivo di $NVNH = XNVN - NXNH = \pi m^2 R^2 - NXNH = m^2 D - NVNH$, si converte nella seguente:

$$\left(\pi x^2 - \frac{\pi r^2}{m^2}\right) . NXNH + \frac{\pi r^2}{m^2}\left(m^2 D + (1 - m^2) . NHNK\right) - \frac{2\pi r x}{m} . \frac{NK^3}{CS} + Cost. \quad (L).$$

Se in questa formola si assume $X = BE$, essa deve annullarsi, perchè la corona illuminata comincia da E, ed ivi la sua illuminazione è nulla. In tale assunto il punto Q viene a cadere evidentemente sul lato DL del cono DLd; e quindi il punto V cade sul punto H estremo del diametro del Sole, svanisce il segmento NHNK, e l' ordinata NK; e lo spazio NXNH si cangia nel cerchio $= m^2 D$. Da ciò immediatamente si raccoglie nella formola (L) il valore della $Cost. = - \pi m^2 D . BE^2$. Ma questa stessa quantità ora tolta deve poi essere aggiunta alla formola (L) per ottenere la misura dell' illuminazione di tutto il piano circolare P B p, perchè il cerchio interiore concentrico EBe riceve per appunto tanta luce, quanta è rappresentata dal prodotto del cerchio stesso $\pi . BE^2$ nell' altro $m^2 D$. Dunque la quantità di luce, che riflette lo specchio piano TR sul piano circolare indefinito P B p viene espressa dalla formola $\left(\pi x^2 - \frac{\pi r^2}{m^2}\right) . NXNH$

$$+ \frac{\pi r^2}{m^2}\left(m^2 D + (1 - m^2) . NHNK\right) - \frac{2\pi r x}{m} . \frac{NK^3}{CS} \quad (M).$$

Che se ora, per instituire il confronto dell' effetto dello specchio piano con quello dello specchio concavo, faremo il supposto, che l' indeterminata x sia $= \frac{r}{m}$, cioè uguale (come abbiamo sopra mostrato) al semidiametro del foco dello specchio sferico concavo collocato nel luogo occupato dallo specchio piano ugualmente largo T L; vedremo, fatto $x = \frac{r}{m}$, passare l' espressione (M) alla forma più semplice $\frac{\pi r^2}{m^2}\left(m^2D + (1-m^2).NHNK - \frac{2NK^3}{CS}\right)$ (N). Questa nuova espressione (N) è dunque la misura della luce, che dallo specchio piano T R. riflettuta va ad occupare nel piano F G. un cerchio avente per semidiametro $\frac{r}{m}$. Ma la luce riflettuta dallo specchio concavo nel suo foco, cioè nel predetto cerchio è espressa, come abbiamo dianzi veduto, da $\pi r^2 D$: dunque sta questa luce a quella come $\pi r^2 D : \frac{\pi r^2}{m^2}\left(m^2D + (1-m^2).NHNK - \frac{2.NK^3}{CS}\right)$ ovvero come $m^2 D : m^2 D + (1-m^2).NHNK - \frac{2.NK^3}{CS}$, e la frazione

$$\frac{m^2 D}{m^2D + (1-m^2).NHNK - \frac{2.NK^3}{CS}} \quad (O)$$

rappresenta in qual proporzione sta l' effetto prodotto dallo specchio concavo all' effetto dello specchio piano di ugual larghezza, come si domandava.

Esempio.

Suppongo, che il piano da illuminarsi FG sia collocato ad una distanza AB dallo specchio TR, la quale sia doppia di AI, e che però m sia $= \frac{1}{2}$, e l' immagine del Sole nel foco dello specchio concavo sia doppia dell' apertura dello specchio. In tal supposto la frazione (O) si

trasforma in $\frac{D}{D+3\,.\,NHNK-8\,.\,\frac{NK^3}{CS}}$ (P) ; e per assegnare il suo valore numerico, rifletto essersi già dimostrato, che quando lo spazio da illuminarsi nel piano FG è uguale al foco dello specchio concavo, sul qual dato è fondata la formola (O); allora il centro O del cerchio XNVN casca sull' estremo H del diametro del disco solare, ed il suo raggio HN si fa $= mR = \frac{1}{2} R$. Di quì abbiamo $HK = \frac{HN^2}{SH} = \frac{\frac{1}{4} R^2}{2R} = \frac{1}{8} R$; $NK = \sqrt{(HN^2 - HK^2)}$ $= R\sqrt{\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{64}\right)} = R\sqrt{\frac{15}{64}} = \frac{1}{8} R\sqrt{15} = \frac{1}{8} \cdot 3{,}8729833\, R$ $= 0{,}4841229\, R$., ed essendo questo il seno dell' arco HN, trovasi essere il detto arco di 28°. 57'. 18''., che espresso in parti del raggio dà $HN = 0{,}505359\, R$. Quindi il settore $NCNH = CN\,.\,NH = 0{,}505359\, R^2$; ed il triangolo NCN $= CK\,.\,NK = \frac{7}{64} \cdot 3{,}8729833\, R^2 = 0{,}4236075\, R^2$; e però $NHNK = NCNH - NCN = 0{,}081752\, R^2$; onde $3\,.\,NHNK$ $= 0{,}245256\, R^2$. Inoltre si ha $8\,.\,\frac{NK^3}{CS} = \frac{15}{64} \cdot 3{,}8729833 R^2$ $= 0{,}907730 R^2$, e $D = 3{,}141593\, R^2$; conseguentemente il valor numerico della formola $\frac{D}{D+3\,.\,NHNK-8\,.\,\frac{NK^3}{CS}}$ vedesi essere $\frac{3{,}141593}{3{,}141593+0{,}245256-0{,}907730} = \frac{3141593}{2479119} = \frac{314}{248}$ a un dipresso, il qual rapporto trovasi con picciol divario da Courtivron espresso $314 : 247\frac{1}{2}$. Laonde sta l' effetto dello specchio concavo a quello dello specchio piano di ugual larghezza come $314 : 248$.

SCOLIO.

Nell' ipotesi di questa seconda parte del Problema, che il piano da illuminarsi FG sia collocato oltre il punto I, cioè ad una distanza AB dallo specchio TR, maggiore dell' asse AI del cono di riflessione, e che tal distanza AB sia la *focale* dello specchio concavo situato nel luogo stesso dello specchio piano TR; ne viene in conseguenza, che il foco dello specchio concavo occupa sul piano TG uno spazio maggiore del cerchio EBe, ossia della sezione fatta dal piano FG nel cono inverso rIt. Ciò si raccoglie dall' essere il semidiametro del predetto foco $=\frac{r}{m}$, ed il semidiametro BE del cerchio EBe $=\frac{(1-m)r}{m}$ per l' analogia IA : AT : : IB : BE; ond' è $\frac{r}{m}:\frac{(1-m)r}{m}::1:1-m$, e la ragione di $1:1-m$ è una ragione di *maggiore ineguaglianza*, perchè in quest' ipotesi m è sempre una *vera* frazione.

Trovasi quì il singolar riscontro d' una perfetta uguaglianza degli effetti dei due specchi in ordine all' illuminazione da entrambi prodotta nel cerchio EBe. In fatti si è veduto, che la quantità di luce riflettuta dallo specchio concavo nel suo foco è $=\pi r^2 D$, e questa sta a quella, che dal detto specchio è riflettuta nel cerchio EBe, in ragione duplicata de' semidiametri, cioè come $\frac{r^2}{m^2}:\left(\frac{1-m}{m}\right)^2 r^2$, o come $1:(1-m)^2$; onde la luce rimandata dallo specchio concavo sul cerchio EBe ha per misura $\pi(1-m)^2 r^2 D$; e questa è pur anco la misura della quantità di luce dallo specchio piano riverberata sullo stesso cerchio EBe, la quale si è trovata $=\pi m^2 D \cdot BE^2 = \pi(1-m)^2 r^2 D$.

Il Priestley nella sua *Storia* inglese *dell' Ottica Parte I.* Periodo III. *Sezione* IV. fa menzione, come l' importanza della cosa esigeva, di questa profonda ed interessante Memoria di Courtivron, ma si contenta di dirne queste sole parole: *Courtivron si diede il pensiero di calcolare l' effetto della macchina Buffoniana in confronto con uno specchio incendiario sferico, e trovò, che la quantità di luce, la quale vie-*

ne rimandata da quest' ultimo, sta alla quantità di luce, che un' egual superficie di detta macchina riflette sul medesimo luogo, come sta 314 a 247 $\frac{1}{2}$, ovvero che l' effetto dello specchio piano è di circa $\frac{2}{9}$ più piccolo che non è l' effetto dello sferico. Questo grave abbaglio dell' Autor Inglese, uomo ingegnosissimo e originale per altri titoli, di attribuire al Francese quel risultato di calcolo come generale per tutti i casi ideabili, mentre egli non lo dà se non per un caso unico e particolarissimo, deriva dallo scarso corredo di cognizioni matematiche, con cui il celebre Dott. Priestley si è affrettato a scriver la storia dell' Ottica. Questa dovette per necessità riuscire, quanto pregevole per la copia e vastità dell' erudizione, altrettanto superficiale, e leggiera pel fondo delle cose e la solidità.

SOPRA LA PRETESA DISTINZIONE FRA IL NULLA REALE, E IL NULLA IMMAGINARIO.

Di Gregorio Fontana.

Ricevuta li 13. Fruttidoro An. VI. (31. Agosto 1798.)

1 Il Cel. Frisi nella sua Algebra Cap. I. pretende, che sia un assurdo l' asserire, che lo zero moltiplicato per una quantità immaginaria dà un prodotto uguale a zero, cioe $0\sqrt{-1}=0$, e ciò per la ragione, che dovendo nella moltiplicazione essere tra loro proporzionali l' unità, il moltiplicatore, il moltiplicando, e il prodotto, e non potendo sussistere la proporzione $1:\sqrt{-1}::0:0$, non può in conseguenza neppur sussistere l' equazione $0\sqrt{-1}=0$. Dal che egli conchiude, che il niente d' immaginario indica piuttosto una quantità reale, che il nulla di quantità.

2. Anche Giordano Riccati in una Memoria intitolata, *Teorema; il nulla immaginario non può confondersi col reale*: nel Tomo IV. della Società Italiana, impegnato a combattere l' opinione di Eulero, e di que' Geometri, che sostengono essere immaginarj i logaritmi de' numeri negativi ricava dall' equazione del ramo inferiore della Concoide, che il prodotto del nulla moltiplicato per l' immaginario non può essere un vero nulla. Egli considera il ramo inferiore *id*BDI (Fig. 3.) della Concoide, la quale è fornita della proprietà, che tirata la retta indefinita *f*F e dal punto fisso C fuori di lei la retta CA perpendicolare alla *f*F, e l' inclinata qualunque CF, indi tagliate le parti uguali AB, FD, i punti B, D, e così tutti gli altri, che per simil modo si determinano, appartengono alla Curva. Pongasi $AB=FD=a$, $AC=b$, $AE=GD=x$, $ED=AG=y$; ed i triangoli simili CDG, DFE danno l' analogia.

$GD:GC::EF:ED$, ossia $x:b-y::\sqrt{(a^2-y^2)}:y$

da cui si raccoglie la nota equazione del ramo inferiore della Concoide $x=\frac{b-y}{y}\cdot\sqrt{(a^2-y^2)}$. Suppongasi, come por-

ta la Figura, AC <AB, ovvero $b<a$, e fatta $ED=y=AC=b$, risulta $x=o.\sqrt{(a^2-b^2)}=o.\sqrt{(b^2-a^2)}\sqrt{-1}$, cioè a dire x uguale al nulla moltiplicato per l' immaginario. Ora se l' ascissa $x=o.\sqrt{(b^2-a^2)}\sqrt{-1}$ fosse veramente uguale al nulla, ad essa corrisponderebbe l' ordinata $y=b=AC$; e conseguentemente il punto C, che è il Polo della Concoide, apparterrebbe al perimetro della Curva; il che è manifestamente falso, posciachè il punto descrivente D non passa, nè può passare pel polo C.

3. Ma io confesso, che ad onta di queste ragioni prodotte da Frisi e Riccati per dimostrare, che il nulla immaginario è una quantità affatto diversa dal nulla o dallo zero, a me sembra d' un' evidente falsità una siffatta proposizione, la quale tende a sconvolgere tutti i principj dell' Algebra, e ad oscurare le idee fondamentali della moltiplicazione. E divero, moltiplicare per zero una quantità, qualunque ella sia, o reale, o immaginaria, altro non è, che porre, e levare quella quantità; e questo porre, e sottrarre la stessa quantità produce manifestamente il vero nulla, ossia lo zero. Così $o.a=a-a=o$; come pure $o.\sqrt{-1}=\sqrt{-1}-\sqrt{-1}=o$.

4. Gli assurdi, che nascono dalla proposizione di Frisi, e Riccati, ne dimostrano immantinente la falsità. Imperocchè o si vuole che $o.\sqrt{-1}$ sia uguale ad una quantità reale, oppure ad una quantità immaginaria. Sia primieramente $o.\sqrt{-1}=a$, quantità reale; e dividendo per $\sqrt{-1}$, avremo $o=\frac{a}{\sqrt{-1}}$, vale a dire il reale diviso per l' immaginario dà zero per quoto; il che è delle più palpabili assurdità.

Sia secondariamente $o.\sqrt{-1}=a+b\sqrt{-1}$, alla qual forma binomiale è noto ridursi tutti gl' immaginarj di ogni genere. Fatta anche quì la divisione per $\sqrt{-1}$, ci si presenta $o=b+\frac{a}{\sqrt{-1}}$, cioè l' immaginario uguale allo zero, che è un assurdo niente minore del primo; oppure lo zero uguale alla quantità effettiva b caso che $a=o$, il che è pure ripugnante.

5. La ragione addotta da Frisi per convalidare la sua

asserzione sembra affatto insussistente; avvegnachè se sussiste la proporzione $1 : a :: 0 : 0$, la qual si ricava dal prodotto $0 . a$, dee sussistere ugualmente l'altra gratuitamente negata da Frisi $1 : \sqrt{-1} :: 0 : 0$, sapendosi altronde che il rapporto indeterminato $\frac{0}{0}$ uguaglia qualunque quantità, non esclusa la quantità immaginaria. Ciò si dimostra immantinente gettando l' occhio sulla frazione $\frac{n-n}{1-1} = \frac{0}{0}$, nella quale n significa qualsisia quantità così reale, che immaginaria: se di questa frazione si divide attualmente il numeratore pel denominatore; si ottiene per quoto la quantità n, e però si ha $\frac{0}{0} = n$, valore indeterminatissimo, tanto reale quanto immaginario.

6. Meglio fondato e a prima vista perentorio è l' argomento del Riccati, tratto dalla Concoide. Ma esaminato a dovere trovasi appoggiato ad un falso supposto, che il Polo della Concoide sia un punto affatto estraneo a questa Curva, il quale non venga compreso, nè rappresentato dall' equazione di lei. Si risponde per tanto, che il Polo di tal Curva è un punto appartenente al sistema della medesima, e che resta compreso ancor esso nell' equazione della Curva. Questo è uno di que' punti, che si chiamano *conjugati*, i quali sebbene isolati e separati dal Contorno della Curva, a cui appartengono, formano però una parte essenziale di quella, in quanto che vengono regolati dalla stessa equazione, che esprime e caratterizza l' intero sistema della Curva. Intorno a ciò è da vedersi la famosa *Introduction à l' Analyse des Lignes Courbes algébriques* di Gabriele Cramer, il quale al num. 174. *Es.* IV. dimostra indipendentemente dall' espressione $0.\sqrt{-1}$, che il Polo della Concoide altro non è che un punto conjugato. A questo proposito non sarà inutile l' avvertire, che fu una mera sottigliezza ed un puro giuoco d' ingegno quello di Jacopo Bernoulli, allorchè nel Tomo II. delle sue opere pag. 540. considerando l' ovale conjugata (Fig. 4.) ACBD, come disgiunta insieme, e legata all' altra Curva FEG (e lo stesso potrebbe dirsi de' punti conjugati) avanzò quella strana e

pa-

paradossa proposizione: *Nec absurdum est, unam eandemque numero magnitudinem in pluribus locis discretis & separatis simul existere. Sic duæ Curvæ non obstante intervallo, quo dirimuntur, nonnumquam constituunt unam eandemque numero Curvam; qualis est, quæ exprimitur per* $aax - x^3 = ayy$. Quindi meritamente il prelodato Cramer nella nota apposta a questa proposizione Bernoulliana soggiunge: *Nollem tamen inde concludere unam eandemque numero magnitudinem in pluribus locis discretis existere posse. Nam qui Curvas* ACBD, FEG, *unam eandemque numero curvam pronunciat, quoniam una eademque æquatio utriusque naturam exprimit, mihi videtur signum cum re significata confundere.*

7. Una prova diretta del nostro assunto, che $0.\sqrt{-1}$ non sia altro, che il zero assoluto, ci viene porta dalla comune equazione del cerchio $y^2 = a^2 - x^2$, nella quale x è l' ascissa computata dal centro, ed a il raggio. Se in essa si fa $a = 0$, che è quanto dire se si riduce il cerchio ad un solo punto: nasce $y = \sqrt{-x^2} = x\sqrt{-1}$, il che dà a divedere, che l' ordinata y è sempre immaginaria, quando l' ascissa x è qualche cosa, e ciò è pienamente conforme al supposto del cerchio descritto col raggio zero. Che se al contrario si prende $x = 0$, allora è evidente, che non più immaginaria, ma bensì uguale a zero dee risultare anche l' ordinata y; e però in questo caso essendo $y = 0.\sqrt{-1}$, ne viene in conseguenza, che $0.\sqrt{-1} = 0$.

8. Altra prova dimostrativa del nostro assunto si trae dall' equazione trascendente $y = \left(-\log. x\right)^{\frac{1}{2}}$, che rappresenta la Curva campaniforme (Fig. 5.) FBE dotata di due rami asintotici BF, BE, nella quale AB è l' asse delle ascisse x, e l' asintoto SO normale ad AB è l' asse delle ordinate y, e l' intersezione A è l' origine delle coordinate. L' andamento di questa Curva ci fa subito conoscere, che essa taglia in B ad angoli retti l' asse AB, prendendo AB $= x = 1$, ed allora diventa $y = 0$. Ma in questo supposto di $x = 1$ l' equazion della Curva si cangia in $y = \left(-\log. 1\right)^{\frac{1}{2}}$

$=\sqrt{-0}=0.\sqrt{-1}$. Dunque dovendo in B essere $y=0$, sarà conseguentemente anche $0.\sqrt{-1}=0$.

9. Ma una prova affatto decisiva e perentoria della nostra asserzione ci viene somministrata dall' equazione $y=x\sqrt{(x^2-a^2)}$, la quale appartiene ad una Curva di quart' ordine facilmente descrivibile per punti. Imperciocchè se ponghiamo in essa equazione $x=0$, ne risulta $y=0\sqrt{-a^2}$; e che questo valore $0\sqrt{-a^2}$ sia effettivamente zero si dimostra così: Tolta dall' equazione proposta l' irrazionalità, essa convertesi in quest' altra $y^2=x^4-a^2x^2$, dalla quale si ottien subito $x^2=\frac{1}{2}a^2 \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}a^4+y^2\right)}$, e quindi $x=\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}a^2 \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}a^4+y^2\right)}\right)}$. Perlocchè posto $x=0$, si avrà $\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}a^2 \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}a^4+y^2\right)}\right)}=0$, e quadrando, $\frac{1}{2}a^2 \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}a^4+y^2\right)}=0$, ovvero $\frac{1}{2}a^2=\mp\sqrt{\left(\frac{1}{4}a^4+y^2\right)}$; e quadrando di nuovo, $\frac{1}{4}a^4=\frac{1}{4}a^4+y^2$; e quindi per ultimo $y^2=0$, cioè $y=0$. Dunque il valore di $y=0\sqrt{-a^2}$ non è altro, nè altro può essere che lo zero assoluto; come ci siamo proposti di dimostrare.

PROBLEMA ANALITICO

DI GREGORIO FONTANA.

Ricevuta li 13. Fruttidoro An. VI. (31. Agosto 1798.)

SE *x esprime un angolo, ed a, b due qualunque costanti; dico, che l' equazione* sen.x cos.$x = a$ cos.$x + b$ sen.x *ha i quattro valori dell' angolo x tali che la loro somma è sempre* $= \pm(1+2m)180^\circ$, *essendo m qualunque numero intero.*

Dimostraz. Si sa dall' Analisi delle funzioni circolari essere cos.$x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}$ sen.$x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$, essendo e la base de' logaritmi iperbolici.

Sarà dunque l' equazione sen.x cos.$x = a$ cos.$x + b$ sen.x ridotta a quest' altra $\frac{e^{2x\sqrt{-1}} - e^{-2x\sqrt{-1}}}{4\sqrt{-1}} =$

$$\frac{a\,(e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}})}{2} + \frac{b\,(e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}})}{2\sqrt{-1}}$$

$$= \frac{2a\sqrt{-1}\,(e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}) + 2b(e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}})}{4\sqrt{-1}},$$

ovvero

$$e^{2x\sqrt{-1}} - e^{-2x\sqrt{-1}} = 2a\sqrt{-1}(e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}})$$

$+ 2b(e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}})$; e trasponendo, e moltiplicando per $e^{2x\sqrt{-1}}$ abbiamo $e^{4x\sqrt{-1}} - (2b+a\sqrt{-1})e^{3x\sqrt{-1}}$ $* + (2b-2a\sqrt{-1})\, e^{x\sqrt{-1}} - 1 = 0$. Laonde per la natura delle equazioni le quattro radici $e^{x\sqrt{-1}}$ di questa equazione sono tali, che il loro prodotto è $= -1$; e però

$$e^{x\sqrt{-1}} \cdot e^{x''\sqrt{-1}} \cdot e^{x'''\sqrt{-1}} = e^{(x+x'+x''+x''')\sqrt{-1}} = -1$$

Ma è già noto altronde che $e^{\varphi\sqrt{-1}} = \cos.\varphi + \text{sen}.\varphi\sqrt{-1}$. Dunque $e^{(x+x'+x''+''')\sqrt{-1}} = \cos.(x+x'+x''+x''') + \text{sen}.(x+x'+x''+x''').\sqrt{-1} = -1$. Quest' equazione fa a un tratto conoscere, che dunque dev' essere necessariamente $\text{sen}.(x+x'+x''+x''') = 0$, e $\cos.(x+x'+x''+x''') = -1$; onde si ricava $x+x'+x''+x''' = \pm(1+2m)\,180°$. Il che ec.

Scolio. Rifletto ora, che se l' equazione proposta fosse $\text{sen}.x^m \cos.x^n = a\,\text{sen}.x^p + b\cos.x^q$, questa mediante la praticata sostituzione si trasformerebbe nella seguente

$$\left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right)^m \left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}\right)^n$$

$$= a\left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right)^p + b\left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}\right)^q,$$

e supposti m, n, p, q interi affermativi si avrebbe

$$\frac{1}{(2\sqrt{-1})^m}\left(e^{mx\sqrt{-1}} - me^{(m-2)x\sqrt{-1}} + \right.$$

$$\frac{m(m-1)}{2}\, e^{(m-4)x\sqrt{-1}} - \frac{m(m-1)(m-2)}{2\cdot 3}\, e^{(m-6)x\sqrt{-1}}$$

$$\left. \ldots \pm e^{-mx\sqrt{-1}}\right) \cdot \frac{1}{2^n}\left(e^{nx\sqrt{-1}} + ne^{(n-2)x\sqrt{-1}} + \right.$$

$$\frac{n(n-1)}{2}\, e^{(n-4)x\sqrt{-1}} + \frac{n(n-1)(n-2)}{2\cdot 3}\, e^{(n-6)x\sqrt{-1}} \ldots$$

$$\left. \ldots + e^{-nx\sqrt{-1}}\right) = \frac{a}{(2\sqrt{-1})^p}\left(e^{px\sqrt{-1}} - pe^{(p-2)x\sqrt{-1}}\right.$$

$$\left. + \frac{p(p-1)}{2}\, e^{(p-4)x\sqrt{-1}} \ldots\ldots \pm e^{-px\sqrt{-1}}\right) +$$

$$\frac{b}{2^q}\left(e^{qx\sqrt{-1}} + qe^{(q-2)x\sqrt{-1}} + \frac{q(q-1)}{2}\, e^{(q-4)x\sqrt{-1}}\right.$$

$$\left. \ldots\ldots\ldots + e^{-qx\sqrt{-1}}\right).$$

Facendo l' attuale moltiplicazione si troverà, che nel primo membro il termine dell' esponente massimo positivo è $e^{(m+n)x\sqrt{-1}}$, ed il termine del massimo esponente negativo è $e^{-(m+n)x\sqrt{-1}}$; perlocchè, indicando co' punti i termini intermedj avremo

$$\frac{1}{2^{m+n}(\sqrt{-1})^m}\left(e^{(m+n)x\sqrt{-1}}\ \ldots\ldots \pm e^{-(m+n)x\sqrt{-1}}\right)$$

$$= \frac{a}{2^p(\sqrt{-1})^p}\left(e^{px\sqrt{-1}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots \pm e^{-px\sqrt{-1}}\right)$$

$$+ \frac{b}{2^q}\left(e^{qx\sqrt{-1}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + e^{-qx\sqrt{-1}}\right)$$

ovvero $e^{(m+n)x\sqrt{-1}}\ \ldots\ldots\ldots \pm e^{-(m+n)x\sqrt{-1}} =$
$2^{m+n-p}(\sqrt{-1})^{m-p}a\left(e^{px\sqrt{-1}}\ \ldots \pm e^{-px\sqrt{-1}}\right)+$
$2^{m+n-q}(\sqrt{-1})^m b\left(e^{qx\sqrt{-1}}\ \ldots\ldots\ldots + e^{-qx\sqrt{-1}}\right)$.

Ora moltiplico tutto per $e^{(m+n)x\sqrt{-1}}$, ed ottengo
$e^{2(m+n)x\sqrt{-1}}\ \ldots \pm 1 = 2^{m+n-p}(\sqrt{-1})^{m-p}$
$a\left(e^{(m+n+p)x\sqrt{-1}}\ \ldots\ldots\ldots \pm e^{(m+n-p)x\sqrt{-1}}\right) +$
$2^{m+n-q}(\sqrt{-1})^m\ b\left(e^{(m+n+q)x\sqrt{-1}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots +\right.$
$\left. e^{(m+n-q)x\sqrt{-1}}\right)$.

Dalla forma di quest' equazione apparisce, che quando $m+n>p$, e parimente $>q$, il prodotto di tutte le radici, cioè di tutti i $2m+2n$ valori di $e^{x\sqrt{-1}}$ dee risultare $=\pm 1$ preso col segno suo naturale, perchè il numero $2m+2n$ delle radici è pari. Perlocchè chiamando $e^{x\sqrt{-1}}$, $e^{x'\sqrt{-1}}$, $e^{x''\sqrt{-1}}$, ec. questi $2m+2n$ valori, otterremo allora $e^{(x+x'+x''\ldots)\sqrt{-1}} = \pm 1$. Dunque $\cos.(x+x'+x''\ldots\ldots)$ $+ \text{sen.}(x+x'+x''\ldots\ldots)\sqrt{-1} = \pm 1$; e quindi

sen. $(x+x'+x''\ldots\ldots)=0$, e cos. $(x+x'+x''\ldots\ldots)=\pm 1$; il che dà a divedere, che qualora per l'unità abbia luogo il segno superiore, nasce $x+x'+x''\ldots=\pm\lambda\,360^\circ$, essendo λ qualunque numero intero affermativo, incluso il zero; e quando vaglia il segno inferiore, risulta $x+x'+x''\ldots\ldots=\pm(1+2\lambda)\,180^\circ$. Ecco dunque due interessanti, e singolarissimi Teoremi nuovi:

I. *Data l'equazione* sen.x^m cos.$x^n = a$ sen.$x^p + b$ cos.x^q, *nella quale a, b sono due costanti qualunque, m, n p, q sono numeri interi affermativi, ed $m+n<p$, e parimente $<q$, ed oltracciò m è un numero pari; la somma di tutti i $2m+2n$ valori dell' angolo x, i quali soddisfanno alla detta equazione è $=\pm 2\lambda.180^\circ$, essendo λ un numero qualunque intero, incluso il zero.*

II. *Sussistendo tutto come nel Teorema precedente, colla sola diversità, che ora si suppone m un numero dispare; la somma di tutti i $2m+n$ valori dell' angolo x, ciascuno de' quali soddisfa all' equazione, è $=\pm(2\lambda+1)\,180^\circ$.*

Si arriva all' equazione sen.x cos.$x = a$ cos.$x + b$ sen.x, (la quale si trasforma subito in una di quarto grado espressa solamente per cos.x), trattando il curioso Problema dell' Arabo Alhazeno, che lo propone nel lib. V. Prop. 39. della sua Ottica, stampata unitamente a quella di Vitellione da Federico Risner in Basilea nel 1572. Il Problema consiste in questo: *Data la posizione dell' occhio, ed inoltre quella d' un punto radiante, che tramanda la luce in uno specchio sferico, si domanda quel tal luogo dello specchio, nel quale cadendo il Raggio viene quindi riflettuto all' occhio talmente, che coperto quel luogo l' oggetto in tutto il rimanente dello specchio più non si vede.*

Il Kaestner ha data di questo Problema una soluzione ingegnosa, intitolata *Problematis Alhazeni Analysis Trigonometrica*, nel VII. Tomo de' *Nuovi Commentarj* dell' Accademia di Gottinga; dove in proposito dell' equazione di quarto grado, a cui perviene, dice con molto acume: *istis consideratis facile pervenitur ad id, quo obtento Problema resolutum solet pronunciari, nempe ad æquationem. Sed illa quarti gradus evadit, & adeo indicat quæstionem, quam de uno puncto esse credebamus, ad quatuor pertinere. Habent æquationes Algebraicæ id commune cum oraculis, ut non saltim quæstioni pro-*

S
X
Z
C
K
N
N
O
H
V
T
Y
A
R
F
P
E
B
l
e
p
G
I
r
t
Fig. 3.
d'
B'
D'
f
e
A
E
F
i
d
G
B
D
I
C
Fig. 5.
F
E
S
A
O

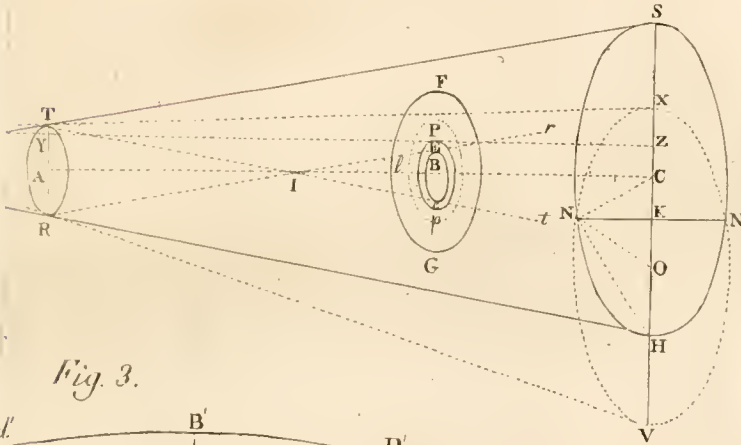
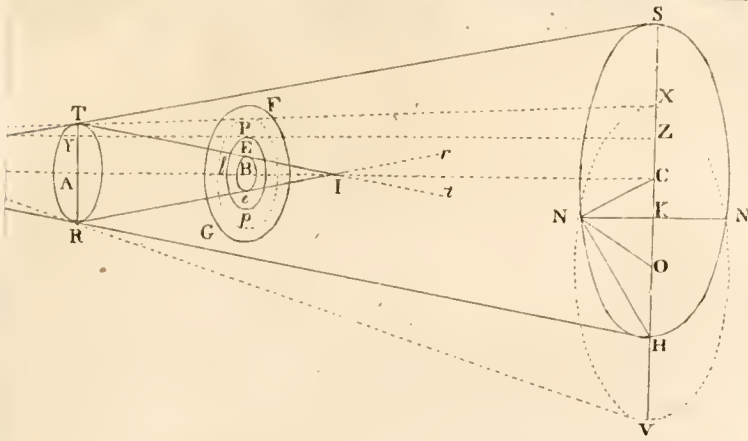
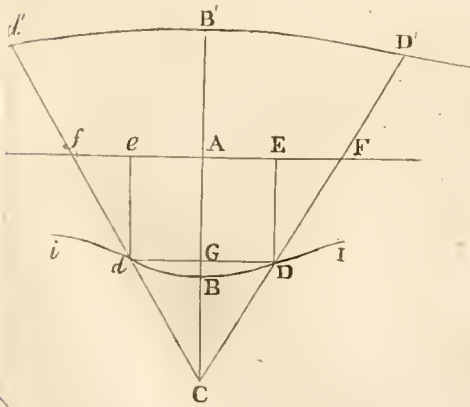
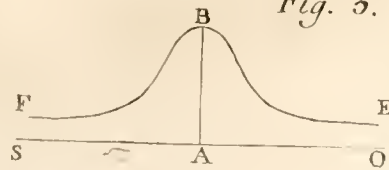
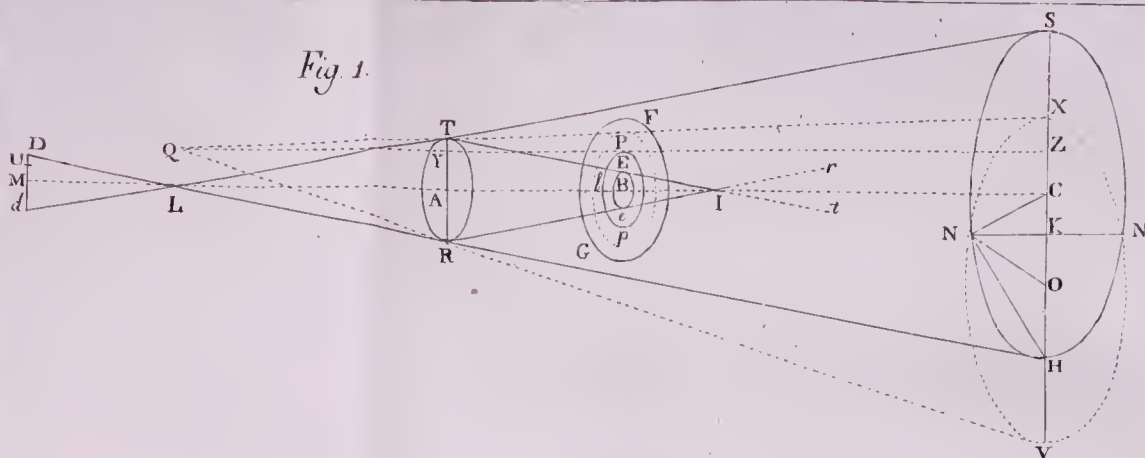
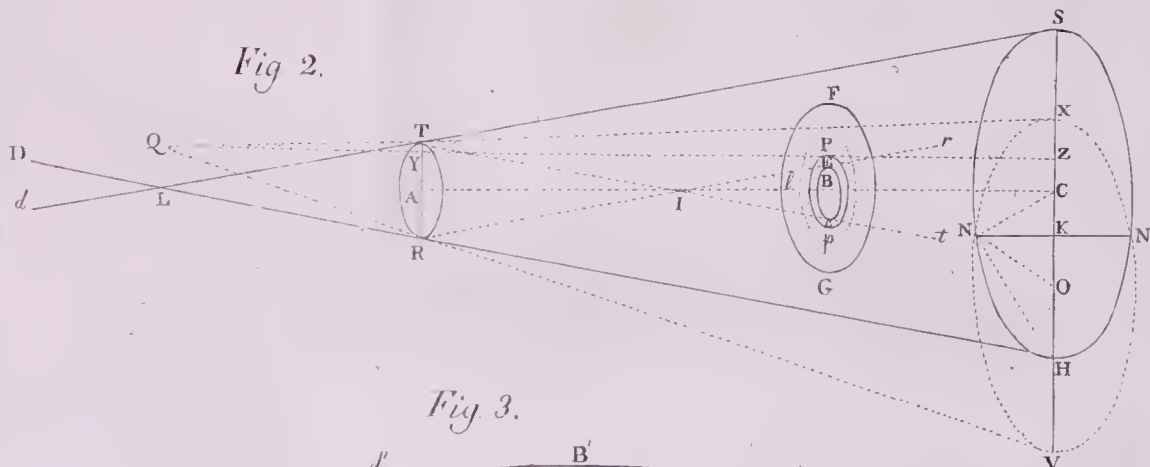
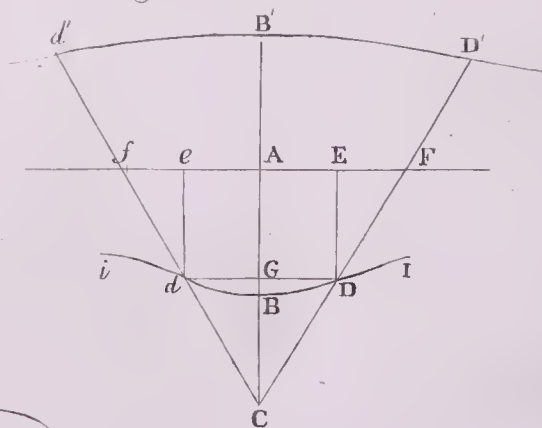
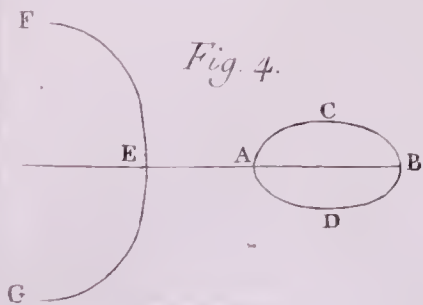
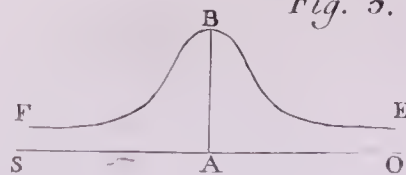



Fig. 1.
Fig 2.
Fig 3.
Fig. 4.
Fig. 5.

positæ respondeant, sed aliis simul, de quibus forte quærens non cogitavit. Æquatio quadratica, duas radices habens, easdem futuras, nisi altera affirmativa esset, altera negativa, omnino similis est pronunciato illi: „ Ajo te Æacidam Romanos vincere posse „.

Sed quo artificio Vates Grecorum ignorantiam suam tegebant, illo Algebra de quærentis ignorantia eum admonet, & studium rei, de qua quærit, accuratius cognoscendæ commendat. Hæc oracula non sunt Apollinis Reges, & Populos fallentis, sed cubum duplicandum imperantis.

Tra gli Autori, che hanno trattato di questo Problema, e che il Kaestner annovera, quali sono Alhazeno, e Vitellione ne' luoghi citati, Barrow *Lect. Opt.* IX., Slusio, e Huygens *Trans. Phil.* n. 97. e 98., e Hugenii *Opera Astronomica*, dicendo di non sapere chi altri ne abbia scritto, tralascia uno de' più celebri, cioè l' Hospital, il quale nella sua *Anal. des infin. petits* §. 58. scioglie il seguente Problema: *Dato di posizione un Cerchio con due punti fuori di esso: ritrovare nella sua circonferenza un punto tale, che la somma delle rette da esso condotte ai due punti dati sia la minima possibile;* ed è poi chiaro, che questo in altri termini non è altro, che il Problema di Alhazeno. Anche Scherffer nelle sue *Istituzioni Ottiche* stampate in Vienna nel 1775. scioglie nella Catottrica §. 81. un tal Problema, anteriormente al Kaestner, la cui Dissertazione è dell' anno Accademico 1776., e di stampa 1778.

ESAME E RETTIFICAZIONE DE' DIFETTI E PARALOGISMI, CHE S' INCONTRANO IN TUTTE LE DIMOSTRAZIONI DEL TEOREMA FONDAMENTALE D' IDRAULICA.

Di Gregorio Fontana.

Ricevuta li 29. Vendemmiajo An. VII. (21. Ottobre 1798.)

E' Noto agl' Intelligenti, che il Problema di determinare la velocità, con cui esce l' acqua da un' apertura fatta nella base o nelle sponde d' un vaso, è il più complicato e difficile dell' Idraulica, e che una soluzione rigorosa, allorchè la detta apertura ha un sensibil rapporto all' ampiezza del vaso, si aspetta ancora da' Geometri, e verisimilmente si aspetterà per molti Secoli. Nel solo caso, che il foro sia infinitamente piccolo per riguardo alla larghezza del recipiente, si può dimostrare a rigore, che la detta velocità è uguale a quella, che acquista un grave cadendo dall' altezza della colonna d' acqua soprastante all' orifizio. Ma quì è mestieri osservare (ciò che sembra sfuggito a tutti quelli, che finora hanno scritto sull' Idraulica), che una siffatta dimostrazione è essenzialmente appoggiata al supposto, che la velocità finita, che in un tempo infinitamente piccolo si acquista dalla prima falda d' acqua imminente all' orifizio in virtù della pressione della colonna soprastante, viene acquistata gradatamente e successivamente nella durata di quel tempiciuolo infinitesimo per modo che essa incomincia dal zero, e crescendo di mano in mano uniformemente diventa finita alla fine del detto tempuscolo. Se si abbandona questo supposto, e si vuole al contrario, che la velocità sia tutta comunicata alla prima falda dalla colonna soprastante nel principio del tempuscolo infinitesimo, e persista la stessa senza alcun aumento nella durata di quel tempuscolo, sicchè la prima molecola del fluido nell' uscir tutta dal foro si muova d' un moto uniforme, ed impieghi in quest' uscita lo stesso infinitesimo tempuscolo che nell' ipotesi precedente, allora trovasi all'

op-

opposto la detta velocità uguale a quella d' un grave che cade liberamente dalla metà soltanto dell' altezza del fluido sopra il lume del vaso.

Per procedere colla debita esattezza in questa indagine, bisogna immaginare una gocciola, o molecola infinitesima d' acqua di figura prismatica, la quale abbia per base l' orifizio infinitesimo del recipiente, ed un' altezza infinitamente piccola. Questa molecola per tutto quel tempicciuolo ch' essa mette ad uscire dal foro è incalzata e premuta costantemente dalla colonna verticale soprastante con una forza uguale al peso di tal colonna. E poichè pel Lemma X. del Libro I. de' Principj di Newton, *Spatia, quæ corpus urgente quacunque vi finita describit, sive vis illa determinata & immutabilis sit, sive eadem continuo augeatur, vel continuo diminuatur, sunt ipso motus initio in duplicata ratione temporum*, quindi ne segue, che la detta molecola, per tutto quel tempicciuolo che ella mette ad uscir tutta dal foro, cioe a percorrere uno spazio uguale alla sua infinitesima altezza, si muove d' un moto uniformemente accelerato. Chiamisi pertanto C la velocità acquistata dalla molecola alla fine del primo tempuscolo, ovvero appena uscita dal lume, μ l' altezza di lei, ossia lo spazio da essa percorso, c la velocità, che nel detto tempuscolo acquisterebbe la molecola, se cadesse liberamente in virtù del solo suo peso, ω lo spazietto infinitesimo di second' ordine, da lei descritto in tal caduta, finalmente A l' altezza della colonna del fluido imminente al foro, e V la velocità acquistata da un grave nella libera discesa da A. Abbiamo quì adunque due forze sollecitatrici costanti applicate alla medesima massa, cioè alla molecola del fluido: la prima di queste forze è il peso della colonna del fluido, che caccia la molecola fuori dell' orifizio, le imprime la velocità C nel primo istante, e le fa descrivere lo spazio μ; la seconda è il peso della molecola stessa, in virtù del quale essa acquisterebbe cadendo liberamente la velocità c, e descriverebbe lo spazio ω in quell' istante. E siccome le forze costanti applicate alla medesima massa sono proporzionali alle velocità, che generano in essa in egual tempo, oppure agli spazj da lei percorsi in tal tempo, sarà perciò il peso della colonna al peso della molecola, ovvero l' al-

tezza di quella all'altezza di questa, cioè $A : \mu$ come sta $C : c$, oppure come $\mu : \omega$. Laonde essendo $C : c :: A : \mu :: \mu : \omega$, ne viene in conseguenza $C : c :: \sqrt{A} :: \sqrt{\omega}$. Ma per le leggi della libera caduta de' gravi, sta ancora $V : c :: \sqrt{A} : \sqrt{\omega}$. Dunque $C : c :: V : c$; e quindi $C = V$, vale a dire la velocità, con cui esce dall' orifizio nel primo istante del moto la prima falda del fluido, è uguale alla velocità finale d'un grave, che casca da tutta l' altezza del fluido sopra l' orifizio.

Facciamo ora il supposto, che la gocciola d' acqua nel tempicciuolo, ch' ella impiega ad uscir tutta dal lume del vaso, si muova non più d' un moto equabilmente accelerato, ma piuttosto uniforme, ricevendo nel principio del tempicciuolo tutta la velocità che chiameremo G. In questo supposto, sussistendo come prima la proporzione tra le forze sollecitatrici A, μ e le velocità momentanee G, c, non sussiste più la proporzione tra le dette forze, e gli spazj istantanei μ, ω; avvegnachè questi spazj, essendo bensì descritti nello stesso istante ambedue, ma il primo con moto uniforme, il secondo uniformemente accelerato, non tengono più fra loro la proporzione delle velocità G, c. Per ridurli a questa proporzione, è d' uopo duplicare lo spazietto ω, e prendere 2ω; il quale così rappresenta la velocità c acquistata alla fine del primo istante dalla molecola cadente per la sola sua gravità, giacchè se si movesse la molecola con tal velocità invariata e uniforme, descriverebbe nel detto istante uno spazio appunto doppio di prima, ossia 2ω. Avremo ora dunque, nell' ipotesi fatta del moto uniforme della gocciola nel valicar l' orifizio, $G : c :: A : \mu :: \mu : 2\omega$; e conseguentemente $G : c :: \sqrt{A} : \sqrt{2\omega}$. Chiamo v la velocità acquistata da un grave nella caduta libera dalla metà di A; e le leggi de' gravi cadenti mi offrono l' analogia $v : c :: \sqrt{\frac{1}{2}A} : \sqrt{\omega} :: \sqrt{A} : \sqrt{2\omega}$. Dunque $G : c :: v : c$. Dunque $G = v$, vale a dire la velocità, con cui la molecola d' acqua si scaglia dalla luce del recipiente, è pari a quella che acquisterebbe cadendo liberamente non da tutta l' altezza del fluido sopra l' orifizio, ma soltanto dalla metà dell' altezza.

Potrebbe credersi per avventura, che qualora al supposto del moto uniforme della molecola nell'attraversar l'orifizio si congiungesse il supposto del moto pure uniforme del grave nel primo istante della libera discesa, siccome è lecito supporre d'un moto istantaneo, e siccome quì sembra doversi supporre per l'analogia delle forze sollecitatrici, il peso cioè della colonna del fluido, e il peso della molecola, delle quali se si immagina la prima operante per impulsi istantanei, interrotti dalla cessazion di azione per la durata di ogni istante, dee supporsi ancor la seconda operante d'egual maniera; potrebbe, dico, credersi, che allora si ritrovasse la velocità della molecola uscente dal foro, non più *dovuta* alla metà dell'altezza del fluido; ma bensì a tutta l'altezza. Ma fatto sta, che anco supponendosi uniforme il moto d'un grave per tutto il primo istante della libera caduta dall'altezza ω, la velocità dell'uscita del fluido dall'orifizio, nell'ipotesi ch'essa rimanga costante per la durata dell'istante che impiega la prima molecola a trapassare l'orifizio, si dimostra, come prima, esser *dovuta* alla metà dell'altezza del fluido. Imperocchè sussiste anche in quest'altra ipotesi l'analogia $G : c :: A : \mu :: \mu : \omega$, e però $G : c :: \sqrt{A} : \sqrt{\omega}$; ma per paragonare la velocità finale v del moto uniformemente accelerato per l'altezza $\frac{1}{2} A$ colla velocità c del moto uniforme per ω, insegna la dottrina del moto equabilmente accelerato, dover prendersi il doppio dello spazio scorso $\frac{1}{2} A$ e dividersi pel tempo t, in cui è stato percorso, con che hassi il valore di $v = \frac{A}{t}$, siccome si ha il valore di c nel moto uniforme con dividere lo spazio semplice ω per l'istante dt, in cui viene descritto, il che vale $c = \frac{\omega}{dt}$: Di quì adunque deriva $v : c :: \frac{A}{t} : \frac{\omega}{dt}$; e poichè sta manifestamente $v : c :: t : dt$, essendo nella libera discesa de' gravi le velocità finali in ragione de' tempi decorsi, ne viene in conseguenza

$v : c :: \frac{A}{v} : \frac{\omega}{c}$, ovvero $v^2 : c^2 :: A : \omega$; e quindi $v : c :: \sqrt{A} : \sqrt{\omega}$.
Laonde essendo anche $G : c :: \sqrt{A} : \sqrt{\omega}$, si dedurrà $G : c :: v : c$; e finalmente $G = v$, vale a dire la velocità dell' uscita del fluido dal lume infinitamente piccolo del recipiente risulta uguale a quella d' un grave, che cade dalla sola metà dell' altezza del fluido soprastante.

Il Cel. Bossut nella seconda edizione del 1786. del suo *Trattato teorico e sperimentale d' Idrodinamica* dimostrando ancor egli al §. 195., che la velocità dell' acqua uscente dal foro infinitesimo d' un vaso è *dovuta* a tutta l' altezza verticale del fluido sopra il foro, adotta un principio, che a prima vista potrebbe far credere, che egli riguarda come uniforme il moto della prima molecola o falda del fluido nella durata dell' istante, in cui attraversa l' orifizio; dal che poi nascerebbe una velocità, come abbiamo mostrato, *dovuta* alla sola metà della mentovata altezza. Egli chiama M la massa infinitesima di fluido, che la colonna soprastante all' orifizio spreme nel primo istante fuori dell' orifizio; *m* la massa, che in virtù del solo suo peso uscirebbe in detto istante dallo stesso orifizio; V la velocità della prima massa in quell' istante; *v* della seconda. Quindi osserva, che le masse M, *m* sono come i loro volumi, e questi come i prodotti dell' orifizio per le velocità V, *v*, e ciò per un Teorema da esso precedentemente dimostrato, che *il volume di liquore, che si scarica da un vaso per un foro, è uguale al prodotto di questo foro per la linea, che rappresenta la velocità dell' efflusso*. Ma siccome questo Teorema non può esser vero se non nel supposto che sia costante la velocità dell' efflusso; sembra quindi che il Bossut riguardi come costante la velocità V per tutta la durata del primo istante, in cui la massa M tragitta l' orifizio. Ciò non pertanto le masse M, *m* indipendentemente dal predetto Teorema si dimostrano proporzionali alle rispettive velocità V, *v*: e infatti tali masse sono come le altezze dei prismi che elleno rappresentano, e queste altezze non son altro che gli spazj da esse scorsi nel primo istante dell' efflusso, e questi spazj sono appunto come le velocità V, *v* in tal istante generate; avvegnachè, per la dottrina

delle forze acceleratrici, allorchè due forze costanti, comunque tra loro diverse, producono due moti uniformemente accelerati, gli spazj trascorsi in egual tempo dal principio del moto sono tra loro come le velocità in tal tempo prodotte. E così sussiste in tutta la sua forza la dimostrazione del Bossut, la quale come da esso appoggiata al prefato Teorema, poteva a primo aspetto sembrar vacillante.

Ma se la prima molecola del fluido cammina nell' attraversar l' orifizio con moto uniformente accelerato durante il primo infinitesimo tempuscolo, ed acquista la velocità conveniente all' altezza del fluido nella fine di tal tempicciuolo; tutte però le molecole susseguenti escono dall' orifizio con moto uniforme e con velocità costante competente alla detta altezza. Ciò si deduce immantinente dalla unione e continuità della vena, che forma il fluido già scaturito dal foro, onde avviene, che (supposto il vaso ad una costante pienezza) scorrendo la prima molecola nel secondo istante colla velocità già acquistata uno spazio doppio di prima, cioè 2μ, la seconda molecola per non disgiugnersi dalla prima, dee ancor essa in tal istante percorrere uniformemente lo stesso spazio 2μ colla velocità medesima, e conseguentemente attraversare il foro (con che ella compie la prima metà di detto spazio) con moto uniforme, e con velocità *dovuta* all' altezza del fluido. Il che se vale della seconda molecola, dee pure valere della terza, della quarta, e di tutte le susseguenti. E così apparisce con piena evidenza, che tutte le molecole del fluido ad eccezione della prima escono dal foro infinitesimo del recipiente con moto uniforme, e con velocità costante generata dalla libera caduta per tutta l' altezza del fluido sopra il lume del vaso.

Di quì poi ulteriormente deriva una conseguenza singolare e inaspettata, che la forza impiegata ad espellere il fluido dall' orifizio, passato il principio del moto, cioè il primo infinitesimo tempuscolo, si fa due volte più grande ed energica di quello che fosse nel primo istante del moto, e persiste poi tale in tutti i successivi istanti, supposto sempre, che il vaso sia mantenuto nella stessa pienezza. Ed in vero poichè nella prima molecola la base rivolta all'

orifizio trovasi, passato il secondo istante, come abbiamo veduto, lontana dall' orifizio per due volte la sua lunghezza, ossia per 2μ, la continuità del fluido esige, che quest' intervallo sia nel detto istante riempiuto ed occupato da due molecole eguali alla prima. Dunque nel secondo istante non una sola, come nel primo, ma due molecole sono cacciate fuori dall' orifizio, e così due altre nel terzo istante, due altre nel quarto, e così sempre in tutti gli istanti successivi dopo il primo; e tutte queste sono animate nell' attraversar l' orifizio da quella stessa uniforme celerità, che acquista la prima nella durata del primo istante, e che corrisponde all' altezza del fluido. Per conseguenza se la forza espellente del fluido nel principio del moto è, come abbiamo mostrato, uguale al peso d' una colonna di fluido, che ha per base l' orifizio, e per altezza quella del fluido stesso; la forza espellente dopo quel primo momento, come quella, che in ciascuno de' successivi eguali momenti imprime ad una doppia massa la medesima velocità, sarà accresciuta del doppio, cioè diverrà eguale al doppio peso della colonna, che sta a piombo sopra il foro; giacchè è noto dalla teoria delle forze acceleratrici, che due forze costanti, le quali in egual tempo imprimono la stessa velocità a due differenti masse, sono in proporzione delle medesime masse.

Il Newton nella seconda edizione della sua grand' opera de' *Principj* alla Prop. 36. Cor. 2. del Libro II. cambiò sentimento intorno alla misura della forza dell' acqua nell' uscire per le aperture de' vasi, avvegnachè laddove nella prima edizione egli aveala adottata eguale al peso d' una colonna d' acqua, che ha per base il foro e per altezza quella della superficie dell' acqua sopra il foro, nella seconda la pose al doppio maggiore, mettendola eguale al peso d' una colonna della stessa base, e di doppia altezza. *Vis* (così egli si esprime), *qua totus aquæ exilientis motus generari potest, aequalis est ponderi cylindricæ columnæ aquæ, cujus basis est foramen, & altitudo dupla vasis. Nam aqua exiliens, quo tempore hanc columnam æquat pondere suo ab altitudine vasis cadendo, velocitatem suam, qua exilit, acquirere potest.*

Questa misura Newtoniana della forza espulsiva dell'

acqua dalle luci de' serbatoj fu nel 1724. acremente combattuta dall' innallora giovinetto, l' immortal Daniele Bernoulli nelle sue *Esercitazioni Matematiche*, e dal dotto Matematico e Medico Trentino Pier Antonio Michelotti nella profonda opera sopra la *separazione de' fluidi del Corpo Animale*; ma fu nel tempo istesso validamente sostenuta, e vittoriosamente difesa dai celebri Jacopo Jurin, e Jacopo Riccati, i quali rimasero in questo aringo vincitori e padroni del campo. Infatti quattordici anni dopo, Daniele Bernoulli nella sua Idrodinamica ritrattò la sua opinione, e coll' ingenuità propria de' grandi Uomini cedendo la palma al suo avversario Riccati, confessò solennemente il suo abbaglio. *Ista sententia* (dice egli al §. 9. della Sezione 13.) *a me olim, & ab aliis fuit impugnata, ab aliis rursus confirmata; nunc autem, postquam hanc aquarum motarum theoriam meditatus sum, lis ita dirimenda mihi videtur, ut, cum aquæ ad motum uniformem pervenerint, quæ quidem hypothesis est Newtoni, tunc recte altitudine dupla vasis vis illa definiatur; sed ab initio fluxus, ubi velocitas adhuc nulla est, vis simplici altitudini respondeat, moxque crescente velocitate, simul vis aquam ad effluxum animans crescat, & tandem ad eam magnitudinem exsurgat, quam Newtonus assignavit ..... Recte Riccatus, cum quo mihi de hoc argumento res erat, interrogatus, unde vis illa duplae aquarum altitudini conveniens oriri possit, cum, obturato orificio, gutta eidem imminens vi simplicis altitudinis urgeri manifeste appareat, respondit, distinguendum esse statum quietis a statu motus*. Questa nobile franchezza, onde quel Geometra immortale riconosce pubblicamente il suo fallo, e cede il campo al suo Illustre Avversario, ci richiama alla memoria quell' altro grand' uomo dell' antichità, l' antesignano e l' oracolo de' seguaci d' Esculapio, di cui ci narra Cornelio Celso (*a*) colla sua solita eleganza, e col suo gran senno, che, *a suturis se deceptum esse, Hippocrates memoriæ prodidit, more scilicet magnorum Virorum, & fiduciam magnarum rerum habentium. Nam levia ingenia, quia*

(*a*) De Medicina Lib. VIII. Cap. 4. Veggasi a questo proposito anche Quintiliano nel Lib. III. Cap. 6. delle sue Instituzioni Oratorie, dove all' esempio d' Ippocrate aggiugne quello di Cicerone, e di altri illustri Antichi, ed anche il suo proprio.

nihil habent, nihil sibi detrahunt. Magno ingenio, multaque nihilominus habituro, convenit etiam simplex veri erroris confessio; præcipueque in eo ministerio, quod utilitatis caussa posteris traditur; ne qui decipiantur eadem ratione, qua quis ante deceptus est.

Il famoso Eustachio Manfredi nell' annotazione 4. al Capo I. del Trattato della Natura de' Fiumi del Guglielmini, partendo dal supposto, che la velocità dell' acqua prorompente dal picciolissimo foro d' un vaso è *dovuta* all' altezza dell' acqua sopra il foro, e volendo provare, che la forza impiegata ad espellerla è il doppio peso della colonna, che ha per base l' orifizio, e per altezza quella del fluido, fa uso, con quella evidenza e chiarezza tanto sua propria, del seguente discorso: „ Parmi dunque, che, se la velocità dell' acqua all' uscire da un foro dipende dalla pressione, e se tal velocità è veramente eguale a quella d'un corpo solido disceso liberamente dalla quiete per uno spazio eguale all' altezza dell' acqua sopra il foro, la forza che s' impiega nell' espellere l' acqua dal foro predetto, non sia già eguale, ma doppia del peso della colonna d' acqua, che sta sopra il foro. Per dimostrarlo, si consideri, che in un solido il quale comincj a discendere, tutto l' effetto istantaneo di quella forza che s' impiega nel muoverlo, consiste in quella quantità di moto infinitamente piccola, che risulta dalla quantità finita della materia del solido moltiplicata nel grado di velocità infinitamente piccola impressogli in quell' istante dalla detta forza. Laddove nel fluido, che comincia ad uscire da un vaso, tutto l' effetto istantaneo di quella forza, che si adopera nel muoverlo, è quella quantità di moto infinitamente piccola, che nasce dalla quantità infinitamente piccola del fluido, che si espelle, moltiplicata per quel grado finito di velocità che la detta forza gl' imprime. Dovendo dunque gli effetti istantanei adequati essere proporzionali alle loro cagioni, quando gl' istanti si prendono di durata eguale, la proporzione del detto moto istantaneo del solido al moto istantaneo del fluido ci mostrerà la proporzione delle forze, che li producono. Ora la detta proporzione de' moti istantanei è quella delle somme de' medesimi moti risultanti dopo un tempo qualunque eguale finito: imperocchè ciascuna delle det-

dette forze restando sempre la medesima, produce in ogni istante una quantità di moto eguale a quella, che produsse nel primo istante, e però in tempo eguale si producono somme di moto proporzionali a que' primi moti istantanei. Prendendo adunque un tempo eguale finito, e per maggiore facilità scegliendo quello, in cui un corpo liberamente cadendo dalla quiete descrive tanto spazio, quanto l' altezza dell' acqua del vaso sopra il piano del foro; è manifesto che la somma de' moti istantanei del solido, che noi cerchiamo per tutto questo tempo, non è che il prodotto della quantità della materia del solido per la somma di tutte le velocità momentanee da esso acquistate, cioè per la velocità totale, che il solido ha acquistato nel fine del detto tempo. Parimente la somma, che noi cerchiamo de' moti istantanei del fluido per tutto il medesimo tempo, non è che il prodotto della quantità della materia fluida uscita dal vaso nel detto tempo, per quel grado di velocità costante, con cui è uscita: Ma questa si suppone eguale alla detta velocità acquistata dal solido; dunque la forza, che s' impiega nel muover il solido, starà alla forza, che s' adopera nell' espellere il fluido, come la quantità della materia del solido alla quantità della materia del fluido, che è uscita nel predetto tempo, cioè al doppio della colonna del fluido, che sta a piombo sopra il foro, o sia come il peso del solido al peso del doppio della colonna del fluido. Ma la forza che s' impiega nel muover il solido, è certamente eguale al peso, anzi è lo stesso peso del solido; dunque la forza che si esercita nell' espellere il fluido, è eguale al peso del doppio della colonna del fluido „.

Questo lucidissimo ragionamento di Manfredi è stato più brevemente da alcuni Autori esposto nella lingua analitica e simbolica, ma per mancanza di certa necessaria precisione e chiarezza ha fatto nascere degli equivoci nella mente de' Leggitori più attenti. Parmi, che con tutta la possibile evidenza possa enunziarsi così: Cercasi quel peso, il quale uguaglia la forza esercitata nel cacciar fuori dell' orifizio l' acqua contenuta nel vaso. Chiamo M la massa grave dotata del peso ricercato; C la velocità costante, con cui l' acqua esce dal foro, ed uguale pel supposto all' acquistata dalla massa M nella libera discesa per tutta l' altezza

del fluido sopra il detto foro; Q la quantità d' acqua uscita dalla luce nel tempo di tale discesa. Per un istante qualunque la forza motrice della massa M nella sua libera caduta sarà $= MdC$, e la forza motrice della massa d' acqua dQ, che in tal istante prorompe dall' orifizio colla velocità permanente C, sarà $= CdR$. Laonde l' eguaglianza di queste due forze importa $MdC = CdQ$; ed integrando, $MC = CQ$; e quindi $M = Q$. Ma la quantità d' acqua Q esce dal foro colla velocità uniforme C dovuta all' altezza sopra il foro nel tempo che la massa M ha acquistato cadendo la stessa velocità C, o sia nel tempo che casca un grave liberamente da detta altezza; e in conseguenza per le leggi del moto de' gravi, Q forma una colonna d' acqua due volte più lunga di quella che sta a piombo sopra il foro. Dunque anche il peso di M, che si è assunto per esprimere la forza espellente dell' acqua, è uguale a quello della doppia colonna imminente al lume del serbatojo.

A giustificazione poi della strada tenuta dal Manfredi nell' addotta dimostrazione, egli fa opportunamente osservare, che „ non dee fare difficoltà, che nel raccogliere la somma de' moti istantanei, non siasi messo in conto quel di più di moto, che di mano in mano ha il solido in virtù della velocità antecedentemente acquistata; nè parimente quello che ha il fluido già uscito dal vaso, in virtù parte della velocità con cui uscì, e parte di quella che gli va imprimendo la sua gravità propria nel cadere per aria: perocchè questi non sono effetti istantanei di quella forza, che spigne il fluido o il solido; ma sono una continuazione dell' effetto delle velocità già impresse; e continuerebbero tuttavia quand' anche s' intendesse distrutta quella forza movente, di cui sola consideriamo l' effetto a ciascuno istante. „

Non dissimula per altro quest' acuto Geometra, che la proposizione, comunque rigorosamente dimostrata nelle accennate circostanze, che la colonna di fluido imminente all' orifizio non basta che per metà ad espellere l'acqua colla velocità indicata, veste una sembianza di paradosso, che sembra a prima vista offendere la retta ragione. Quindi egli si studia di toglierne l' aspetto informe, e prosegue ingegnosamente a dire: „ da questo discorso si può dedurre, che il sem-

plice peso della colonna del fluido che sta perpendicolarmente sopra il foro, da se solo non basterebbe che per metà a cacciar fuori l' acqua con quella velocità con cui esce dal vaso (se questa è eguale a quella d' un solido caduto da pari altezza); nè per trovare il rimanente della forza a ciò necessaria, ad altro si saprebbe ricorrere, che all' altra acqua laterale, che è d' intorno alla detta colonna, e che spignendo, secondo la comune proprietà de' fluidi, per ogni verso, venga come ad ischiacciare, e ad assottigliare quell' ultima falda o gocciola d' acqua, che si presenta al foro (la quale sola può cedere a tale pressione, per avere l' esito aperto per lo stesso foro); e con ciò fuori la sprema, succedendo essa a riempier d' intorno intorno ciò, che quella ha lasciato di voto presso gli orli del foro; onde poi nasca la contrazione del getto. E però si dee conchiudere, che la forza di tutta l' acqua laterale nel produrre quest' effetto sia altrettanta, quanta è quella della colonna perpendicolare, con cui in fatti sta essa in equilibrio; se pure non si dee dire piuttosto, che tutto l' effetto dipenda dalla detta acqua laterale, e che la colonna verticale altro non faccia, che andare somministrando al foro nuove falde di se stessa di mano in mano che la forza obliqua le va spremendo, e cacciando fuori del vaso. "

DEGLI ELEMENTI SPETTANTI ALLA TEORIA DELLA ROTAZIONE SOLARE E LUNARE.

DI ANTONIO CAGNOLI.

Ricevuta li 14. Nebbiajo An. VII. (4. Novembre 1798.)

1. NOn è maraviglia, se gli elementi spettanti alla teoria della rotazione solare e lunare, rimangono ancora soggetti a non lievi incertezze; da poi che per determinarli con precisione, richiedonsi osservazioni di tanta accuratezza, che oltrepassa per avventura la capacità de' sensi e degl' istrumenti. L' errore d' un quarto di minuto secondo di tempo, nell' osservare un transito, è imputazione di cui non potrebbe sdegnarsi l' astronomo il più esercitato: e perciò i due passaggi; del lembo solare o lunare, e d' una macchia nel disco; possono insieme patire un' ambiguità di mezzo secondo di tempo. Or questo fallo sì tenue è bastante a storpiare, d' un mezzo grado per lo meno, l' ascensione retta solare della macchia. Inoltre fia doppio, triplo ec. il danno, quanto maggiormente la macchia si trovi più da presso al lembo, che al centro dell' astro.

2. Quel rimedio, che suol condurre a maravigliosa esattezza nell' altre parti dell' Astronomia; val a dir, di multiplicare le osservazioni, e prendere il mezzo fra una gran quantità di risultamenti; in questa parte non è di riuscita egualmente sicura, a cagion che i maggiori errori possibili son troppo gravi, e gli errori tenui rarissimi. Che se a quelli d' osservazione s' aggiungano ancora quelli di calcolo, al qual forse non fu mai concessa tutta la diligenza cui merita; diverrà incerto eziandio l' altro rimedio, che vien praticato e prescritto, e consiste nel rigettare dal novero que' risultamenti, che maggiormente si scostan dai più; avendo io di che addurre non pochi esempi, dove le buone osservazioni furono guaste, e le non buone rendute passabili, dalla man del calcolatore, per sola cagion delle vie battute nel fare i computi. Il che in vero dovrebbe

vie meno essere avvenuto, quant' è maggiore la copia de' metodi, a gara inventati, per ritrovare e determinare gli elementi della rotazione: ma siami lecito dir francamente, dacchè son io pure nel numero degli Autori de' metodi usciti a luce infino ad ora; che niun ve n' ha il qual non sia manchevole e insufficiente: o perchè si confidano egualmente di tutte le osservazioni: o perchè non chiamano a disamina l' immobilità della macchia solare: o perchè finalmente non inchiudono tra le condizioni del problema, che il moto di rotazione sia proporzionale al tempo; onde tutta la briga de' calcoli, fatti per gire in traccia degli altri elementi, si scorge poi vana, quando si cercano gli angoli al polo di rotazione, e si trovan discordi notabilmente dall' indicata proporzionalità.

3. Il solo metodo (a mia notizia) in cui si discute la bontà delle osservazioni, insieme con la immobilità della macchia, è quello di falsa posizione del *Lalande*. Egli pone a cimento le osservazioni tentando, se diano tutte un' egual distanza della macchia dal polo di rotazione. Io poi m' accingo ad esporre mezzi efficaci e nuovi, non che diretti e brevi, onde pria d' arrischiar fatica nell' indagare elementi, fare ottima scelta d' osservazioni, scandagliandole a un tratto, così per rispetto all' egualità della latitudine eliografica o selenografica, come eziandio per rispetto alla proporzione tra il moto rotatorio ed il tempo.

4. Sia P (fig. 1.) il polo dell' equatore solare o lunare; M la macchia, che quivi prima, indi in A, poscia in C fu osservata: e sia E il punto variabile sul globo solare o lunare, per cui deve intendersi trapassata la linea, che dal centro degli astri andava al polo celeste dell' eclittica nel rispettivo momento delle tre osservazioni. Si hanno per condizioni del problema: 1°. $PM = PA = PC$; 2°. $MPA : APC :: T : t$, chiamando T il tempo scorso fra le osservazioni M, A; t quello fra le A, C.

5. Nel triangolo isoscele MPA la Trigonometria sferica porge; $\text{sen.}\frac{1}{2}MA = \text{sen.}AP\ \text{sen.}\frac{1}{2}MPA$. E poichè similmente $\text{sen.}\frac{1}{2}AC = \text{sen.}AP\ \text{sen.}\frac{1}{2}APC$; sarà dunque

$$\text{sen.}\ \frac{1}{2}\text{MPA} : \text{sen.}\ \frac{1}{2}\text{APC} :: \text{sen.}\ \frac{1}{2}\text{MA} : \text{sen.}\ \frac{1}{2}\text{AC}.$$

Nominando r il tempo della rotazione, e facendo $360° = 2c$, sta $r : 2c :: T : \text{MPA} = \frac{2cT}{r}$. Per la stessa ragione $\text{APC} = \frac{2ct}{r}$. Dunque

$$\text{(A)} \quad \text{sen.}\ \frac{cT}{r} : \text{sen.}\ \frac{ct}{r} :: \text{sen.}\ \frac{1}{2}\text{MA} : \text{sen.}\ \frac{1}{2}\text{AC}.$$

6. In questa proporzione tant' ovvia (e per questo forse non mai avvertita), la qual rinchiude visibilmente ambe le condizioni (4) del problema, nulla v' ha che sia ignoto per riguardo alla Luna, e null' altro che r per rispetto al Sole. Imperocchè ne' triangoli MEA, AEC, si conoscono per osservazione gli angoli MEA, AEC, insieme coi lati che li comprendono, ME, AE, CE: sono dunque noti per computo facilmente anche i lati MA, AC.

Degli elementi della rotazione solare.

7. Or facendomi a parlar primamente del Sole, dirò: che chi volesse trarre dalla proporzione (A) il valore di r, correrebbe rischio talvolta di ricercarlo indarno, e sovente d' esser gittato assai lungi dal vero, quando massime T sia di poco diverso da t (che pur è quello che giova più a dar nel segno pegli altri elementi); mentre più d' una volta ho sperimentato, che piccoli errori d' osservazione bastano a far maggiore quell' angolo, il qual corrisponde nel polo di rotazione al tempo minore. Più sicuro e troppo essenziale servigio può rendere l' analogia (A), se ci contentiamo con essa esplorar la bontà delle osservazioni, a fine di non procedere al computo degli elementi, se non coll' opra di quelle, che sien fornite di malleveria sufficiente, e reggano, a così dire, a martello.

8. In sì fatt' uopo basta far uso d' un valor prossimo di r, qual già si conosce esser quello di giorni $25\ \frac{1}{2}$: avendo il *Lalande*, in una Memoria elaboratissima, che sta tra quelle dell' Accademia Parigina per l' anno 1776, ricavato

da molte comparazioni di ritorni d' una stessa macchia, $r = 25$ giorni, 10 ore. Chiara cosa è, che il rapporto de' seni di $\frac{cT}{r}$, e di $\frac{ct}{r}$, non riceve alterazione sensibile, da un error di qualche ora nel valore ipotetico di r; massime se T e t non siano minori ciascuno di tre o quattro giorni, la qual condizione vedremo poi quanto importi. Adunque la conoscenza esatta del vero valore di r non è necessaria per cimentare le osservazioni mediante la formula (A). O quelle, che ad essa non sodisfano, son cattive; o la macchia non è immobile: quindi è tempo perduto adoprarle nel computo degli elementi che suppongono l' immobilità.

8. Di 50 osservazioni di macchie solari, fatte da' più rinomati Astronomi, e sottomesse al criterio di quella formula, sole 12 hanno ottenuto la sua sanzione. Ne darò i risultamenti in questa Memoria. Intanto si osservi, che le osservazioni rigettate essendo più che il triplo delle ammesse, sarebbe stato pericoloso accettarle tutte senza disamina come buone, qualmente s' è fatto infino ad ora, e trar da tutte la quantità media degli elementi: poichè a stabilirla avrebbero avuto parte grandemente più le cattive delle buone.

9. Potrebbe alcuno obiettarmi, che il sodisfare alla proporzione (A) non è prova irrefragabile, che le osservazioni siano esenti d' errori; mercechè questi potrebbero compensarsi: nel qual caso la sanzion della formula non toglierebbe che gli elementi ne fossero guasti. A ciò si risponde, che in paragone agli errori possibili, il numero di quelli che sarebbero atti a nascondersi mediante la compensazione, sarà sempre menomo; laddove egli è indubitato, che le osservazioni o le ipotesi non son buone, se alla formula non sodisfino; e questa prova esclusiva è preziosa, quantunque l' inversa inclusiva possa essere per avventura, una volta in mille, fallace.

10. L' analogia (A), comecchè semplicissima, può di leggieri diventar vie più semplice; qualora gli astronomi piglino cura di fare le osservazioni a distanze uguali di tempo; il che non è punto malagevole in cotal sorta. Allora

essendo $T=t$, le osservazioni debbono concordare unicamente con l' equazione.

$$\text{sen.}\ \frac{1}{2}MA = \text{sen.}\ \frac{1}{2}AC$$

Avverto bensì, che quando la differenza da T a t sia di qualche ora, non è d' arrischiarsi a ridurre le osservazioni ad eguali differenze di tempo, col mezzo di parti proporzionali; stante esser la relazione, tra il moto in ascensione retta veduto dalla Terra ed il moto in longitudine veduto dal centro del Sole, grandemente diversa, secondo che la macchia è vicina o lontana dal mezzo del disco. Non rincresca pertanto, nell' indicata circostanza, al zelante calcolatore attenersi alla formula (A).

11. Che se un intervallo fosse doppio dell' altro: per esempio, $T=2t$; in simil caso sen. $\frac{cT}{r}$ = sen. $\frac{2ct}{r}$ = 2 sen. $\frac{ct}{r}$ cos. $\frac{ct}{r}$, e per conseguenza (5)

$$\text{cos.}\ \frac{ct}{r} = \frac{\text{sen.}\ \frac{1}{2}MA}{2\text{sen.}\ \frac{1}{2}AC}$$

equazione, che dà immediatamente il valore di r; ma che non servendo a cribrar la bontà delle osservazioni, lo darebbe deformato dai loro errori, quando prima non sieno per legittime conosciute mediante l' analogia (A).

12. Espongo l' equazione (11), perchè m' è venuta alle mani; per altro stimo nocevole tanta diversità ne' tempi scorsi tra le osservazioni successive. La somma difficoltà d' averle buone costrigne a molte avvertenze, e tutte importanti; che ora anderò divisando.

13. Primieramente è opera gittata osservare una macchia solare avanti che sia lontana, in ascensione retta, dall' orlo onde spuntò, una quinta parte all' incirca del diametro. Quant' è maggiore l' obliquità della superficie del disco, nella region della macchia, respettivamente al nostro raggio visuale, tanto ci appare più lento il moto rotatorio della macchia medesima; laonde ogni tenue errore d' osservazione li genera gravi e gravissimi nel computo del sito elio-

eliocentrico di essa. S' arroge il travisamento di figura, nella macchia guardata così di sghembo, tal che divien puro caso colpirne il centro.

Passano giorni $13\frac{1}{2}$ circa tra l' apparizione e la disparizion d' una macchia. Sarà pertanto fatica vana osservarla prima del quarto giorno, o dopo il decimo. Molte osservazioni, non chiuse fra questi limiti, ho sottoposto al criterio severo e giusto della formula (A): di niuna ho potuto ottener perdono, e parecchie han prodotto risultamenti strani.

14. Secondariamente, la distanza del tempo, tra le osservazioni consecutive, che vogliońsi assumer ne' computi, non dev' esser minore di giorni *3*: nè minore per conseguente di *6* dalla prima all' ultima. Senza questa avvertenza il moto eliocentrico non è grande a bastanza per sopportar senza grave sconciatura i piccoli errori d' osservazione.

15. In terzo luogo, non è di lieve momento aspettare i tempi maggiormente propizj onde fare osservazioni di tanta difficoltà. Son dessi in Giugno e in Dicembre: poichè allora il luogo eliocentrico della Terra concorrendo, poco più poco meno, con quello del nodo dell' equator solare, ne nasce che il camminar delle macchie si mostra più inclinato che mai all' eclittica, donde il cangiamento della declinazione riesce più rapido, e per conseguente l' osservazion più sicura.

16. Quarto, si debbono prender di mira le macchie, le quali sono di più regolar figura, e ben terminate da orli taglienti.

17. Finalmente è mestieri ripetere ogni osservazione le otto e le dieci volte, a fin di pigliar dal composto di tutte una quantità mezzana, espressa coi decimi del minuto secondo. A ciò porge comodo la lentezza apparente del moto rotatorio del Sole, posto che ella è sì fatta, che per 10 e 12 minuti di tempo non è percettibile, nella distanza in cui siamo, il mutamento di luogo della macchia negli spazj celesti.

18. Non ometto inoltre di suggerire un' avvertenza, che gli Osservatori non sogliono usare mettendo a luce le loro

osservazioni di macchie, e che puote pur essere di momento; cioè di far pubblica insieme la grandezza del diametro solare, quale apparisce nel cannocchiale di cui si son valsi nel farle. Non sono punto da trascurarsi le differenze di questa misura da uno ad altro istromento: e senza cotal notizia le osservazioni rimarranno infruttuose, tosto che i calcolatori s' avvedano d' impiegar male il tempo nel computarle.

19. Che se fa bisogno d' una grandissima anzi eminente accuratezza nell' osservatore, mal consigliato sarebbe poi quel calcolatore, il qual riputasse sempre impunita ogni negligenza o pigrizia da parte sua. Questo confesserò schiettamente: che avendo io calcolate in Parigi alcune osservazioni, fatte con l' ultima diligenza dal rinomato astronomo *Méchain*, onde offrirmi cortesemente di che mettere a prova il mio Metodo per trovare gli elementi della rotazione, pochi giorni prima prodotto all' Accademia delle Scienze, la qual nominò lui col *Bailly* per esminarlo (*Mémoires presentés*, Tom. X), non ho mai potuto accordarle insieme, tanto che giudicando quasi impossibile farne di migliori, egli si distolse dal continuarle. Allora per computare le longitudini e le latitudini eliocentriche della macchia m' era servito del metodo esposto dal *Lalande* nell' edizione seconda della sua Astronomia (3141 a 3144). Ma adesso battuta avendo la strada, indicatami dopo dal *Lambre*, e che è stata poi anche quasi del tutto adottata dal *Lalande* nella terza edizione (3248 a 3251), son rimasto compreso da piacevole maraviglia, in veggendo che quelle stesse osservazioni poste allora in non cale, come fossero disadatte all' uopo ed imperfette, erano anzi in realtà le più esatte e concordi che avessi calcolato giammai: e che tutta la loro sfortuna era dipenduta dal metodo ch' io aveva seguito nel computare le longitudini eliocentriche, nelle quali gli errori ascendevano fino a 2° 50', sebbene le osservazioni godessero di tutte le avvertenze che ho divisate (13 a 17). Or si noti, che questi errori sono de' minimi, in cui sono incappato nella comparazion dei due metodi: da poi che le più volte, con altre osservazioni, passarono i tre, ed an-

che i quattro gradi, ed una montarono ai $7\frac{3}{4}$. Che se parlassi di quelle, non racchiuse tra' limiti (13 a 17), avrei di che produr farfalloni persin di 14°.

20. Stiano pertanto in guardia gli astronomi a non concedere piena fiducia ai loro computi, quando non seguano la strada sicura ed esatta, che sono per indicare, ed alla quale ho dato la direzione più comoda che ho saputo, liberando il calcolatore da ogni ragionamento, e da ogni considerazion di figura; e lasciandogli solamente la cura d' osservare con esattezza le regole de' segni positivo e negativo.

21. Ecco pertanto il Tipo del calcolo preliminare da farsi, per trar da una osservazione la longitudine e la latitudine eliocentriche giuste d' una macchia solare. Non do la dimostrazione delle seguenti formule, perchè ogni astronomo la ravvisa a primo sguardo, o può di leggieri, volendo, raccapezzarla ne' luoghi del *Lalande* citati sopra. Siano

α = differenza de' passaggi, della macchia, e dell' orlo orientale o susseguente del Sole; ridotta in minuti e secondi dell' equatore.

β = differenza di declinazione tra la macchia e l' orlo boreale.

γ = semidiametro del Sole, misurato nel cannocchial dell' Osservatore.

δ = semidiametro del Sole nelle tavole, scemato di 3″ per l' irradiazione.

π = angolo di posizione del Sole.

ω = obbliquità dell' eclittica.

Sarà

$$\beta = \gamma - \alpha \cos.\ \text{decl.}\ \odot$$

Si muteranno i segni nel secondo membro, se fosse stato osservato l' orlo precedente del Sole.

$$c = \gamma - \beta$$

Si muteranno i segni nel secondo membro, se fosse stato osservato l' orlo australe del Sole.

$$\text{tang.}\ A = \frac{c}{b};\qquad B = \frac{c}{\text{sen.}A};\qquad \text{sen.}\ C = \frac{B}{\delta}$$

Se B è negativo, si faccia anche C negativo e $< 90°$.

$\tan . \pi = \cos . \text{longit.} \odot \times \tan . \omega$

Se cos. long. ⊙ è negativo, si faccia anche π negativo e $< 90°$

$D = C - B$; $E = A - \pi$

$\text{sen.} F = \text{sen.} D \ \text{sen.} E$

Se D o E sia quantità negativa, F sarà pur negativo e $< 90°$.

$\tan . G = \tan . D \cos . E$

L' arco E negativo non cangia il segno di cos. E.
Se D sia negativo, tang. D è negativa.
Riescendo tang. G negativa, si faccia anche G negativo e $< 90°$.

$L' = 180° + \text{long.} \odot + G$ = longit. eliocentrica della macchia

$D' = 90° - F$ = distanza della macchia dal polo dell' eclittica.

22. Calcolate in questo modo tre osservazioni (14) della macchia, si avranno i valori di L', L'', L'''; D', D'', D'''. Allora è tempo di sottopor la bontà delle osservazioni al criterio della formula (A). A tal effetto è d' uopo computare i valori di MA, AC (Fig. 1.). Ecco la via più spedita, col mezzo delle formule ordinarie: osservando sempre le regole de' segni: e bastando nel seguente conteggio non trascurar le decine de' secondi.

$\tan .$ I segmento $= \cos . (L'' - L') \tan . D''$

II segmento $= D' -$ I segmento.

$$\cos . MA = \frac{\cos . D'' \cos . \text{II segm.}}{\cos . \text{I segmento}}$$

L' arco negativo non cangia il segno del suo coseno

$\tan .$ I segmento $= \cos . (L''' - L'') \tan . D''$

II segmento $= D''' -$ I segmento

$$\cos . AC = \frac{\cos . D'' \cos . \text{II segm.}}{\cos . \text{I segmento}}$$

23. Facendo ora il computo della formula (A); se la disuguaglianza tra le due ragioni non passa 0,005, le osservazioni possono tenersi per buone, e per consenzienti alle ipotesi dell' immobilità della macchia e della rotazione uni-

forme. Imperocchè essendo $\frac{1}{2}$ MA, $\frac{1}{2}$ AC, di 28° circa, o di 21° per lo meno (14), l'errore anzidetto non può esser prodotto da error maggiore di 9′ in MA, e di 9′ in AC; nè questi da maggior fallo, che di 12′ nelle respettive differenze di longitudine, stante che le macchie non sogliono mai capitare in distanze maggiori di 30° dall' equator solare. Ora un arco di 12′ in longitudine corrisponde ordinariamente a 0″, 2 di tempo nell' osservazion dei passaggi; e questo è il massimo errore che può condonarsi in sì fatte occasioni ad un astronomo esercitato, che osservi il precetto (17).

24. Riconosciuta col mezzo della formula (A) la bontà di tre osservazioni, le quali godano delle cautele prescritte (13 a 17), allora si può valersene a computare gli elementi, che sono l' ultimo scopo della presente investigazione. Per tal bisogna, mi sia poi lecito d' asserir francamente, niun altro metodo esser più breve di quello che ho divisato (Trigonom. 837): e nel quale si dee tener conto de' secondi ne' piccoli archi; bastando ne' rimanenti aver cura delle decine.

25. Trovati così il luogo del nodo e l' inclinazione, dell' equator solare con l' eclittica, ed inoltre la declinazione solare della macchia; resta solo da definir la durata della rotazione. Si chiami Δ la declinazione, Ω il luogo del nodo, testè mentovati; A′, A″, A‴ le ascensioni rette solari della macchia corrispondenti alle longitudini L′, L″, L‴: si avrà

$$\cos. A' = \frac{\cos. (L' - \Omega) \operatorname{sen}. D'}{\cos. \Delta}$$

e così per le altre ascensioni rette, mutando uniformemente gli apici. Quindi

$$A''' - A' : 360° :: T + t : r.$$

26. Sarà cauta cosa avverar tutto il calcolo precedente, osservando se regga, appresso poco, e dentro limiti analoghi all' errore trovato con la formula (A), la proporzione

$$A'' - A' : A''' - A'' :: T : t.$$

27. Or mi fo ad esporre i risultamenti de' calcoli, da me fatti sotto la legge delle avvertenze e de' metodi che ho dichiarati sopra. Le osservazioni seguenti, dei valentissimi

astronomi *Messier* e *Méchain*, mi sono state da essi stessi comunicate, e di lor propria mano scritte, in Parigi. Il diametro solare, nel cannocchiale del primo, cresce di 7″ da quello delle tavole del *Lalande*: nell' istromento poi del secondo, se la memoria non m' inganna, non credo vi fosse divario sensibile: nel mio finalmente l' aumentazione apparente del diametro è di 6″, 6. Le infrascritte differenze de' passaggi, nelle osservazioni *Messier*, sono nel tempo del primo mobile, o delle fisse; nelle altre, in tempo medio. Per ultimo *p.* significa l' orlo precedente del Sole, *s.* il susseguente, *b.* il boreale, *a.* l' australe.

Osservazioni *Messier*.		Differ. de' passag.	Diff. di declinaz.
31 Lug. 1780.	0h 8′ 38″ *t. v.*	2′ 3″ *p.*	14′ 6″ *b.*
3 Agosto	0 8 1	1 29 $\frac{3}{4}$ *p.*	13 13 *b.*
7	0 11 32	0 36 *p.*	10 10 *b.*
Osservazioni *Méchain*.			
4 Giug. 1782.	21h 7′	0 17 $\frac{1}{4}$ *s.*	16 25,9 *b.*
7	20 21	0 55,6 *s.*	18 53,1 *b.*
11	20 23	0 26,0 *p.*	21 33,8 *b.*
Del medesimo d' altra macchia.			
6	21h 7′	0 37,3 *s.*	9 56,6 *b.*
9	20 41	1 18 $\frac{3}{4}$ *s.*	12 0,6 *b.*
12	22 20	0 19,0 *p.*	13 28,6 *b.*
Osservazioni mie.			
21 Mag. 1788.	0h 30′	0 13,7 *s.*	12 32,2 *b.*
24	0 30	0 49,4 *s.*	15 33,6 *b.*
28	0 30	0 29,4 *p.*	11 57,6 *a.*

28. Gli errori di queste osservazioni, nella formula (A), sono: per le prime 0,002; per le seconde 0,0007; per le terze 0,003; per le quarte 0,0047. Gli elementi ricavati, sono poi come segue.

Osservatori.	Nodo.	Inclinazione.	Rotazione.	Declinaz. solare.
Messier	$8^s\ 21^\circ\ 31'$	$6^\circ\ 1'\ 30''$	$25^g\ 12^h\ 40'$	$18^\circ\ 3'\ 30''$ B.
Méchain 1.ª	8 11 19	7 50 45	25 14 20	12 43 0 A.
2.ª	8 12 53	6 10 40	25 18 24	15 52 20 B.
Cagnoli	8 4 34	7 16 40	25 3 24	3 52 40 A.
Medio	$8^s\ 12^\circ\ 34'$	$6^\circ\ 50'$	$25^g\ 12^h\ 12'$	

29. Sembrerà strano, che dopo le scrupolose avvertenze tenute, e dopo il rigoroso squittinio fatto di molte osservazioni, e la scelta di poche come le più perfette e sodisfacenti, emergano differenze cotanto notabili negli elementi dedotti. Che queste dipendano da variazioni fisiche nell' inclinazione, o nel nodo, o nell' uniformità della rotazione solare, non può nè men sospettarsi, poichè gl' intervalli di tempo tra le osservazioni di macchie diverse son troppo brevi, e poichè le osservazioni del *Méchain* di due macchie contemporanee, producono tuttavia, specialmente nell' inclinazione, l' enorme divario di $1^\circ\ 40'$. Bisogna creder piuttosto, che queste macchie abbian sofferto de' cangiamenti da cui non sia stata turbata l' ascensione retta solare; o pur che sia scorso per avventura qualche error grave nel registro delle differenze osservate di declinazione. Comunque sia, la discordia che regna in questi elementi, lungi dal far ingiuria alle cautele da noi suggerite, strigne vie maggiormente a seguirle: poichè in tal guisa non si potendo incolpare d' un minimo che le osservazioni, nè i calcoli, sorgerà finalmente o la causa delle discrepanze, o la vera quantità degli elementi appoggiata a sufficiente numero di osservazioni concordi, ed esenti da ogni taccia. Utile stimerei del tutto, cogliere i casi di più macchie contemporanee, e notabilmente distanti in declinazione.

Degli elementi della rotazione lunare.

30. Passando ora a parlare degli elementi della rotazion della luna, molte sono le diversità, relativamente a quelli del Sole, le quali chiedono d' esser considerate e trattate particolarmente.

La prima parte della regola (13) sussiste. La (14) deve ampliarsi, non mai restringersi: mentre sarebbe bene, che l' intervallo tra due osservazioni consecutive fosse di 7 in 8 dì. La congiuntura più propizia è poi quando la luna è appresso a poco ne' suoi nodi. Alle regole (16 e 17) non v' è che mutare. E tanto basta aver detto, per riguardo alle osservazioni.

31. Quanto ai computi poi fa mestieri di molte speciali regole. In primo luogo convien ridurre al parallelo vero la differenza de' passaggi della macchia e dell' orlo lunare. Ne ho dato le formole, non che i precetti per applicarle senza abbaglio (Trigonom. 823, 824, 825). Si avverta, nell' ultima di queste formule, che si deve adoprar la parallasse orizzontale in minuti, e sopprimere R' che per errore vi è posto: nella prima poi, che quando si osserva il primo orlo della luna, la macchia si deve considerare come una stella; e quando si osserva il secondo, questo allora fa le veci della stella, e la macchia quelle della luna.

32. In secondo luogo fa d' uopo computare la longitudine e la latitudine apparenti della luna per il momento dell' osservazione. La via più spedita, a mio credere, per calcolare le parallassi, è quella del nonagesimo; trattato però nel modo che segue, e che ho divisato in una Memoria, la quale ottenne il premio dall' Accademia di Coppenaghen, ed è intitolata (*Méthode pour calculer les longitudes géographiques, etc. Vérone* 1789). Stimo ben farne qui la ripetizione, onde porgere unito in una sola Memoria tutto ciò che bisogna ai calcolatori.

Siano ω = obliquità apparente dell' eclittica.
p = parallasse orizzontale della luna, per il luogo dell' osservazione.
λ = latitudine apparente della luna.
h = ascensione retta ☉ + tempo vero in parti dell' equatore.
k = altezza del polo — angolo della verticale.

Si ha $\text{tang.}\, m = \cot.k \;\text{sen.}\, h$

$$n = m + \omega$$

$$\cos.q = \text{sen.}k \times \frac{\cos.n}{\cos.m}$$

sen.

$\text{sen.}\, s = \text{tang.}\, n \ \text{cot.}\, q$.

Si piglierà s ne' segni ascendenti, o vero ne' discendenti secondo che b sarà ne' primi, o negli ultimi.

$u = \text{long.} ☾ - s$

$x = p \times \dfrac{\text{sen.}\, q \ \text{sen.}(u+x)}{\text{cos. lat. } v. \ ☾}$

$y = p \left(\text{cos.}\, q \ \text{cos.}\, \lambda - \text{sen.}\, q \ \text{cos.}(u + \frac{1}{2} x) \text{sen.}\, \lambda\right)$

Se λ sia latitudine australe, sen. λ sarà negativo.

Nelle due equazioni, le quali contengono l' incognita anche nel secondo membro, convien fare un' ipotesi o due del valore di essa.

Longit. appar. ☾ $=$ long. vera $+\, x$
Latit. appar. ☾ $= \lambda =$ lat. v. $\pm\, y$

Il segno $+$ vale quando la latitudine vera è australe, il $-$ quand' è boreale. Tutt'all' opposto, se y sia negativo.

33. Or sia

$\Lambda =$ longit. appar. della Luna

$\alpha =$ differenza de' passaggi, della macchia, e dell' orlo orientale o susseguente della Luna; in minuti e secondi dell' equatore.

$\beta =$ differenza di declinaz. tra la macchia e l'orlo boreale.

$\gamma =$ semidiametro appar. ☾ $=$ semidiam. vero $\times \dfrac{\text{sen.}(u+x)\ \text{cos.}\, \lambda}{\text{sen.}\, u \ \text{cos. lat. v.}}$

$\pi =$ angolo di posizione della Luna.

D' $=$ distanza della macchia dal polo dell' eclittica.

L' $=$ longitudine selenocentrica della macchia.

$\varepsilon =$ intervallo in minuti fra li due transiti della Luna pel meridiano, l' antecedente ed il susseguente all' osservazione.

Sarà $\delta = \dfrac{\gamma\, \varepsilon}{1440 \ \text{cos.declin.}\ ☾}$

$b = (\delta - \alpha)$ cos. declin.

Si mutino i segni di $(\delta - \alpha)$, quando sia stato osservato l' orlo precedente della Luna.

$c = \gamma - \beta$

Si mutino i segni nel secondo membro, quando sia stato osservato l' orlo australe della Luna.

$$\text{tang.}\,A = \frac{c}{b}$$

$$B = \frac{c}{\text{sen.}\,A}$$

$$\text{sen.}\,C = \frac{B}{\gamma}$$

Se B è negativo, si faccia pur C negativo e $< 90°$.

$$\text{tang. I. segmento} = \text{sen}\,A\ \text{tang.}\,\omega$$

$$\text{II. segmento} = 90° \mp \lambda - \text{I segmento}$$

Il segno superiore per la latitudine boreale, l'inferiore per l'australe.

$$\text{tang.}\,\pi = \text{cot.}\,A \times \frac{\text{sen. I segmento}}{\text{sen. II segmento}}$$

Se il II segmento fosse negativo, si farà negativo il suo seno. Se tang. π è negativa, si faccia pur π negativo e $< 90°$.

$$D = C - B; \quad E = A - \pi$$

$$\text{tang. I segmento} = \text{sen.}\,E\ \text{tang.}\,D$$

$$\text{II segmento} = 90° \pm \lambda - \text{I segmento}$$

Il segno superiore per la latitudine boreale, l'inferior per l'australe; perciocchè la Luna in latitudine australe vede la Terra in latitudine boreale; e viceversa.

$$\text{tang.}\,G = \text{cot.}\,E \times \frac{\text{sen. I segmento}}{\text{sen. II segmento}}$$

Se il II segmento è negativo, il suo seno sarà negativo. Se tang. G è negativa, si faccia pur G negativo e $< 90°$.

$$\text{cos.}\,D' = \text{cos.}\,D \times \frac{\text{cos. II segmento}}{\text{cos. I segmento}}$$

$$L = A + 180° - G.$$

34. Per computare gli elementi della rotazion della Luna bastano veramente (il che forse non fu per anco avvertito) due sole osservazioni. Imperocchè il tempo della rotazione essendo notissimo, siccome uguale perfettamente a quello della rivoluzione, cioè $27^{g}\ 7^{h}\ 43'\ 5''$, ne viene che la grandezza dell'angolo MPA (fig. 1) è conosciuta esattamente; e come la base MA si ricava (6, 22) dal trian-

golo MEA; così nel triangolo isoscele MPA avendosi

$$\text{sen.}MP = \frac{\text{sen.}\frac{1}{2}MA}{\text{sen.}\frac{1}{2}MPA}$$

, riesce tosto trovata la declinazione selenografica della macchia. Nel triangolo stesso MPA si cerchi un degli angoli alla base; la medesima cosa si faccia nel triangolo MEA: la differenza degli angoli trovati sarà EMP, o vero EAP. Allora quest' angolo e i lati che lo comprendono, serviranno a risolvere il triangolo EMP, od EAP, in cui EP è l'inclinazione che cercasi; e l'angolo in E, con l'aggiunta o detrazione, secondo i casi, della longitudine della macchia in M o in A, porgerà la longitudine del polo P, e per conseguenza quella del nodo, che ne differisce di 90°.

35. Ma con questo metodo non si discute la bontà delle osservazioni, e si giugnerebbe spesso a risultamenti lontani dal vero ed anche strani, attesa la picciolezza degli angoli di posizione, i quali esser possono gravemente deformati dagli errori d'osservazione, e richiedono inoltre scrupolosissime cure nel computo, laonde non si guadagna in brevità. All'incontro se si abbiano più osservazioni, e pigliate a due a due diano tutte la stessa declinazione selenografica della macchia mediante l'equazione (34), allora si può adoperarle con fiducia per investigare gli elementi da qual metodo meglio piaccia; a me sempre parendo il più breve quel che ho indicato (24).

36. Avvertasi che il nodo dell'equator lunare con l'eclittica ha un moto retrogrado, affatto eguale a quello del nodo della Luna. E però qualunque strada si tenga ne' calcoli (34, 35), è d'uopo aggiungere ad ogni longitudine della macchia, salvo la prima L', il moto del nodo lunare nel tempo scorso dopo essa prima osservazione; senza di che gli elementi riuscirebbero erronei. Il luogo poi del nodo equatorial della Luna, il qual si rinviene per simil guisa, è quel che compete al tempo in cui fu fatta la prima osservazione.

37. La perfetta eguaglianza della declinazione selenografica, risultante da più osservazioni (35), è quasi impossi-

bile a conseguirsi, poichè dipende da un' esattezza matematica, superiore alla finezza degl' istrumenti e dei sensi. Adunque convien perdonare qualche divario, proporzional, per esempio, ad un errore di 12′ al più in ogni longitudine.

38. Ho sottoposto ai metodi, sopra dichiarati, tre osservazioni di Manilio, fatte dal *Lalande* ne' 15, 20, 24 d' Ottobre 1763, e che sono riferite unitamente a molt' altre in una delle Memorie contenute nel Tomo dell' Accademia delle Scienze per l' anno 1764 (pag. 555). Ho dovuto abbandonare quella del dì 25, trascelta con le due prime dal mentovato astronomo, il qual ne' suoi computi impiegò (pag. 565) inavvertitamente l' angolo di posizione maggior del giusto quasi d' un grado; per averla io riconosciuta troppo discorde dalle altre. Ho trovato

15 Ottobre	$6^h\ 15'$	$L' = 4^s\ 17^\circ\ 2'\ 25''$,	$D' = 76^\circ\ 54'\ 34''$
20	$6\ \ 30$	$L'' = 6\ \ 22\ \ 25\ \ 29$,	$D'' = 75\ \ 22\ \ \ 5$
24	$9\ \ \ 0$	$L''' = 8\ \ 16\ \ 57\ \ 57$,	$D''' = 74\ \ 30\ \ 39$

Aumentando la seconda e la terza longitudine col moto del nodo, corrispondente a' rispettivi intervalli di tempo dopo la prima osservazione, emergono

$$L'' = 6^s\ 22^\circ\ 41'$$
$$L''' = 8\ \ 17\ \ 27$$

Quindi (fig. 1) MA $= 63^\circ\ 32'$, AC $= 52^\circ\ 44'$. Ora MPA $= 360^\circ \times \dfrac{5{,}010416}{27{,}3216} = 66^\circ\ 1'$; e nella stessa guisa APC $= 54^\circ\ 5'$. Tosto il triangolo MPA mi ha dato AP $= 75^\circ\ 6'$, ed il triangolo APC m' ha dato AP $= 77^\circ\ 40'$. Il divario è notabile: e pur non sorpassa i limiti degli errori quasi che inevitabili (37). Imperocchè diminuendo di 11′ così la prima come la terza longitudine, ed aumentando la seconda di altrettanto, ho ottenuto per valori di AP dai due triangoli, $76^\circ\ 11'\ 33''$, $76^\circ\ 11'\ 11''$.

39. Non sono per altro d' avviso, che si cerchino gli elementi con le longitudini corrette degli 11′: perciocchè nè si può supporre infallibili le differenze di declinazione osservate, nè salve le latitudini dal soffrire alcun poco de-

gli errori in ascensione retta. Basti aver conosciuto, che la discordanza di 2° 34′ nel valor di AP non eccede i confini di quegli errori d'osservazione cotanto tenui, che niun osservator può pretendere andarne esente.

40. Pertanto con le longitudini e le latitudini (38), date dall'osservazione, e corrette soltanto col moto del nodo, ho rintracciato gli elementi battendo la strada (Trigonom. 837), ed ho trovato il nodo dell'equator lunare con l'eclittica a 11ˢ 29° 52′, cioè 13° 46′ meno avanzato del luogo medio del nodo dell'orbita lunare; l'inclinazione 1° 26′; e la declinazion selenografica di Manilio 14° 5′.

DELLE DIFFERENZE FINITE NELLA TRIGONOMETRIA

DI ANTONIO CAGNOLI.

Ricevuta li 24. *Nebbiajo An. VII.* (14. *Novembre* 1798.)

IL chiarissimo nostro fondatore ha pubblicato nel Tom. VII (pag. 346) una Memoria, ove intese di porgere mezzi nuovi, generali, ed utili, onde avere direttamente il valore esatto delle variazioni finite trigonometriche. Egli mi fece anche parte cortesemente del suo lavoro prima di darlo alla stampa: ed io non lasciai di fargli capire, che nella Memoria di lui non è fatto alcun passo, oltre ciò che sapeasi ab antico in Trigonometria. Ma la renitenza naturale a rinunciare alle nostre fatiche, e l' idea che ce ne dà l' amor proprio più vantaggiosa ordinariamente del vero, non permisero probabilmente ch' io fossi ascoltato. Per la qual cosa, trattandosi di materia, ove sembrami avere un diritto legittimo di paternità, mi lusingo non esser soggetto a censura, se piglio a metter la verità sotto gli occhi del pubblico. Forse ciò ecciterà altri ingegni felici a trovar veramente quello, che parmi sia stato indagato da Lorgna senza frutto, ed anzi con danno della scienza.

Comincia l' Autore nel §. III. ad esporre il suo metodo, applicandolo ai casi d' un triangolo con due parti costanti. Dicasi, per esempio, ABC un triangolo rettilineo, nel qual siano costanti il lato AB, e l' angolo A; e data la variazione del lato AC, si cerchi quella dell' angolo C; intendendosi conosciute le tre mentovate parti del triangolo, AB, AC, A. Esprimendo per Δ AC la variazione data, per δC la cercata; la formula, cui produce il Lorgna, è

$$\mp \delta C = \text{ang. tang.} \left(\frac{AB \text{ sen. } A}{AC \pm \Delta AC - AB \text{ cos. } A} \right) - \text{ang.} C.$$

Non è già che il secondo membro supponga note quattro parti del triangolo; ma la prima operazione debb' essere di trovare l' angolo C; al qual fine l' Autore premette la for-

mula notissima tang. $C = \frac{AB \text{ sen. } A}{AC - AB \cos. A}$. Si rintraccia poi l' angolo variato ($C \mp \delta C$), mediante la formula analoga, tang. ($C \mp \delta C$) $= \frac{AB \text{ sen. } A}{AC \pm \Delta AC - AB \cos. A}$. Allora prendendo la differenza che passa tra l' angolo C, e l' angolo ($C \mp \delta C$), si viene in cognizione del valor, che si cerca, di δC.

In questo consiste il metodo Lorgna, siccome nel presente esempio, così in tutti gli altri che seguono, sien rela ivi alla piana o alla sferica Trigonometria: metodo, il qual presenta, sotto il lusinghevole aspetto d' una espressione sola, ma senza verun guadagno nè di teoria nè di pratica, due operazioni, che si farebbero naturalmente da ogni iniziato in Trigonometria, il qual non sapesse altre vie che le ordinarie inservienti alla soluzione de' triangoli: metodo in conseguenza che niente aggiugne ai primi elementi della scienza.

Passiamo a riscontrar queste mie conclusioni nel §. IV. del Lorgna, dov' ei tratta del caso in cui una sola parte del triangolo sia costante. Le cose, ch' egli suppone esser cognite, sono: la stessa parte costante, due delle variabili, e la variazion di ciascuna di queste due. Con tali dati ei produce separatamente il valor della variazione di ciascuna delle tre altri parti variate. Ma ciò in qual maniera? La costante e le due variabili, come sopra note, gli servono per trovare, con la formula ordinaria, il valor primitivo, o invariato, d'una delle tre parti, di cui si cerca la variazione. Quindi, presi per dati la stessa costante, e le due variabili modificate con la variazion rispettiva, investiga parimenti, cioè col mezzo della medesima formula ordinaria, la grandezza variata di quella parte, di cui trovò innanzi il valor primitivo. La differenza di questi due risultamenti costituisce appunto la variazion ricercata. E così l' Autor vuole che si operi a rinvenire ciascuna delle altre due variazioni ignote.

Sono, a cagion d' esempio, A la costante; AB, BC le variabili delle quali son date le variazioni Δ AB, Δ BC; B la variata di cui saper vuolsi la variazione δB. Si ha in

prima sen. C, o vero $\text{sen.}(A+B) = \frac{AB \text{ sen. } A}{BC}$. Quindi
$\text{sen.}(A+B+\delta B) = \frac{(AB+\Delta AB) \text{ sen. } A}{BC+\Delta BC}$. Da $(A+B+\delta B)$
togliendo $(A+B)$, il cui valore s' è rintracciato con la prima operazione, si perviene a conoscere la quantità, che si cerca, δB.

In tutto ciò non so veder cosa alcuna, la qual non venisse in mente ad ogni principiante non rozzo, che sappia valersi delle formule più elementari della Trigonometria. E pur tal è il metodo Lorgna in tutto il corso di questa Memoria, per conseguente anche nel §. V ove tratta l' ultimo caso, cioè quello in cui niuna parte del triangolo sia costante: talchè non posso maravigliarmi a bastanza, come ad un uomo di tanto sapere sieno fuggite di mano sì fatte bazzecole sotto la creduta importanza di soluzioni nuove, generali, ed utili.

Di fatti or mi accingo a mostrare, che il suo metodo (se tal può chiamarsi) è inoltre molto lontano dall' essere generale. E che sia vero, ei non si val d' altri dati giammai, se non delle parti costanti, e delle variabili di cui è nota la variazione. Ma nelle Analogie differenziali usano gli Autori, chi più chi meno, permutare i dati, affinchè se in vece delle une, altre parti del triangolo sieno le cognite, il problema si possa risolvere parimente. Io mi sono ingegnato di generalizzare tal sorta di soluzioni in tutta l' estensione possibile. Basterà un esempio a far vedere quanto in ciò sia manchevole il metodo Lorgna.

Prendiamo il primo caso esemplificato sopra. Date le costanti AB, A, la variabile AC, e la sua variazione Δ AC, il mentovato Autore indirizza per la via comune a trovare la variazione δC dell' angolo C. Ma se in vece di AB fosse noto l' angolo C; dovrem noi fare un' operazione per determinare la grandezza di AB, e poi farne altre due, per giunger, battendo col Lorgna la strada comune, a conoscere δC? Quand' anzi possiamo ottenere l' intento immediatamente, e con una sola operazione, prevalendoci, a piacimento, o dell' una o dell' altra delle seguenti formule

cot.

$$\cot.\delta C = \cot.C + \frac{AC}{\Delta AC\ \text{sen}.C\,(\text{sen}.C\ \cot.A + \cos.C)}$$

$$\cot.(C - \delta C) = \frac{(AC + \Delta AC)\ \cot.C + \Delta AC\ \cot.A}{AC}$$

le quali si cavano dalle mie (Trigonom. 546, 725) appartenenti ai triangoli sferici, riducendole ai rettilinei mediante le regole che ho stabilite (425). E se in vece di AB, AC, A fossero dati C, BC e ΔBC, perchè lascia il Lorgna in non cale la soluzione più semplice d' ogn' altra, val a dir la seguente, ch' è la prima della mia tavola (279)?

$$\text{sen}.\delta C = \frac{\Delta AC\ \text{sen}.C}{BC + \Delta BC}$$

Nel caso pertanto, che sia nota la variazione ΔAC, e che si cerchi quella δC, il Lorgna produce una soluzione sola, quando ve ne son tre. E come questo difetto regna, più o meno, in ognuno degli altri casi, co' quali egli ha inteso esaurire questo argomento, sì nella piana che nella sferica Trigonometria; chiaro apparisce esser egli grandemente lontano dall' aver dato un metodo generale.

La sua Memoria può dunque esser nociva, in quanto facesse credere a qualcheduno, che la Trigonometria fosse priva di tant' altre risorse, finezze, abbreviazioni, e ripieghi, di cui è capace. Se alcun vorrà metter l' occhio sul mio articolo 725, vedrà che ho usato anch' io d' un' idea, analoga a quella venuta dopo al Lorgna; ma solamente ne' casi, in cui di due formule se ne possa far una, che sia veramente una, e non contenga implicite le operazioni intere d' entrambe; e dove esse formule amalgamate somministrino eliminazioni giovevoli a minorar la fatica ne' computi.

L' utilità delle analogie differenziali, finite od infinitesimali, dipende del tutto ed unicamente da due condizioni. O che possa ottenersi il valor d' una variazione, quantunque non si conoscano tante parti del triangolo, quante sarebbon richieste seguendo le regole ordinarie della Trigonometria. O che il mentovato valor si rinvenga con minor tempo e fatica, di quel che per la via delle dette regole.

L' una e l' altra di queste condizioni mancano affatto nel metodo Lorgna: siccome quello che ad altro non serve giammai, se non se a risolvere i triangoli, col mezzo delle antichissime formule analitiche, le quali non sono nemmeno le più spedite nel calcolo numerico. Date tre parti d' un triangolo, trovarne un' altra, adoprando le formule analitiche conosciute: a ciò si riduce con verità tutta quella Memoria.

QUESTIONI ANATOMICHE, FISIOLOGICHE, E CHIRURGICHE DILUCIDATE

DA VINCENZO MALACARNE.

Ricevuta li 5. Ghiacciajo An. VII. (25. Novembre 1798.)

QUESTIONE PRIMA. Se nel cerebro umano altre cavità non s' incontrino costantemente, degne d' entrar nel numero de' ventricoli, eccetto le quattro universalmente conosciute.

DILUCIDAZIONE. Sotto il nome di *Ventricoli del Cervello Umano* s' intende, a parer mio, *qualsivoglia cavità d' insigne grandezza, e capacità, scolpita dalla natura nella sostanza midollare del cerebro stesso, costante ed evidente, chiusa in parte dalla medesima sostanza*.

Posto una tal definizione, che non avrà chi benignamente non la ammetta, ne viene in conseguenza, che in vece di *quattro soli Ventricoli*, come generalmente ànno fatto quasi tutti gli Anatomici, ne dobbiamo annoverare almeno nove, perciocchè *nove sono le cavità più cospicue dalla natura costantemente scolpite nella midolla cerebrale*: eccone l' indicazione in quell' ordine stesso, con cui si presentano all' occhio degli osservatori, che notomizzano il cerebro dalla sua parte superiore alla inferiore, o base.

Oltre *a' due Ventricoli degli Emisferi*, e a *quello del tramezzo midollare de' Ventricoli* stessi, *due altri ne à la Colonna midollar centrale*, *cioè uno superiore*, *e uno inferiore*.

Il cervelletto ne comprende *tre*, *uno superiore*, *e due inferiori*.

Uno poi ne presenta *la midolla allungata*.

I due primi gli nominiamo *Ventricoli*, *destro e sinistro*, *degli Emisferi del cerebro*.

Il terzo, *Ventricolo del tramezzo midollare* de' precedenti.

Il quarto, *Ventricolo superiore della colonna midollar centrale del cerebro*.

Il quinto, *Ventricolo inferiore della* stessa *colonna*.

Il sesto, *Ventricolo superiore del cervelletto*.

Il settimo, e l' ottavo, *Ventricoli inferiori, destro e sinistro, del cervelletto*.

Il nono, *Ventricolo della midolla allungata*.

Poche parole basteranno per mettere qualunque Anatomico al fatto della loro esistenza, del sito loro, e della loro capacità.

1.° L' indicazione de' *Ventricoli, destro e sinistro, degli Emisferi del cerebro* è affatto semplice per chi conosce i *Ventricoli laterali*, detti pur anco *superiori tricorni, corna d' Ammone*. Sono i medesimi, e noi niente abbiamo da aggiungere a quanto ne abbiamo pubblicato nella parte seconda dell' Encefalotomia nuova universale. Torino. Briolo MDCCLXXX. in 12.

2.° La ragion, che ci muove a non adottar veruno de' nomi antichi loro stati imposti, si è, che de' *laterali* vedremo esservi anche quegli del cervelletto inferiori; *superiori* non lo sono sempre, avendo al loro livello il *Ventricolo del tramezzo; tricorni*, e *corna d' Ammone*, sono accidenti, e bizzarrie insignificanti: Al contrario l' indicazion precisa del sito da' medesimi costantemente occupato, per via del nome, ci sembra cosa più comoda, ed utile per li principianti se non per li Maestri in Notomia.

3.° Il *Ventricolo del tramezzo de' Ventricoli degli Emisferi* non si può veder bene, e distintamente, se prima non si sono aperti i medesimi *Ventricoli*. Allora si discuopre facilmente questo *Ventricolo* fra le *Lame di sostanza midollare* coperte d' *epitelio* esteriormente, di morbida *lanugine cenerognola* interiormente, le quali discendono dalla faccia inferiore del *Corpo calloso* direttamente opposta al *Raffe*, e vengono a piantarsi nella faccia superiore della volta triangolare, che fu detta fino a' nostri giorni *volta a tre pilastri* benchè ne abbia *quattro* visibili come le dita della mano, e il *tramezzo* diceasi *lucido*, pretendendo di dar a *lucido* il significato di lasciar travedere come a traverso della carta ordinaria la luce.

4.° Il *Ventricolo superiore della colonna midollar centrale del cerebro* si è quello, che gli Anatomici dicon *terzo*, abbastanza noto per quanto essi ne scrivono, e per ciò che ne abbiamo pubblicato noi nell' Encefalotomia, parte seconda.

5.° Il *Ventricolo inferiore della medesima colonna* è profondamente ed amplamente scolpito nel confluente de' due prolungamenti midollari del cerebro sotto i *due archi anteriori del ponte Varoliano*, tra le *papille midollari*, e *il pilastro*, che sostiene i *due archi* suddetti. A questo *Ventricolo*, patentissimo nella base del cerebro, io avea dato il nome d' *Antro de' Nervi motori comuni degli occhi*; e l' immortale *Alberto Allero* applaudendo alla mia scoperta, volle aggiungere il mio nome a quello dell' *Antro*, come si può vedere nella grand' opera della *Fabbrica, ed uso delle parti del corpo umano del* medesimo *Allero*, Vol. VIII. pag. 334.

6.° Dimostro il *Ventricolo superiore del cervelletto* dietro delle *Eminenze quadrigemelle* tral concorso superiore delle *Braccia del cervelletto*, e la *Linguetta laminosa anteriore* del *Lobo centrale della faccia superior del medesimo*. L' ampia, e profonda concavità di questo *Ventricolo* è fatta da quel *velo midollare*, che fu dallo *Wieussens* considerato, e descritto come se fosse una *gran valvula del cervello*, ingannato dalle false apparenze con cui quel *velo* si presenta all' occhio dell' Anatomico nelle teste de' quadrupedi, come abbiamo dimostrato nella nostra operetta = *Nuova struttura del cervello umano* pagg. 41. pagg. 102–108, ec., e nella Encefal. Universale parte terza, ammonendo i principianti a non fidarsi troppo nel giudicar somiglianti molte cose osservabili nell' Encefalo de' quadrupedi, e le stesse osservabili in quello dell' uomo.

7.° I *Ventricoli inferiori, destro e sinistro, del cervelletto*, che come i due precedenti non sono stati descritti da veruno, essendo vastissimi, con somma facilità si trovano nella faccia inferiore del *cervelletto*, dirimpetto alla *Midolla allungata*. Sono infatti tra i *Fiocchi laminosi*, e le *Tonsille*, e l' *Ugola del cervelletto*, parti, che si descrivon a lungo nell' operetta citata a pagg. 65, 58, 59, e 60. Vengono in parte divisi l' un dall' altro per mezzo di quel *tubercolo laminoso*, di cui si favella ivi a pag. 61.

8.° Sono parti principali cospicue di questi due Ventricoli le *Valvule semilunari midollari del cervelletto*, che vennero scoperte ne' Bruti, e come in questi le vide, disegnate nelle Tavole, che pubblicò il *Tarin* con i suoi *Adversaria Anatomica prima* (pag. 8. Tab. II.). Noi le abbia-

mo scoperte negli uomini, e quali sempre le scorgiamo, tali ampiamente le descrissimo nella *nuova Esposizione* ec. pagg. 61, 62, 63, 64, 65 ec., nella *Encefalotomia Universale* Parte III.; nel *Trattato delle osservazioni in Chirurgia*. Torino. Briolo. 1784. Parte seconda da pag. 70 a 74. ec. Sopra il qual argomento fa pure d' uopo di consultare *la Fabbrica, e l' uso delle parti del C. um.* dell' *Allero* in 8. Vol. VIII. pag. 125. ec.; la *Antropotomia* del lodato *Tarin*, pag. 240, e la nostra *Neuro-encefalotomia*. Pavia. 1791. in 8.; finalmente il *quinto quaderno* delle grandiose *Tavole Anatomiche del Vic-d'Azyr*, in folio massimo, illuminate.

9.° Il *Ventricolo della midolla allungata* si è quello, che gli antichi diceano *Calamus scriptorius*, e i moderni ora *Ventricolo del cervelletto*, affatto erroneamente, ora *quarto Ventricolo*.

Questione II. Quale si è l' ampiezza della cavità de' cinque Ventricoli novelli?

Dilucidazione. Sono per verità così manifeste, ed apparenti le cavità di tutti que' *Ventricoli*, che ci crediamo da costanti osservazioni Anatomiche, sempre ugualmente felici nell' esito, autorizzati ad aggiungerli al numero de' già ricevuti: in fatti il più picciolo di tutti, che si è il *Ventricolo del tramezzo midollare* (Num. 3.), contiene una mandorla: il *Ventricolo inferiore della colonna midollar centrale*, o sia *Antro de' nervi motori comuni degli occhi*, ammette agevolmente l'estremità del pollice (N. 5.). A riempiere il *Ventricolo superiore del cervelletto* (Num. 6.) non basta una fava; ed amendue i *Ventricoli inferiori di questo* (Num. 7.) possono nascondere due aveliane, senza comprendersi nell' ampio *seno*, scolpito nella stessa midollare, che gli congiunge, dove *Aranzio* all' occhio diligentissimo del quale questo *seno* non è sfuggito, à osservato, che si potrebbe nasconder una noce, e lo nominò *Cisterna*, facendone un *quinto* Ventricolo, come vedremo tra breve.

Questione III. Qual è la maniera più speditiva di scuoprirgli?

Dilucidazione. Queste operazioni non ànno in se veruna difficoltà.

1.° Vogliamo noi conoscer la sede, e l' ampiezza del *Ventricolo del tramezzo* (Num. 3.)? Fatto il *centro ovale*, e aperto i *Ventricoli degli Emisferi* (Num. 1.), tenendo la faccia del teschio rivolta alla destra, si solleva destramente l' estremità anteriore del *corpo calloso* col pollice e l' indice della sinistra, e con la destra si guida lo scalpello Anatomico di piatto sotto il *corpo* suddetto, e rasente l' estremità superior del *Tramezzo*, fin là dove la *volta midollare* si continua collo stesso *corpo calloso* posteriormente; si rovescia sul cervelletto il *corpo calloso* nell' accennata guisa separato dal *Tramezzo*, che tosto flacido si abbatte, levata la tensione, che dipendea dalla continuità con la faccia inferiore del *corpo calloso*; e mostra una *fessura* tra due *striscie argentine midollari*, nella quale diretta d' innanzi indietro, si insinua uno de' morsi acuti delle forcipi Anatomiche, colla man sinistra, con l' altra la punta dello scalpello di piatto, di modo che si scostino le due *pagine midollari*, che fanno le pareti, destra e sinistra, del *Ventricolo*. Se scostandole così vi si soffiasse in mezzo, si renderebbe tosto anche meglio manifesta l' estensione orizzontale, e la profondità verticale del suo seno, ch' è sempre bagnata d' una poca d' acqua limpida, talvolta in maggior quantità raccolta, e ondeggiante sulla faccia superior della *volta*, nella parte anterior inferiore del *Ventricolo*.

2.° Si tratta egli di dimostrare il Ventricolo inferiore della colonna midollar centrale (N.° 5.)? Si spogli tutto il cervello, il cervelletto, e la midolla allungata, estratti dalla Calvaria, delle meningi tanto dura quanto pia, diligentemente; e si capovolga di maniera, che la base dell' Encefalo tutta rivolta in alto sia esposta alla vista. Si osservi dov' è l' *Aja quadrata de' nervi ottici*, e il *Ponte del Varolio*, perchè il Ventricolo, di cui si tratta, è appunto tra quell' *Aja*, che conviene recidere longitudinalmente nel mezzo, e il margine anteriore del *Ponte*. Divisi, e scostati i nervi ottici apparisce meglio, dietro a' due candidi tubercoletti detti le *Papille midollari*, l' *imbuto* rosseggiante *della Glandula pituitaria*; immediatamente dietro all' *imbuto*, fra i due cordoni argentini de' nervi *motori comuni degli occhi*, appare quell' *Antro*, dalle pareti de' quali prendon origine distinta e separata i *Nervi* suddetti, e questo è il *Ventrico-*

lo. Affine di ravvisarne meglio la capacità, tenendo ferme coll' indice della sinistra le papille midollari, si prema indietro col pollice della man destra il margine anteriore del ponte; indi scostati alquanto i nervi *cenommicinetici*, o sia motori comuni degli occhi, col manico di due scalpelli si comprimano da' lati i due prolungamenti per la lunghezza loro scanalati della *colonna midollar centrale*, vicino al confluente loro sotto i due archi anteriori del ponte, e si vedrà quanta sia di questo considerabile Ventricolo l' ampiezza, e la profondità, ammirando la leggiadria, con cui il *Pilastro del ponte* stesso si caccia tra i due prolungamenti a guisa di conio, come due archi d' un ponte avvicinandosi fanno, appoggiandosi sopra il medesimo pilastro.

3.° Che se si muovesse qualche dubbio circa all' esistenza del *Ventricolo superiore del Cervelletto* (Num. 6.); per convincersene l' Anatomico sgombri via tutta la sostanza cerebrale, ch' è al di sopra e al dinanzi de' Talami de' nervi ottici, recida pur in traverso i due terzi posteriori d' amendue gli emisferi del cervelletto per avere maggior libertà nel rimanente della preparazione. Spogli dilicatamente dalla Pia madre tutta la residua porzion anteriore superiore del *Cervelletto*; e cavi con pazienza l' abbondantissimo, e complicato *Plesso corioidèo*, che sta profondamente immerso tra i *Foglietti laminosi del Lobo comune*, o *centrale superiore del cervelletto*, e la *Colonna midollar centrale del cerebro*, che sostiene i Tubercoli quadrigemelli, cioè le Natiche, e i Testicoli, oltre al *Velo midollare* (ivi), detto da noi *Plesso del ventricolo superiore del cervelletto*, per differenziarlo da quelli de' *ventricoli degli emisferi del cerebro*, e da due altri, che occupano l' *aja comune de' due ventricoli inferiori del cervelletto* (numm. 3. 7. e 8.). Ciò fatto, si discostino ad uno ad uno i *Foglietti laminosi del Lobo comune*, o *centrale* suddetto dalla faccia posterior della *Colonna midollar centrale*, spingendogli d' innanzi indietro, finchè si abbia scoperto la *Linguetta laminosa*, che nasconde il diafano *Velo midollare* poco fa mentovato. Si sollevi anche questa *Linguetta*, e si avrà chiarissima idea, e perfetta cognizione d' un *Ventricolo*, che à più d' un pollice parigino di profondità (negli adulti), e più di sedici linee d' ampiezza laterale.

4.°

4.° Sono poi diverse le maniere di preparar i *Ventricoli inferiori del Cervelletto*, e *l'Aja comune a' medesimi*, per farne luminosa ed istruttiva dimostrazione: egli è però giusto, che si renda l'omaggio meritato a *Giulio Cesare Aranzio* Medico, Chirurgo, ed Anatomico Bolognese, posto che trovo nelle sue *osservazioni Anatomiche* l'esposizion chiarissima di tutto quello, che potrei dir io, relativamente a questa Amministrazione Anatomica. Io non avea notizia di ciò, che l'*Aranzio* avea pubblicato fin dall'anno 1587. in Venezia, e che riferirò quì tradotto in vulgare, allorchè nel cranio d'una Puerpera ò scoperto i due *Ventricoli*, di cui si tratta; non conosceva nè tampoco gli *Adversarj Primi* già citati del *Tarin* (num. *6.*); la verità si è però, che chi congiungerà le parole dell'*Aranzio* con quelle del *Tarin*, e ne contemplerà le Figure nella sua Tavola seconda, non potrà far di meno che non conosca esattamente queste essenziali cavità.

5.° L'*Aranzio* si è ben guardato dal confondere l'*Aja comune a due ventricoli* (stata da lui nominata *Cisterna*, e *Quinto Ventricolo*) col *Ventricolo della Midolla allungata*, a cui lasciò il nome di *Quarto Ventricolo*, ma non conobbe le *Valvule Semilunari*, che formano due *Ventricoli* distinti, descritte due secoli dopo dal *Tarin*, che non fece caso veruno dell'*Aja*. E noi, nelle precedenti già citate operette Anatomiche, dell'*Aja*, de' *due Ventricoli*, e di *quella della midolla allungata*, esattamente conosciuti abbiamo commesso l'error di fare un *Ventricolo* solo, del qual errore quì facciamo la debita emendazione, al che ci à stimolato l'esempio autorevolissimo dell'*Aranzio*, le parole genuinamente tradotte di cui sono le seguenti, tratte dal libro intitolato = *JULII CÆSARIS ARANTII Bononiensis &c. De „ Humano Foetu Liber &c. Anatomicarum observationum Li- „ ber &c. Venetiis* 1587. 4.° *pagg.* 48. 49. 50. =

„ Mentre che l'anno MDXXCI. io facea pubblica notomia d'un uomo, e d'una vergine zitella, fui così felice, che ritrovai in quella parte, dove il cervelletto si congiunge con la dorsal midolla, un seno, un grande Ventricolo, o sia cavità, oltre a quella, che vi ci s'indicò da Galeno e da tutti gli altri, scolpita nel centro del cervelletto medesimo; della qual cavità certamente mi sembra ne-

cessario indicare qual sia il sito, e quali la figura, l' ampiezza, l' uso, e il metodo di dimostrarla. „

„ D' una cavità del cervelletto, che nominiamo Cisterna. „

„ Alla base del terzo Ventricolo, al di sotto della glandula pineale, dove si vedono i corpicciuoli detti le natiche divisi per via d' una superficiale fenditura, gli Anatomici stabiliscono il principio del quarto Ventricolo, che ànno rassomigliato ad una penna aguzzata per iscrivere. Questo però non sembra degno del nome di Ventricolo, se tutto ben si considera, perciocchè sembra doversi considerare piuttosto come un canale, o un acquidotto, che dal centro del cerebro, cioè dal terzo Ventricolo, fral cervelletto e la stessa già formata midolla spinale, discendendo, sia destinato a portare gli spiriti animali formati nel cervello alla Cisterna, o seno di cui intendiamo di favellare; a tal fine questa è scavata quasi nel centro del cervelletto, vale a dire nella parte più recondita del medesimo, non molto lontana dalla base del capo, e da quel foro dell' occipite da cui esce la dorsal midolla. „

„ Nel primo ingresso di questo nostro Ventricolo, con cui comunica il canale suddetto, s' innalza un corpicciuolo della grossezza, e della figura d' un mezzo cece, che sembra ivi posto alla custodia della mentovata cavità, ch' è molto diversa da tutti gli altri Ventricoli, essendone quasi sferica la figura sebbene la larghezza ne ecceda la lunghezza: in somma è quella forma che meglio corrisponde alla superficie del cervelletto istesso; anzi sembra proprio doppia, è però indistinta. L' ampiezza poi n' è tale, che vi si può di leggieri nascondere dentro una noce di mediocre grossezza. „

„ La dorsal midolla dilatata, incavata, quasi doppia, e semisferica, viene ad abbracciare questo medesimo Ventricolo, mentre che si congiunge col cervelletto, e con esso si fa continua. „

„ Finalmente io son d' avviso, che tutta l' utilità del cervelletto consista in ciò, che per mezzo di questa cavità scolpita nel suo centro, lo spirito animale formato ne' cinque Ventricoli, venga in esso alla maggior perfezione ridotto. „

,, In qual maniera si scuopra il seno del cervelletto. ,,

,, Essendo nascosta questa cavità profondamente nella base del cervelletto, difficilmente si potrà immaginare altro metodo di prepararla, affinchè si renda visibile, salvo che si cavi tutto il cervelletto, e la dorsal midolla che vi sta affissa, e si collochi sopra una tavola capovolto in guisa, che la midolla suddetta resti superiormente. Questa si spacchi tutta per la sua lunghezza, se ne scostino le parti laterali divise, e senza difficultà veruna subito vedrassi quel tubercolo, che dicevamo essere preposto alla custodia del Ventricolo, e compariranne all' occhio tutta la cavità sottoposta; nè v' abbisognerà altro taglio, perchè distraendo con ambedue le mani un po' poco le parti laterali del cervelletto, si vedrà la grande estension in largo del seno, e si trarrà motivo di venerare la somma sapienza di DIO. ,,

,, Se poi tu volessi conservar intiera la midolla, dividine soltanto dal cervelletto una delle parti laterali, o tutteddue, sicchè possa piegarla verso il lato opposto, ovvero piegarla in basso, e ti riescirà di veder addentro nella sottoposta cavità, l'interior superficie della quale si è della medesima sostanza, e dello stesso colore delle altre parti midollari. ,,

,, Tal è la prima maniera di taglio da me usata quando vidi la prima volta questa cavità: ma se taluno bramasse di veder insieme il canale, che dal terzo Ventricolo guida discendendo alla Cisterna, lasci il cervelletto nel suo sito, e spinga destramente giù tra i testicoli uno specillo finchè arrivi al tubercolo sovra nominato, per fare sulla scanalatura di quello un taglio, e con questo mezzo renderassi palese la cavità, e 'l tubercolo che le sta all' ingresso. Sia però manifesto ad ognuno, che il primo metodo proposto da noi riescirà sempre più agevole a chi intraprenderà la prima volta questa preparazione. ,,

Fin quì l'*Aranzio*; nè io aggiungerò a' metodi suoi fuorchè questo semplicissimo: si metta sulla tavola il cervelletto con tutta la midolla allungata, e 'l ponte, rivolta in su; si sollevi con la man sinistra la *midolla allungata* tenendo immobile il *cervelletto* con l' altra; e facendosi quella perpendicolare, si scostino con la destra le sponde della *valletta* finchè si scuoprano le *tonsille*, e l' *ugola* (Num. 6.). Allora sollevando maggiormente la *midolla allungata*, e sco-

stando le *tonsille* l' una dall' altra, e premendo indietro e in basso l' *ugola*, con le dita indice e mezzano della man destra, si vedrà distintamente il *tubercolo laminoso*; sollevato il quale, e compresso indietro solleverà seco il lembo libero bianco e pellucido delle *valvule semilunari*, oltre alle quali apparirà l' *Aja ad amendue i Ventricoli comune*.

Questione IV. Posto l' esistenza di tutte quelle parti del cervelletto, che in alcuni libri moderni si veggono mentovate, quali sono i *lobi*, i *lobetti*, i *foglietti*, le *linguette laminose*; le *code*, i *fiocchi*, le *tonsille*, l' *ugola*, il *tubercolo* anch' esso *laminoso*; la *piramide*, le *commessure*, e la numerosissima famiglia delle *lamine*, e i *noccioli midollari*, e i molteplici *alberi della vita*, che in quella picciola porzion del cerebro degli uomini e de' quadrupedi, si dicono compresi e visibili, quale mai è egli la maniera più speditiva di vederne quelle tante cose, e di numerarne persin le lamine, come si pretende essere stato fatto?

Dilucidazione. Egli è vero, che l'esistenza di queste parti tutte al presente non è più da rivocarsi in dubbio da chi à fior di senno; ma è vero altresì, che si potrebbono trovare uomini impazienti, a cui rincrescesse l' andar tentone cercando le cose di sopra mentovate, e che per non prendersi tal fatica, non volendo nemmeno confessar ingenuamente che non sanno, potrebbono forse spacciarle per inezie ridicole, e chimere. Per cavargli da un tal pericolo tengano soltanto dietro alle poche parole seguenti, e scorgeranno quanto sia facile vedere tutte le parti suddette, e far esattissimo computo di quante lamine sogliono entrar nella composizione del cervelletto umano.

1.° Con sette taglj semplicissimi, in dieci minuti di tempo si può dimostrar tutto quello, che v' à di particolare nel cervelletto umano, distinguerne l' un dall' altro i *lobi*; separare di cadaun di questi i *lobetti*, i *foglietti*, le *linguette*, e le *code laminose*; contemplare gli uni doro gli altri i due *fiocchi*, le due *tonsille*, l' *ugola*, il *tubercolo*, la *piramide*, e le varie *commessure*; numerarne i *noccioli midollari*, e *alberi della vita*, e sopra questi contare ad una ad una le numerossime lamine, di maniera che fatta la prima enumerazione sopra un taglio verticale di cadaun *albero* se

ne possa verificar il numero sulla faccia corrispondente del taglio stesso; cosa comodissima per chi ama l' esattezza e per convincere delle accennate, e promulgate verità i dubbiosi, gl' increduli, e gli ostinati. Ecco il nostro metodo.

2.° Separato il cervelletto da tutto il cervello e dalla midolla allungata, io taglio (per esempio) l' *emisfero destro* a distanza uguale dal margine esterno, e dal *raffe*, in guisa che il taglio riesca parallelo alla direzione obbliqua del margine suddetto, e le *lamine*, e i *foglietti*, e i *lobetti* tutti, e i *lobi* nel medesimo *emisfero* compresi, sopra, indietro, e sotto, sia tutto reciso in traverso dall' estremità anteriore alla posteriore del cervelletto. Appare il *nocciolo midollare*, o sia il grosso *albero della vita* di quest' emifero, diviso verticalmente in due. Col favor di questa divisione mi riesce agevolissimo di numerar i *lobi*, i *lobetti* e i *foglietti* di quest' emisfero sulla sezion verticale, che corrisponde al margine destro del cervelletto, sia che si cominci dal basso, e passando a tergo si venga all' alto, e si termini alle *eminenze quadrigemelle*, sia che principiando dall' alto si proceda a tergo, e si venga a terminare alla *midolla allungata*.

3°. Fissato il numero de' *lobi*, de' *lobetti*, e de' *foglietti laminosi*, conto le *lamine* di cadaun di questi discernibilissime per l' eleganza della struttura loro, essendo occupate nel centro da una *lisca bianchissima* di midollare, a cui dà maggior candore il *fosco xerampelino* della cortical abbondante, che investe ogni *lisca*. Trovo in questa faccia dell' *albero* 134. lische; segno dunque —— *lamine N.°* 134. Mi piac' egli di assicurarmi se sono tante realmente? conto quelle, che appariscono sull' altra faccia corrispondente dell' *albero* di quest' *emisfero*.

4.° Fo un altro taglio, che divide longitudinalmente dall' intervallo de' testicoli alla *incavatura perpendicolar comune* a tutti due gli *emisferi* del cervelletto il *raffe* nella faccia superiore, le *commessure laminose* nella *incavatura* suddetta, la *piramide*, l' *ugola*, e il *tubercolo laminoso*, nella *valletta*, e metto allo scoperto il picciol *nocciolo del raffe* con l' elegantissimo *albero della vita*, che vi è contenuto, sopra una faccia del quale trovando cento novantaquattro *lische* schiettissime; scrivo — *lamine N.°* 194.

e mi confermo nella sicurezza, che vi ci à questo numero contando quelle della superficie corrispondente dello stess' *albero*.

5.° Taglio in terzo luogo l' emisfero sinistro come ò fatto del destro (N.° 2.), e trovo lische 136.; sicchè dico *lamine N.° 136.*

6.° Ecco con quanta facilità ò già nel mio registro quattrocento sessantaquattro *lamine*, verificate sul medesimo cervelletto.

7.° Replico l' operazione sopra una, poi sull' altra *tonsilla* recidendone in traverso i *foglietti laminosi* sicchè ne apparisca il *nocciolo*, o *albero della vita* di cadauna; e conto 28. *lamine* in una, 24. *nell' altra*.

8.° La sesta divisione de' *foglietti* nel *fiocco* destro mi dà quattordici lische argentine; quattordici pure me ne presenta il settimo taglio, che mette sotto gli occhi il *nocciolетto*, o *arboscello* del sinistro *fiocco*.

9.° Raccolgo la serie di tutti i numeri sovrascritti, e la somma delle lamine del cervelletto, che ò davanti, è 544.

10.° Supponiamo adesso, che si desideri far separazione delle *lamine* della faccia superiore del medesimo, o d' un altro cervelletto, da quelle della faccia inferiore: in tal caso convien riflettere, che queste due faccie sono naturalmente separate per via d' un *solco profondissimo*, che da un fianco della *colonna midollar centrale* all' altro, scorre sulle *braccia del cervelletto*, fino alla naturale *profondissima separazione de' due lobi superiori posteriori* dalli due *posteriori inferiori*, passando per l' *incavatura perpendicolar comune* (N. 4.).

11.° Dunque tutte le *lische argentine*, che dal cervelletto segato orizzontalmente a seconda di questo *solco*, e per la midollare delle *braccia del cervelletto* fino alla *colonna midollar centrale* su per gli rami più grossi de' tre alberi della vita mentovati (Num. 2. 3. 4. 5.) si vedono salir in alto, sono gl' indizj d' altrettante *lamine*, che spettano alla *faccia superiore*: tutte le altre, che sono dirette indietro, e in basso, e quelle che vanno obbliquamente nelle *tonsille*, e ne' *fiocchi*, si debbono annoverar come *appartenenti* alla faccia inferiore.

Questione V. Non si avrebb' egli qualche vantaggio per lo studio più facile, e i progressi della Notomia, quan-

do se ne adattassero meglio i nomi alle cose, delle quali debbon essere le rappresentazioni? Non sarebb' egli vantaggioso, che almeno si togliessero gli equivoci grossolani, che nascono dall'erronea anatomica nomenclatura? In qual modo si potrebbon egli togliere?

Dilucidazione. E' veramente cosa strana, che da tanti secoli ne' quali si è scritto di Notomia, e specialmente in questo nostro tanto inclinato alle novità, si abbiano lasciati correre tanti nomi strani, falsamente applicati, e sorgenti d'erronee idee! siano esempj di questa stravaganza alcune parti tolte dal capo;

1.° *Gli Angoli Lambdoidèi;*
2.° *Le Cellule Mastoidèe;*
3.° *Le Aposisi Pterigoidèe;*
4.° *I Musculi Stilojoidèi;*
6.° *I Musculi Incisivi*, ec.

1.° Acciocchè quelle porzioni degli ossi delle tempia, che si dicono *angoli Lambdoidèi*, meritassero quest' epitteto avrebbe convenuto, che fossero simili alla lettera che i Greci dicono *Lambda*, come è in qualche modo la sutura del cranio detta *Lambdoidèa*. Però queste due produzioni ossose non ànno punto di somiglianza con questa Lettera; e gli Anatomici si sono immaginati di mostrar cognizion di Lingua Greca nominandogli così, perchè si trovano in parte impegnati nella sutura *Lambdoidèa*. Vogliamo noi levar l'equivoco, e indicar tale impegno? nominiamo questi angoli *Lambdoidali*.

Io ciò nulla ostante amerei meglio abbreviar la cosa e dirgli = *angoli temporali*.

2.° Chi si potrebbe immaginare giammai, che si dassero in natura *cellule*, cioè cavernette, spongiosità, che avesser figura di *mammelle*? Eppure i vocaboli *cellule mastoidèe* significano cellule, che ànno la figura di mammelle! E quest' erronea denominazione viene dall' essere queste cellule, cavernette, spongiosità ossose, contenute in quelle due *apofisi* degli ossi delle Tempie, che per la somiglianza loro con le papille delle mammelle, furono con qualche ragione dette *Mastoidèe*.

Leveremo anche questo errore ridicolo dando alle *cellule* stesse il nome di *Mastoidali*.

3°. Le *Apofisi Pterigoidèe* poi dell' osso *sfenoide*, che tanto si rassomigliano alle *ale d'un uccello* quanto le gambe d' un elefante si rassomigliano alle ale d' un' aquila, riescono ancora più stravaganti; perchè non solamente ànno un appellativo affatto contrario alla loro figura, ma sono l' innocente cagione che quattro musculi per disgrazia loro attaccati alle medesime apofisi, prendon lo stravagantissimo appellativo di *Pterigoidèi* esterni, e di *Pterigoidèi* interni.

Ecco dunque sei parti malissimo nominate; e le ossose tanto più male quanto che lo sfenoide à già quattro altre apofisi, che veramente son simili a quattro ale, onde meriterebbero i nomi di *Macro-pterigoidèe*, e *Micro-pterigoidèe*, se volessero appellarsi grecamente; ma gli anatomici, che non capivano il valor del vocabolo *ptèrygoeides*, *aliformis*, *simile a un ala*, dissero grandi ale, e picciole ale dello sfenoide, allorchè trattarono delle veramente *aliformi*; e lasciarono correre il termine *pterigoidèe* quando indicarono le *cruriformi*, cioè simili alle due gambe d' un uccello volante, qual è realmente la figura dell' osso sfenoide.

Concludiamo pertanto, che sarà ben fatto lasciar in possesso quest' osso delle quattro ale che à, e che per non attribuirgliene due, che non gli competono, per l' erronea loro appellazione, e non privarlo delle gambe, di cui la natura l' à fornito in tutte le calvarie umane, queste si potran nominare = *Apofisi Sceloidèe* =. La qual voce servirà nobilmente a tor via la falsa idea relativa a musculi, che si attaccano alle suddette *Apofisi Sceloidèe*, non più nominandogli *pterigoidèi*, ma piuttosto musculi *Scelici esterni*, e *Scelici interni*, vale a dire procedenti dalla porzion esterna delle gambe dello sfenoide, e dalla loro porzione interna.

4.° Dunque perchè due musculi, che vengono dall' Apofisi Stiloidèa (cioè simile a una colonna) dell' osso delle tempie, e vanno all' osso Yoidèo, dovranno dirsi Stilojoidèi, come se fossero simili a una colonna, e alla lettera greca *υ*? Da prenderne idea così falsa libereremo i giovani Anatomici se loro daremo il nome di *Stilojoidali*, cioè appartenenti per gli attacchi loro alle apofisi *Stiloidèe*, e all' osso *Yoidèo*, che serve in parte di saldo sostegno alla base della Lingua.

5.°

5.° Finalmente i musculi *Incisivi* non sono fatti per incidere, nè per tagliare; perchè dunque diedersi loro dagli Anatomici questi nomi? Perchè s' attaccano agli Alveoli degli ossi Malari, che contengono i denti *Incisivi?* Questo motivo non basta per render plausibile una così falsa appellazione. Si nominin dunque *Incisivali*, e si rimuoveranno tali improprietà, che deturpano la Nomenclatura Anatomica.

Questione VI. La Notomia, e la Fisiologia, si son elleno così poco avanzate da parecchi secoli a questa età, che non si sappia tuttavia cosa alcuna relativamente agli usi o proprj o relativi della Milza, del Timo, de' Reni succenturiati?

Dilucidazione. 1.° La *Milza* più volte al giorno alterna il suo gonfiare e l' impicciolirsi, co' riempimenti e co' votamenti alternativi del *Ventricolo*, affin di preparare, per mezzo del raccoglimento di sangue più abbondante ne' muscosi, e fioccosi suoi vasi, e nella spugnosissima sua tessitura, il suco gastrico, di cui si fa tanto dispendio nel *Ventricolo* per la concozione degli alimenti, e per la digestione.

2.° E' cosa notissima, che la *Milza* riceve il sangue dal ramo sinistro dell' Arteria Celiaca, e che questo ramo molto flessuoso nèl suo tragitto, non senza qualche disuguaglianza nel suo calibro, che lo farebbe sovente giudicare in più luoghi aneurismatico, a cagion dell' ampiezza di tali disuguaglianze, se l' attento esame dell' interno loro non ci avesse parecchie volte convinti, che non vi si contiene nulla di poliposo, di linfatico addensato, e se que' gozzi non avessero la stessa solidità di pareti, che à il ramo stesso ne' siti dov' è ugualissimo.

3.° Ora quell' arrendevolissima tessitura della *Milza* tutta, e quegli spazj di maggior capacità ne' vasi che le appartengono, è predisposta affinchè lo stesso viscere possa senza disagio ricevere, e contenere copia molto maggior di sangue, allorchè il *Ventricolo* si va votando, e restringendo per servir alla concozione, e alla digestione de' cibi; perciocchè allora i *vasi Gastrici* (che si spiccan dallo stesso tronco accanto agli *Splenici*, proprio tra l' arteria *splenica*, e l' *epatica*) ripiegati in mille guise, e in mille luoghi

compressi, ricusano quel sangue, a cui nella dilatazion del *Ventricolo* danno adito liberissimo.

4.° Questo sangue s' insinua facilmente nella stessa *Milza* per la ragione addotta, e più ancora perchè impicciolitosi il *Ventricolo*, nell' ipocondrio sinistro e nell' epigastrio resta vuoto uno spazio considerabile, cioè proporzionato alla distensione, a cui nelle frequenti sue pienezze suol essere esposto il *Ventricolo*. La qual cosa è facile a capirsi se si considera, che l' arteria *splenica* nasce accanto alla *gastrica* dalla celiaca, la quale non iscaricandosi nell' ultima per gli ostacoli invincibili, che incontra, dee necessariamente farlo nell' altra, cioè nella splenica, giacchè vi trova libero l' ingresso, e facile il raccoglimento per l' arrendevolezza della *Milza*; e per gli spazj voti, che sono preparati per riceverlo. Quindi la *Milza* crescerà di volume, e l' equilibrio nella pienezza degli ipocondrj sarà conservato.

5.° Che se il *Ventricolo* si torni ad empiere d' alimenti, i *vasi gastrici* dispiegati, e liberati da ogni compressione ed angustia, ammetteranno tutto quel sangue, che la celiaca è disposta a mandar in essi direttamente, e tutti i parieti di questo sacco ne saranno liberamente irrigati; anzi i *vasi brevi*, che congiungono insieme il *Ventricolo*, e la *Milza*, dalla quale traggono origine, portano a quello il sangue stato raccolto in questa, e preparato per concorrere alla produzione del suco gastrico: conseguentemente la *Milza*, sgombra di gran parte di quel sangue, che contenea pochi istanti prima, passato al *Ventricolo* per li *vasi brevi*, e non più fornitone tanto abbondantemente dalla sua arteria, cui la celiaca non è allora costretta di trasmetterne il di più, che non può esser ammesso dalla *gastrica*, la *Milza*, dico, diminuisce tanto di volume, che non par più quella.

6.° Queste fasi sono facilissime a verificarsi, come abbiamo fatto noi più volte, ne' cani, ne' porci, ne' gatti, e ne' porcelletti d' india, sparati dopo il pasto, o dopo il digiuno.

7.° Si aggiunga la compressione della stessa *Milza* fatta dal *Ventricolo* ripieno, e gonfio, contro i parieti solidi dell' abdomine nell' ipocondrio sinistro, per la quale ne viene spremuto per così dire tutto quello, che à raccolto di flui-

do in se nel tempo, che lo stesso *Ventricolo* si trovava ristretto, e raggrinzato.

8.° Cotali fasi ànno luogo nell' uomo, e nell' animale sano quantunque volte sta lungo tempo senza cibo, e poi si ciba e mangia, alternativamente.

9.° Negli Ammalati poi, arriva egli che la *Milza* gonfi morbosamente, e persista in questa sua tumidezza preternaturale? il *Ventricolo* stenta a riempirsi, mancando l' appetito; e se voracemente, e stoltamente l' uomo si sforza d' empierlo, non si digerisce per difetto del suco gastrico; ristretto morbosamente quel sacco, e durevolmente, la *Milza* per altrettanto tempo dura protuberante: Rigonfia egli per malattia, costantemente o temporaneamente, il Ventricolo? La Milza si trova costantemente, o per ore soltanto impicciolita.

10.° Egli è giusto, che quì si ricordi un' altro uso della *Milza*, che fu con molto ingegno dedotto dalla stessa natura, sito, e relazion di queste parti dal mio valoroso patrioto il Dottor *Caramelli* da Martiniana luogo distinto nel Marchesato di Saluzzo, in Val di Po; uso che questo viscere à comune col *fegato* nel sacco del *Peritonèo*; co' *Reni succenturiati*, e co' *testicoli* ne' lombi fuori del sacco suddetto, col *Timo* nel Torace de' feti: si tratta di conservare sempre ugualmente piene queste cavità principali, infino a tanto che altri organi, dalla natura collocati nella medesima cavità, che non avendo funzion manifesta nel feto, e dovendo averla importantissima negli animali viventi fuori dell' utero, messi in giuoco le possano occupare, e tenerle convenientemente distese.

11.° In alcuni luoghi questo riempimento è fatto dal tessuto cellulare più lasso, pieno di sierosità un po' poco densa, come appare nella testa de' feti fra le duplicature della dura madre, e le ossa, non solo a seconda del seno longitudinal superiore, e de' laterali, ma specialmente dalla base delle porzioni petrose delle ossa temporali a tutto il contorno, e il fondo delle fosse occipitali.

12°. La stessa cosa vediamo ne' Toraci de' medesimi feti tra le pagine del Mediastino, e meglio che altrove dietro dello sterno; e negli abbozzati catini loro, che dicon-

si pelvi ossee da' Notomisti, per tutta la cavità inferiore da' medesimi circoscritta.

13.° L' accennato tessuto cellulare ne' bambini assottigliato insensibilmente per la compressione, che vi fa sopra il graduato riempimento degli organi, che crescono, si riduce a volume opportuno ne' fanciulli, purchè il detto riempimento succeda, sia poi fatto dagli alimenti, sia da' sughi dalla massa del sangue separati, ciò non importa al proposito nostro.

14.° Per quello però, che risguarda cadauno de' visceri poco fa mentovati, fin dal primo apparire i rudimenti dell' embrione, tutti quelli, che debbono rimaner voti, e dar corso nell' interno loro ad altre sostanze nell' adulto, sono forniti di cavità propria, questi per portar gli umori inquilini e congeniti, gli altri per contenere sostanze avventizie, ora pultacee, ora fluide, ora miste.

15.° Nella loro cavità poi, mentre che si considera nel feto, o non si contien nulla affatto, come sono le cellule adattate a ricever l' aria ne' pulmoni, la Trachèa, i Bronchj; o se contengono qualche cosa, questa è in quantità molto minore nel feto, che nel nato; e tanto men di ciò, che avrà da contenervisi nell' adulto: del che abbiam chiarissimo l' esempio nel Ventricolo, e nelle intestina, quasi vote nel feto affinchè non si oppongano con la pienezza, ed il volume loro, a' disegni dell' *ARTEFICE INCREATO* nell'eseguimento delle funzioni degli altri visceri contenuti nelle mentovate cavità.

16.° Queste, o sia i ventri quali sono il Torace, e l' Abdomine, fa d' uopo che sieno dotati di capacità atta a contenere le medesime viscere, eziandio quando saranno piene di sostanze o *congenite*, o *adventizie*: laonde fa d' uopo altresì, che alcune regioni determinate de' ventri nel feto sieno occupate da organi spongiosi, cavernosi, arrendevoli, acciocchè facilmente, o data qualsivoglia minima premitura il volume se ne diminuisca.

17.° Anzi v' à certi organi, che non possono rimaner ospiti nell' adulto di quelle cavità, che pur gli contenevan impunemente nel feto: tali sono i *testicoli*, che vengono spinti fuor dell' Abdomine tosto che l' animale viene col

parto liberato dalla vita parasitica, che menava nella matrice.

18.° Nel numero de' primi (16.°) va collocato il *Timo*, che cede il suo luogo a' *pulmoni* destinati a ricevere l' aria col distendimento delle cellule loro, per la respirazione: per la qual cosa lo stesso *Timo*, che nel feto occupa spazio assai grande nel Torace, ivi è succulentissimo, in guisa però da ceder facilissimamente, e ridursi a tanto picciola cosa nel progresso del tempo, che quasi più non sia discernibile ne' vecchi.

19.° Non così molle, nè arrendevole il *fegato*, che pure ne' feti empie tutta la ragion epigastrica, le ipocondriache, e la porzion principale della umbilicale, e delle epicoliche, crescendo il bambino, manca poco che non venga limitato nell' ipocondrio destro dalla graduata e frequente pienezza, e distensione fatta dal latte poppato, che occupa il *Ventricolo*, e lo fa gravitare sul *fegato* stesso: al che si aggiungono gl' intestini pieni d' aria, di meconio, e poi d' alimento, e il mesenterio, che va abbeverandosi di chilo abbondante.

20.° La *Milza* però dotata di parenchima molto meno denso, cede molto più facilmente alla pression, che soffre da' canali ed organi predetti; ma in ricompensa le è concesso dalla natura una facilità grandissima di tornarsi a intumidire per le cagioni, che abbiamo ricordato (2. 3. 4. 5.), purchè il raggrinzamento del *ventricolo* le ne dia luogo.

21.° Per ciò che risguarda a' *Reni succenturiati*, essi son posti nella parte più alta delle regioni Lombari, e col volume loro occupan ne' feti lo spazio lasciato dal minimo volume delle intestina; le quali nel Neonato distese dal latte gli premono con tal costanza, che coll' andare del tempo gli riducono a non nulla. Erano molto più spessi, più ampli, distesi da uno spazio interiore considerabile, pieno di sugo fosco assai denso, e per mezzo delle arterie dette *Capsulari* (che o sono propagini delle arterie *emulgenti*, che son *propio le Renali*, o nascono dall' Aorta immediatamente prima delle *emulgenti*) derivavano da' *Reni* la massima quantità del sangue, che dovrebbe portarsi a' *Reni* stessi. Nato il Bambino tutto cangia, e ciò che si portava a' *succenturiati* prende la via de' *Reni* urinarj.

22.° Perciocchè questi separano molto minor quantità d' orina nel feto umano, perchè sono a dir vero picciolissimi in proporzione, e la struttura loro è tutta tubercoletti divisi da solchi profondissimi, sicchè vi si contiene poco di più che fascetti di tubolini sostenuti da cellulosa robusta, degeneranti in altrettante papille quanti sono i tubercoli apparenti, inguainate ne' calici membranosi, che formano poi l' unica, o *moltefida* pelvi, da cui si allungano verso la vescica urinaria gli Ureteri.

23.° Abbiamo detto, che le *capsule soprarenali*, ossia i *Reni succenturiati*, riempiono una parte dello spazio, che vien lasciato vacuo ne' feti dagl' intestini, i quali vi ànno molto picciolo volume; e che distesi questi canali dal latte poppato dall' infante, dal peso, e dalla massa del mesenterio accresciuti per lo chilo, che vi scorre, i *Reni succenturiati* vengono con tal forza e costanza compressi, che non possono più ammettere quella quantità di sangue arterioso, che prima del parto vi perveniva. In tal caso quel sangue dee per la via più diritta, e più breve prender corso alla vòlta de' *Reni* per le *emulgenti*, e svilupparne i canali aggomitolati, e dar a tutto il corpo di queste viscere quel pieno, e quel liscio, che realmente nell' adulto vi ravvisiamo.

24.° Alla mentovata, necessaria, maggior libertà dell' affluenza del sangue verso de' *Reni*, non contribuisce poco lo sgravio della vescica solito di farsi appena uscito dall' utero il Bambino, tosto che la respirazione promuove i movimenti del diaframma, e de' musculi abdominali, e fa, che tutte le viscere di tal cavità si comprimono scambievolmente. Votatasi la vescica, e datosi libero il corso all' orina, in essa per mezzo delle papille renali, e degli ureteri allora sgombri ed aperti, si accresce la derivazion dei sangue arterioso per le arterie *emulgenti* dalle *capsulari* (21.); e i *Reni succenturiati* ne vengono privi dell' umor, che gli abbeverava, in quella proporzione in cui gli organi separatori delle orine di giorno in giorno vengonne fatti più doviziosi.

25.° Ecco il motivo, per cui le stesse capsule soprarenali in breve tempo si appiattiscono, inaridiscono, e le cavità loro a semplici, anguste fessure si riducono.

26.° I *testicoli* (17.) appiattati ne' lombi mentre che il feto stava non respirante nè poppante nell' utero, non sì tosto il costui ventre comincia a venir disteso dall' alimento novello, dall' aumento di volume e di peso di tanti visceri crescenti, e di tanti organi, che si sviluppano, sono spinti nelle custodie loro, ed ora più presto, ora più tardi, cacciati per gli anelli inguinali fuori dell' Abdomine, e precipitati nello scroto.

27.° Le quali cose succedendo in queste conformità, nè potendo altramente accadere senza che la macchina umana grave disagio ne soffra, conchiuderemo esser ammirabile la semplicità con cui la natura tutte le cose dispone, e prepara, perchè tutto nel microcosmo conseguisca l' ottimo suo fine; il che quantunque ci sembri ottenersi diversamente ne' visceri diversi, e in questi più, in quegli altri men presto ed artificiosamente, ci sembra senza dubbio relativamente alla maniera diversa, con cui tali effetti vengono dalla fiacca nostra mente concepiti, non già quali realmente sono, opere dell' *ARTEFICE SUPREMO*, appresso al *QUALE* tutte ab eterno ed eternamente nella stessa foggia esistono.

28.° Conseguentemente, posto da canto per ora il *Timo*, e i *Reni succenturiati*, delle varie utilità de' quali tratteremo altra fiata in altr' opera, termineremo il nostro discorso ricordando, che dovendo la *Milza* servire alle alternative ripienezze dell' Abdomine nell' ipocondrio sinistro, per via del medesimo compendioso artificio, nelle sue maggiori dilatazioni conserva, ritiene, e prepara dentro delle sue spugnosità, e delle miriadi di vasi flessuosi, ramosissimi, flessibili, dilatabili, e delle muscose loro estremità, il sangue idoneo a passare per via de' *vasi brevi* nella tessitura del *Ventricolo* spiegato dagli alimenti e disteso, e a contribuir alla secrezione del suco gastrico tanto utile alla digestione.

Questione VII. Ne' tumori folicolati, che ànno la base molto più stretta del corpo, che sono penduli e perciò rimuovibili, ma che per la grossezza del picciuolo non ammetterebbono una sola *ligatura circolare* senza pericolo, nè si permetterebbe dalla pusillanimità dell'infermo di venir-

ne alla recisione immediata col ferro, la Chirurgia troverebb' ella qualche altra specie di *ligatura* che ne agevolasse la separazione?

Dilucidazione. Riesce in simili circostanze comodissima, ed utilissima la *triplice ligatura a due punti soli*, che si fa nella maniera seguente.

1.° Per la cruna d' un *ago piatto mediocremente curvo* si passano due *refi*, uno *bianco*, ed uno *rosso* o d' altro colore, de' quali il bianco, per esempio, sia più lungo il doppio dell' altro.

2.° Collocato l' infermo nella situazion più comoda per lui, e per l' operatore, questi solleva il tumore traendolo a se con la sinistra mano, per tenderne il picciuolo, e scostarne la base dalle parti molli, e dure sottoposte: con la destra porta l' *ago* in maniera, che la concavità ne sia occupata dal pollice, e la convessità appoggi come una penna da scrivere tra l' indice e il terzo dito, lo porta, dico, con la punta nella faccia inferiore del picciuolo, a un terzo della sua estensione traversale, e lo trafora tutto dal basso all' alto, sicchè ne venga fuori dietro all' *ago* il quarto della lunghezza d' amendue i refi.

3.° Misura coll' occhio, oppure à segnato con inchiostro il punto, che limita l' altro terzo dell' estensione traversa del picciuolo, e cangiando la direzion della punta dell' *ago*, la porta direttamente dall' alto al basso nel sito divisato, sicchè anche quì il *refe* passi dietro alla base del tumore, e venga a riuscire al basso: si disarma, e l' *ago* si depone.

4.° Abbiamo tutti quattro i capi de' *refi* pendenti a basso, e i due corpi in alto piegati in arco; si taglia il *bianco*, posto ch' è il più lungo, con un colpo di forbici, e se ne lega separatamente con nodo stretto il terzo esteriore della radice del tumore: con gli altri due capi del *refe bianco* se ne lega pure il terzo interiore.

5.° Resta il *refe rosso* con i due capi in basso, e con questi si lega strettamente il terzo di mezzo, che fa il centro della radice del tumore, circondata dall' arco, che il corpo non reciso dello stesso *refe* fa in alto.

6.°

6.° Divise in questa maniera le forze sopra parti diverse, e attenuate le resistenze, l' operazione suol avere felice l' esito, senza recar accidenti molesti, e ottenersene la necrosi e la caduta del tumore molto prontamente.

7.° Secondo il sito poi, che occupa il tumore, i nodi si debbono far in sito differente. Per esempio; avendo noi dovuto estirpare una grossa *ateroma* pendente dall' estremità del sopracciglio destro, fino all' armonia che congiunge la porzion temporale della Zigoma alla Giogale, e che nella porzione temporale della radice comprendeva il ramo temporale della carotide esterna, i *nodi* furono tre. Uno *temporale* che comprendea l' arteria; e tra il *refe*, e la cute di questo, si pose un *cilindretto di pannolino* per rendere più cauta e più sicura questa *ligatura*, che importava molto più dell' altre due a cagion dell' arteria suddetta.

8.° Il secondo *nodo* si fece in alto al di sopra della estremità del sopracciglio, affinchè i capi del *refe* non pendessero così facilmente sulle palpebre, e recassero incomodo all' occhio: anzi que' capi si tennero sollevati sulla fronte con una lista di cerotto di cerusa.

9.° Il *nodo Giogale* fu l' ultimo, e al basso, che comprendendo la porzion centrale del picciuolo della *ateroma*, fu il primo a operarne la desiderata separazione.

10.° Si ebbe sommo riguardo a non urtare, nè smuovere punto il *nodo temporale*, che caduto sei giorni dopo degli altri due, non fu seguito da *emorragia*; ma noi continuammo per altri sei giorni a tenere compressa quella parte con coscinetti imbevuti d' olio di trementina coperti di due lastrine quadrate di spesso cartone, sostenuti con la fasciatura dell' imballatore, o sia nodosa.

11.° Da quest' esempio si ricaveranno agevolmente que' partiti più cauti e prudenziali, che la natura e il sito del tumore, e delle parti aggiacenti, suggeriranno di leggieri a chi esercita con fondamento e con genio la Chirurgica Professione.

SULLA DETERMINAZIONE A PRIORI DEL VALORE DELL' EQUAZIONE DEL TEMPO.

Di Francesco Pezzi.

Ricevuta li 8. *Ghiacciajo An. VII.* (28. *Novembre* 1798.)

1. Il C. *Lalande* ha inserita una sua memoria in quelle dell' Accademia delle Scienze di Parigi per l' Anno 1762, in cui ha voluto rilevare un errore commesso secondo lui, dall' Insigne Astronomo *La Caille* nel convertire in tempo *l' equazione del tempo*.

2. Ecco il passo citato dal Chiarissimo la Lande, e che ha dato luogo all' accennata memoria.

,, Hæc tabula est æquatio centri Solis, in tempus so-
,, lare medium conversa, quam quidem, ut & differentiam
,, inter longitudinem Solis veram & ascensionem ejus rectam
,, veram, quæ in tabula sequente adhibetur, plerique Ca-
,, nonum Astronomicorum artifices in tempus siderale, seu
,, primi mobilis, minus accurate solent convertere. ,,

3. Non v' ha dubbio che per tempo solare medio, *La Caille* non intendeva, come lo fa vedere chiaramente *Lalande* nella mentovata memoria, che il tempo conosciuto sotto tale nome da tutti gli Astronomi, e che corrisponde a 24 ore medie per $360^\circ\ 59'\ 8'',3$.

4. Il C. *Lalande* stabilisce invece doversi ridurre in tempo sidereo o del primo mobile, cioè a ragione di 15° per ora, la differenza fra l' ascensione retta vera del Sole, e la sua ascensione retta media: differenza chiamata dagli Astronomi *equazione del tempo*. Si prescinde quì dalla 3ª parte di tale equazione, comechè nulla influisca nella presente quistione.

5. Il nome di questi due Celebri Autori, l' uso costante di tutti gli Astronomi, i quali convertono in tempo la nominata differenza a ragione non di $15^\circ\ 2'\ 28''$ ma solamente di 15° per ora, m' ha fatto nascere l' idea di cercare la dimostrazione *a priori*, d' una somigliante riduzione in tempo, giacchè le prove addottene dal C. *Lalande* nella già

riferita memoria sono di fatto, e non illuminano a mio giudizio la mente su i principj di quella conversione: ciò che potrà verificarsi in virtù della seguente breve e fedele esposizione.

6. Il C. *Lalande* prova la suddetta conversione a ragione di 15° per ora col mezzo de' due esempj che seguono.

Nel primo egli suppone il Sole vero ed il Sole medio distanti l' uno dall' altro di 4° sopra l' equatore, ed osserva che ciò avendo luogo nel principio di Novembre, tempo in cui i due Soli non cambiano sensibilmente di distanza fra di loro nelle 24 ore, allora ciascuno di essi impiegherà a descrivere 360° un intervallo di 24 ore esattamente. Dunque i 4° della distanza che havvi dall' uno all' altro, importeranno esattamente 16 minuti a passare sotto il meridiano: dunque l' *equazion* sarà di 16' 0" e non di 15' 57", come lo sarebbe in ragione di 24 ore per 360° 59' 8",3.

7. Nel secondo esempio il lodato Astronomo cerca il caso in cui i quattro gradi in quistione non dovrebbono fare che 15' 57" di tempo, e sarebbe quello in cui una Stella precedendo un' altra di 4°, si dimanderebbe l' intervallo de' loro passaggi al meridiano. Allora siccome gli Astri non impiegano che 23^{or} 56' 4" sull' orologio del tempo medio, egli è chiaro che i 4° corrispondono a 15' 57" e non a 16' di tempo, quindi l' una precederà l' altra di 15' 57". Ma i 4° esprimenti la distanza de' due Soli non potrebbono essere tradotti che in 16' di tempo, poichè il Sole descrivendo 360° in 24 ore per ritornare al meridiano, non si potrebbe dire come nell' ipotesi de' due Astri che il ritorno al meridiano esigendo meno, bisogna contar meno di 16' per 4 gradi. Sinquì il dottissimo Lalande.

8. Il breve calcolo che ci darà la soluzione di questo problema ci farà vedere che la famosa regola degli Astronomi per la conversione del tempo a ragione di 15° per ora, non è che un risultato algebrico, corrispondente all' ipotesi della differenza fra l' ascensione retta vera del Sole, e la sua ascensione retta media, prese ciascuna nel momento del mezzodì vero. A tal che se *La Caille* intendeva per la differenza delle due mentovate ascensioni rette, quella che dipende dal loro valore preso per ciascuna nell' istan-

te del mezzodì rispettivo, allora la di lui regola è conforme alla verità: se poi questo Celebre Astronomo abbia intesa in tale senso la suddetta differenza, ne giudichino coloro che possedono le sue tavole Astronomiche, delle quali son privo. Ma il C. *Lalande* non avendo rilevata nella sua memoria questa ragione intrinseca dei due mentovati diversi modi di trasformare gli spazj dell' equatore in tempo, mi sono incoraggito a presentarne il calcolo alla Società Italiana, argomento tenue bensì, ma opportuno onde rinnovar con essa la mia corrispondenza matematica, troppo lungo tempo da estranee cause interrotta.

9. Cerchisi *direttamente* l' equazione del tempo.

Sia a quest' oggetto NO (Fig. 2.) l' ecclittica, NA l' equatore, N la sezione d' Ariete, O il Sole vero sopra il meridiano OA; S ovvero S′ il Sole medio, che ritarda ovvero accelera su quello; NA = A = ascensione retta vera all' istante del mezzodì vero; NB ovvero NB′ = a = longitudine media o ascensione retta media del Sole medio nello stesso istante. Il moto di rotazione della terra è tale che $360^\circ\ 59'\ 8'',3$ prossimamente passano al meridiano in 24 ore che diconsi medie. Si faccia attenzione che nell' intervallo di tempo impiegato dal Sole S dal punto B. a venire sotto il meridiano, la sua longitudine media NB aumenterà di una quantità BD dovuta al passaggio dell' arco AB sotto il meridiano AO, non comprendendo in quest' arco il di lui accrescimento BD, il quale passerà sotto il meridiano alla fine dello stesso intervallo di tempo. Similmente quando il Sole medio precede il Sole vero, e che il primo sarà in S′ per esempio, all' istante del mezzodì vero, l' arco AB′ non sarà il solo arco passato sotto il meridiano AO, ma bensì AB′ + un altro arco dovuto al passaggio dell' arco AB′ sotto il meridiano, non comprendendo in tale arco il di lui accrescimento in quistione B′G. Per trovare BD ovvero B′G, si farà, chiamando O il moto diurno medio $59'\ 8''$, 3 del Sole in ascensione retta,

$$360^\circ : O :: \pm a \mp A : BD \text{ ovvero } B'G = \frac{O(\pm a \mp A)}{360^\circ}; \text{ onde}$$

l' arco totale che sarà passato sotto il meridiano, arco ch' è la differenza delle due mentovate ascensioni rette, ma prese ciascuna nel valore corrispondente al mezzodì rispetti-

vo, sarà $AB + BD$ nel primo caso, e $AB' + B'G$ nel secondo, $= \pm a \mp A + \frac{O(\pm a \mp A)}{360^\circ} = \frac{(360^\circ + O)(\pm a \mp A)}{360^\circ}$; Or egli è evidente che per trovare il tempo per AD o AG, bisognerà fare $360^\circ + O : 24^{or} :: \frac{(360^\circ + O)(\pm a \mp A)}{360^\circ} : T =$ $\frac{24^{or}(\pm a \mp A)}{360^\circ} = \frac{1^{or}(\pm a \mp A)}{15^\circ} \ldots (1)$, ch' è l'equazione del tempo di cui si servono gl' Astronomi.

10. Quindi la durata T in tempo medio del giorno vero sarà $24^{or} \pm \frac{24^{or}(\pm a \mp A)}{360^\circ}$; + ovvero — la Frazione secondo che $A >$ ovvero $< a$; cioè $T = \frac{24^{or}(360^\circ + A - a)}{360^\circ}$ $= 24^{or} + \frac{1^{or}(A - a)}{15^\circ} \ldots\ldots (2)$; e l' equazione del tempo $\frac{1^{or}(A - a)}{15^\circ}$ sarà additiva o sottrattiva secondo che $A > o < a$.

11. Ecco come nella pratica dell' Astronomia non si considera che l' arco che separa i due Soli nell' istante del mezzodì vero; arco eguale alla differenza delle due ascensioni rette corrispondenti ciascuna al momento del mezzo giorno vero: e abbiam veduto che quest' arco riceve poi un accrescimento dovuto alla longitudine media del Sole, la quale aumenta nell' intervallo di tempo che passa fra l' appulso dell' uno e dell' altro Sole al meridiano: ma la differenza delle due ascensioni rette prese ciascuna nel momento del mezzodì rispettivo, dee essere convertita in tempo a ragione di $360^\circ\ 59'\ 8'',3$, come apparisce dalla seconda proporzione del N.° 9.; differenza poi che in virtù della divisione che esige la suddetta proporzione, si trasforma in quella che corrisponde al mezzodì vero, e quindi si scioglie allora in tempo a ragione di 15° per ora: ciò ch' è la prova di quanto ho detto al N.° 8.

12. Si dimandi ora la differenza fra il giorno vero ed il giorno medio.

Prima di cercare tale differenza per mezzo di quella delle due ascensioni rette, vera e media, che forma pro-

priamente il nostro oggetto, premetto la seguente maniera.

Supposti i centri dei due Soli partire nello stesso tempo, l' uno dal punto O, l' altro dal punto A, presi nello stesso meridiano OA, sia s il moto diurno vero del Sole in ascensione retta; egli è evidente che in virtù del passaggio al meridiano dei $360^\circ + O$ nelle 24 ore medie, si ha subito la durata dal giorno vero in tempo solare medio, per la proporzione seguente

$$360^\circ + O : 24^{or} :: 360^\circ + s : T = \frac{24^{or}(360^\circ + s)}{360^\circ + O} \ldots (3).$$

d'onde si ha la differenza cercata $\pm 24^{or} \mp \frac{24^{or}(360^\circ + s)}{360^\circ + O}$ $= \frac{24^{or}(\mp O \pm s)}{360^\circ + O} \ldots (4).$

Vengo alla differenza delle ascensioni rette ed osservo che l'ascensione retta vera del Sole, all' istante del suo ritorno al meridiano è $NA = A + s$: se il Sole medio ritarda sul vero, e ch' egli sia in S per es. al momento del mezzodì vero, la sua ascensione retta media sarà NB, ed il suo moto diurno medio in ascensione retta $= AB$, all' istante del mezzodì: si ha AB facendo

$360^\circ + O : O :: 360^\circ + s : AB = \frac{O(360^\circ + s)}{360^\circ + O}$, dunque $NB = NA + AB = A + \frac{O(360^\circ + s)}{360^\circ + O} \ldots (5)$ ed è la longitudine media del Sole medio all' istante del mezzodì vero.

14. Se il Sole medio accelera sopra il vero, e che il primo sia in S' per es. quando il secondo è nel meridiano, allora la longitudine media sarà NA + il moto diurno medio s in ascensione retta + l'aumento GB' dovuto al passaggio dell' arco totale che passerà al meridiano dopo mezzodì medio sino a mezzodì vero, e quest' arco è evidentemente eguale alla differenza $s - O$ de' due moti diurni in ascensione retta vera ed in ascensione retta media, ciascuna di esse essendo presa nell' istante del mezzodì rispettivo, si avrà dunque $360^\circ + O : O :: s - O : GB' = \frac{O(s - O)}{360^\circ + O}$; dunque la longitudine media sarà nell' istante del mezzodì

vero $NB' = A + O + \frac{O(s - O)}{360° + O} = A + \frac{O(360° + s)}{360° + O} \ldots (6)$ quantità della stessa forma che quella segnata (5).

15. Or la differenza fra l' ascensione retta vera e media, è nel primo caso $AB = NB - NA = A + \frac{O(360° + s)}{360° + O} - A - s = \frac{360°(O - s)}{360° + O}$, e nel secondo caso, essa sarà $AB' = NA - NB' = A + s - A - \frac{O(360° + s)}{360° + O} = \frac{360°(s - O)}{360° + O} \ldots (7)$; quindi la differenza cercata è in ambi i casi nell' istante del mezzodì vero $\frac{360°(\pm O \mp s)}{360° + O} \ldots (8)$.

Dunque la differenza fra il giorno vero ed il giorno medio si ha dalla seguente proporzione $360° : 24^{or} :: \frac{360°(\pm O \mp s)}{360° + O} : t = \frac{24^{or}(\pm O \mp s)}{360° + O} \ldots (9)$. E la lunghezza T del giorno vero in tempo medio sarà $24^{or} \mp \frac{24^{or}(\pm O \mp s)}{360° + O} = \frac{24^{or}(360° + s)}{360° + O} \ldots (10)$, risultato identico con quello segnato (3).

16. L' equazione (9) fa vedere che per conoscere la differenza fra un giorno vero ed un giorno medio, bisogna ridurre in tempo a ragione di 24^{or} non per 360°, secondo la regola dell' equazione del tempo, ma per 360° 59′ 8″,3 la differenza $\pm O \mp s$ fra il moto diurno medio del Sole ed il suo moto diurno vero in ascensione retta: conversione che viene così prescritta da *La Caille* nella sua Opera immortale, intitolata Lezioni Elem. di Astr. artic. 465. ediz. di Parigi 1780 presso la vedova Dessaint. Di sopra abbiam veduto che la ragione n' è, perchè ciascuno di questi moti diurni viene quì preso nel momento del rispettivo mezzodì.

17. Per i stessi principj si calcolerebbe con somma facilità, e rigorosamente il passaggio d' una Stella o d' un Pianeta al Meridiano, senza ricorrere alle diverse correzioni impiegate praticamente dagli Astronomi. Sia O una Stella sul meridiano OA, S ovvero S′ il Sole che ritarda o accelera il suo passaggio rapporto a quella; la differenza del-

le ascensioni rette sarà AB ovvero AB′ nel momento in cui l'astro è al meridiano: la quantità di cui cresce l'ascensione retta media del Sole nell'intervallo de' due passaggi al meridiano è BD ovvero BG′ $= \frac{s\,(\text{AB ovvero AB}')}{360°}$; dunque l'arco totale che passerà in simile intervallo di tempo sarà AB + BD ovvero AB′ + B′G cioè $\frac{\text{AB ovvero AB}'\,(360° + s)}{360°}$;

dunque $360° + s : 24^{or} :: \frac{\text{AB ovvero AB}'\,(s + 360°)}{360°} : T = \frac{24^{or}\ \text{AB ovvero AB}'}{360°}$ ... (11).

La formola precedente fa vedere, che per trovare il tempo del passaggio di un astro al meridiano bisogna ridurre in tempo, a ragione di 15° per ora, la differenza fra l'ascensione retta vera del Sole e quella dell'astro, prese ciascuna nell'istante in cui l'astro è al meridiano.

18. Ma siccome nella pratica dell'Astronomia si calcola questa differenza per l'istante del mezzodì vero, ciò che dà luogo alle correzioni che ho mentovate quì sopra, così per liberarsi dalle medesime, basta sostituire nella proporzione precedente il semplice arco AD ovvero AG ch'esprime l'accennata differenza nell'istante del mezzodì vero. Chiamisi D questa differenza, si avrà $T = \frac{24^{or}\,D}{360° + s}$ ... (12), tempo esatto del passaggio.

19. Il tempo del passaggio di un Pianeta si troverebbe con eguale facilità. Sia D la differenza fra l'ascensione retta vera del Sole e quella del Pianeta nell'istante del mezzodì vero; P il moto diurno del pianeta in ascensione retta; X l'arco dell'equatore che passerà al meridiano nell'intervallo del passaggio del Sole e del Pianeta al meridiano: l'arco X è evidentemente eguale all'arco D, più l'accrescimento dovuto al moto diurno del Pianeta corrispondente al mentovato intervallo di tempo: egli è chiaro che per trovare questo accrescimento basterà fare

$360° + s : P :: X : \frac{PX}{360° + s}$; dunque $X = D + \frac{PX}{360° + s}$;

d'on-

d' onde $X = \frac{D(360^\circ + s)}{360^\circ + s - P}$; quindi

$$360^\circ + s : 24^{or} :: \frac{D(360^\circ + s)}{360^\circ + s - P} : T = \frac{24^{or} D}{360^\circ + s - P} \ldots (13).$$

20. Con pari facilità si troverebbe una Formola de' passaggi de' Pianeti, sotto diversi meridiani: basta sostituire, nella Formola precedente, a D la differenza delle due ascensioni rette vere corrispondente al meridiano in quistione. Sia d l' arco intercetto fra il meridiano delle tavole ed il nuovo meridiano: sia per un momento d occidentale relativamente al meridiano delle tavole; l' ascensione retta vera del Sole crescerà d' una quantità eguale al 4° termine della proporzione $360^\circ : s :: d : \frac{sd}{360^\circ}$; similmente l' ascensione retta vera del pianeta crescerà d' una quantità rappresentata dal 4° termine della proporzione

$360^\circ + s : P :: d + \frac{sd}{360^\circ} : \frac{Pd}{360^\circ}$; dunque la differenza fra le due ascensioni rette vere sarà $D + \frac{Pd}{360^\circ} - \frac{sd}{360^\circ} = D + \frac{(P-s)d}{360^\circ}$: se il nuovo meridiano è orientale, allora l' ascensione retta vera del pianeta è minore di quella che corrisponde al meridiano delle tavole della quantità $\frac{Pd}{360^\circ}$, e l' ascensione retta vera del Sole è similmente minore della quantità $\frac{sd}{360^\circ}$; dunque la differenza delle due ascensioni rette vere sarà $D - \frac{Pd}{360^\circ} - (-\frac{sd}{360^\circ}) = D + \frac{(s-P)d}{360^\circ}$: ed in generale tale differenza sarà $D \pm \frac{(P-s)d}{360^\circ}$; dunque il tempo cercato sarà $T = \frac{24^{or}\left(D \pm \frac{(P-s)d}{360^\circ}\right)}{360^\circ + s - P} \ldots (14)$; + ovvero − secondo che il meridiano in quistione è all' occidente, ovvero all' oriente del meridiano tabulare, rapporto a cui

la differenza delle due ascensioni rette vere è D nell' istante di mezzodì.

21. Se $P = 0$, allora la Formola precedente darà il tempo del passaggio d' un astro a un meridiano diverso da quello delle tavole, e si avrà $T = \dfrac{24^{or}\left(D \mp \dfrac{sd}{360^\circ}\right)}{360^\circ + s - P}$ .... (15);
— ovvero + secondo che il nuovo meridiano è all' occidente ovvero all' oriente del meridiano delle tavole.

22. D' onde si vede che se il tempo del passaggio d' un pianeta ad un meridiano occidentale per es. rapporto al meridiano tabulare è maggiore del tempo per quest' ultimo meridiano, quello del passaggio d' un astro invece è minore del tempo per il meridiano delle tavole, e *vice versa* se il nuovo meridiano è all' oriente del tabulare. Spero che i Geometri miei colleghi mi scuseranno di aver forse allungata di troppo questa memoria, in favore della esattezza con cui ho cercato di sviluppare questi principj, che pur sono fra i fondamenti di tutta l' Astronomia.

Fig 2.

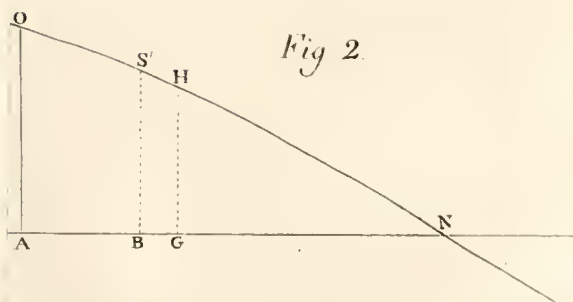
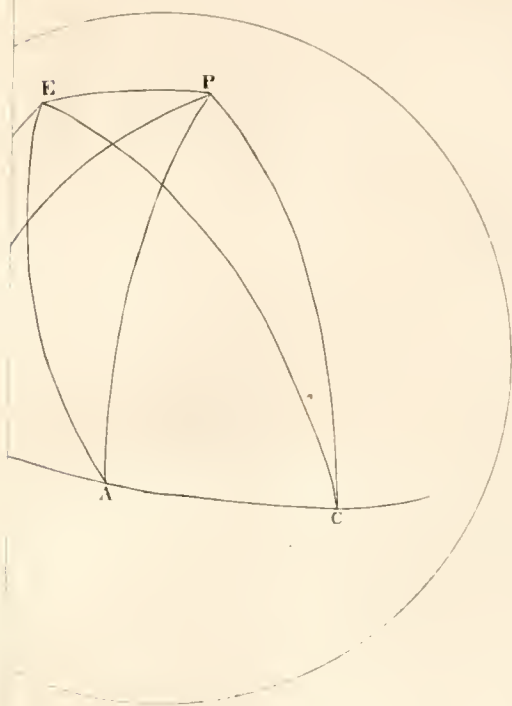
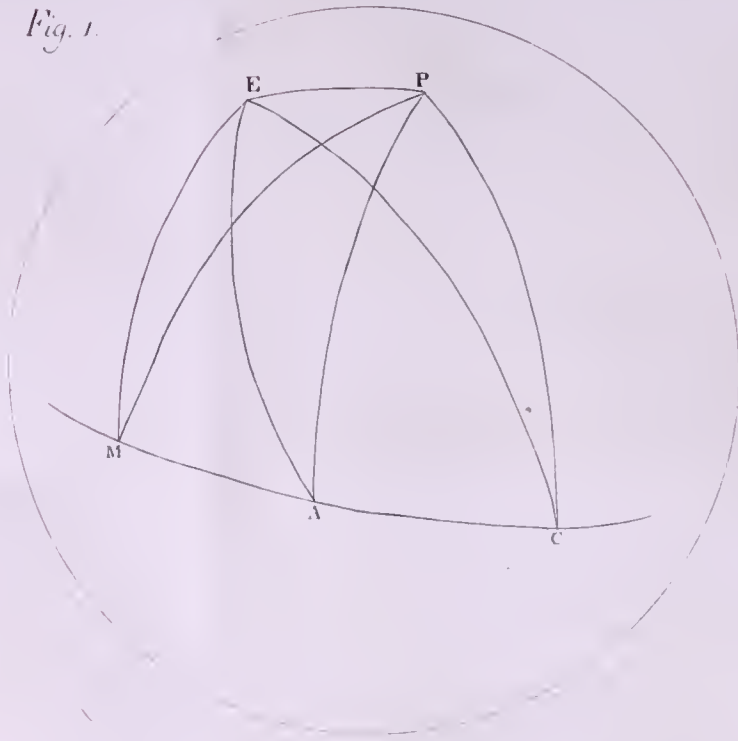
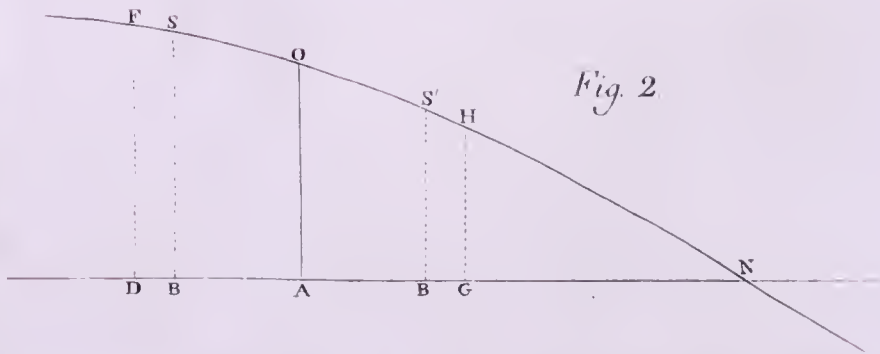



Fig. 1.
E
P
M
A
C
Fig. 2.
F
S
O
S'
H
N
D
B
A
B
G

NATURA DELLE RADICI DELLE EQUAZIONI LITTERALI DI QUINTO, E DI SESTO GRADO. E NUOVO METODO PER LE RADICI PROSSIME DELLE EQUAZIONI NUMERICHE DI QUALUNQUE GRADO.

DI TEODORO BONATI.

Ricevuta li 17. Ghiacciajo An. VII. (7. Dicembre 1798.)

IDEA DELL' OPERA.

SAnno i Matematici, che date le radici delle equazioni inferiori si può avere la natura delle radici di una equazione data: Ma perchè finora non abbiamo un metodo generale, che ci dia le radici delle equazioni oltre il quarto grado, pareva, che non s' avesse da sapere al più, che la natura delle radici delle equazioni litterali di quinto grado: Io darò questa, ed anche quella delle radici delle equazioni litterali di sesto grado.

Siccome però anche nelle radici delle equazioni di terzo grado siamo, si può dire, in parte mancanti accagione del *caso irriducibile* (e di questa mancanza ne risentono anche le equazioni di quarto grado) premetterò un breve esame di queste: Accennerò d' onde avvenga, che nel caso irriducibile la formola Cardanica involva dei valori immaginarj, che talvolta la rendono incomoda, e presso che inutile; e supplirò a questo difetto con formole trascendenti bensì, però semplici e maneggiabili, tratte dai Coseni.

Ricorro in quest' indagine alle Curve dal Newton dette *Paraboliche*, delle quali ànno fatto uso nello stesso proposito Giacomo Bernoulli, de l' Hopital, Cramer, Stirling, e du Gua.

In appresso espongo un nuovo metodo per trovare dei valori prossimi di tutte le radici reali di qualunque equazione numerica. Vi ravviso dei vantaggi notabili sopra gli altri metodi finora praticati. Fo discendere questo nuovo metodo principalmente dalle tangenti tirate opportunamente al-

le suddette Curve Paraboliche. Trovate, ch' ebbi le mie formole m' accorsi, che combinano precisamente con quelle del Newton, del Taylor, e dell' Eulero: Siccome però questi Autori ànno battuto delle strade di gran lunga diverse dalla mia non ànno essi veduto tutto quel buon uso di esse formole, che fortunatamente è toccato a me di scoprire.

Avendo così accostumato il Lettore alle dette Curve, vengo col Capitolo quinto ed ultimo ad impiegar queste d' una maniera più complicata di prima, per dare di nuovo la natura delle radici delle equazioni litterali di quinto e di sesto grado, indipendentemente affatto dalle radici delle equazioni di terzo e di quarto grado, e dal caso irriducibile, cosicchè la cosa riesce più brigosa bensì, ma tutta puramente algebraica.

Accenno sul fine come potrei dare ancora la natura delle radici delle equazioni litterali di settimo e di ottavo grado, dal che mi astengo giudicando miglior consiglio per tali equazioni il ridurle prima a numeri nei casi particolari, ed applicandovi indi il nuovo metodo indicato per averne prossimamente quanto si vorrà le radici stesse.

Capitolo I.

Alcune cose generali.

1. Abbiasi l'equazione $o = M + Nx + Ox^2 + Px^3 + Qx^4 + Rx^5$, ec. (A), nella quale ognuna delle costanti M, N, O, ec. possa essere positiva, o eguale al zero, o negativa. E si consideri questa equazione come un caso particolare dell' altra equazione $y = M + Nx + Ox^2 + Px^3$ ec. (B) la quale quante volte $y = o$ diviene l'equazione A.

2. Della equazione B s' intenda descritta una Curva TREHLOQ (fig. 1.) che riesce *del genere parabolico*. L'asse di questa Curva sia la SP, sulla quale le ascisse partano dal punto A positivamente verso P. Egli è manifesto, che qualora si avrà l'ordinata $y = o$ (il che nella figura accade nei punti S, C, G, K, M, P, d' incontro dell' asse colla Curva) si avrà il caso dell'equazione qualsiasi data $o = M + Nx + Ox^2 + Px^3$ ec. e che le ascisse AC, AG, AK, AM, AP

saranno radici positive, e l' altra AS sarà radice negativa della equazione data.

3. Si vede, che in Curve simili di equazioni di più radici reali, ed ineguali si devono avere delle ordinate massime, come se ne ànno nel caso della figura, le quali terminano ai vertici R, E, H, L, O, dove si sa, che dev' essere $dy = o$: E si vede ancora, che se le radici sono più di due si devono avere dei flessi contrarj, come se ne ànno ai punti D, F, I, N, nei quali si sa, che dev' essere $ddy = o$.

4. Se pertanto si differenzierà l'equazione della Curva, e si farà $dy = o$, si troverà $o = N + 2Ox + 3Px^2 + 4Qx^3$ ec. inferiore della data di un grado, e le cui radici nel caso della figura sono le ascisse Ag, Ap, Au, Aq, AZ di altrettante ordinate massime, e di altrettanti vertici. E differenziando di nuovo (presa dx costante), e facendo $ddy = o$, si troverà l' altra equazione $o = 2O + 6Px + 12Qx^2 + 20Px^3$ ec. di due gradi inferiore alla data; e le radici nel caso della figura sono le Ascisse AV, Aa, Ab, An di altrettanti flessi contrarj.

5. Sostituendo i valori delle Ag, Ap, Au, Aq, AZ, in luogo della x nella equazione B (1) della Curva si avranno le ordinate massime gE, pH, uL, fR, e sostituendo in luogo della x i valori AV, Aa, Ab, An si avranno le ordinate VD, aF, bI, nN, che terminano ai punti di flesso contrario.

6. Quando $x = o$, dalla equazione B (1) abbiamo l' ordinata $y = M$, la quale nel caso della figura è la AB negativa.

7. Se nella detta equazione B (1) la x sarà positiva, come At, ed infinita, l' ordinata $tQ = y$ si potrà dirla x^n (chiamando n l' esponente della equazione), giacchè gli altri termini Nx, Ox^2, ec. riescono in tal caso infinitamente minori del termine x^n, e sono trascurabili. Ma essendo la x positiva sarà pure positiva la quantità x^n. Dunque tQ, ch' è $= y = x^n$, sarà ordinata positiva; il che fa vedere, che la Curva alla destra, ossia dalla parte delle ascisse positive, termina in un ramo PQ infinito rivolto all' insù, ossia alla parte delle ordinate positive.

8. Se poi sarà la x negativa, come Ad, ed infinita, si avrà pure $y = x^n$. Se inoltre l' esponente n sarà numero

pari sarà $y = d$T positiva, e perciò anche dalla parte sinistra la Curva terminerà in un ramo infinito rivolto all' insù: Ma se l' esponente n sarà numero dispari, essendo x negativa sarà y negativa; ed in tal caso la Curva alla sinistra finirà in un ramo infinito all' ingiù, ossia alla parte delle ordinate negative.

9. Poichè la quantità M = AB l' abbiamo detta negativa, e tutte le ordinate $y = M + Nx + Ox^2$, ec., se la M calerà per esempio per metà, ciò vorrà dire, che tutte le ordinate negative caleranno di quella metà, e che di altrettanto cresceranno tutte le ordinate positive, il che è poi lo stesso che dire, che tutto l' asse SAMP si abbasserà parallelamente a se stesso con una discesa di quella metà. Quindi se anzi il termine M di negativo divenga positivo, ed $= c$B, ciò importerà, che l' asse da SAP passi in ecm, cosicchè se sarà A$c = q$O l' asse toccherà la curva nel vertice O. Ed in questa discesa dell' asse la radice AM crescerà mentre l' altra AP calerà fino a coincidere ambe nella sola radice cO; e le radici AG, AK diverranno immaginarie, e le due AC positive, ed AS negativa, passeranno nelle ch, ce negative.

10. Se la M ora $= c$B crescerà ancora di più in modo, che l' asse abbassandosi non incontri più la Curva, tutte le radici della equazione riusciranno immaginarie.

CAPITOLO II.

Radici della equazione $x^3 - 3a^2x \mp 2a^2c = 0$.

11. Le esposte poche cose generali bastino per ora per far comprendere, che date le radici delle equazioni inferiori si può scoprire l' andamento di tutta la Curva spettante alla equazione data, e la natura delle radici. Ora vengo al particolare delle equazioni di terzo grado, o sieno cubiche, indagando le loro radici. Qualunque di queste potrà sempre esser ridotta a qualcuna delle quattro seguenti

$$x^3 - 3a^2x \mp 2a^2c = 0$$
$$x^3 + 3a^2x \mp 2a^2c = 0.$$

Comincierò dalle due prime, e parlerò in primo luogo della equazione $x^3 - 3a^2x - 2a^2c = 0$ (R). Si consideri

questa come un caso particolare della equazione $x^3 - 3a^2x - 2a^2c = 2a^2y$ (D), equazione di una Curva, il cui asse sia HAD (fig. 2.) coll'origine delle x in A positive verso D. Facendo $x = 0$ si ha $2a^2y = - 2a^2c$, cioè $y = -c =$ AB. Differenziando si ha $3x^2dx - 3a^2dx = 2a^2dy$; e facendo $dy = 0$ si ha $x = \pm a$, cioè $x = a =$ AE; ed $x = -a =$ AF. Quando $x = a =$ AE, sostituendo in D si ha $y = -a - c$. Presa pertanto l'ordinata EC $= -a - c$, sarà C un vertice. E quando $x = -a =$ AF, sostituendo in D si ha $y = a - c$. Se $a > c$, sarà y positiva, e questa sia la FG $= a - c$; e sarà G un altro vertice. Facendo $ddy = 0$ (presa dx costante) si à $6xdx^2 = 0$, onde per essere $6dx^2$ quantità costante sarà $x = 0$; il che mostra, che in B (punto della Curva corrispondente all' ascissa $x = 0$) si ha un flesso contrario. Poste queste cose, e sapendosi che la curva dee terminare alla destra in un ramo ascendente, ed alla sinistra in un ramo discendente (7, 8) si comprende, che l' andamento della curva dev' essere a un dipresso come XGCF della fig. 2., e che l' asse si trova tra il vertice G, ed il flesso contrario B, come HAD, cosicchè dovrà necessariamente incontrare la curva in tre punti come H, I, D, nei quali si ha $y = 0$, cosicchè si ànno tre casi della equazione data $x^3 - 3a^2x - 2a^2c = 0$, la quale ha perciò tre radici reali, una positiva AD, e due negative AI, AH, le quali prese insieme (per essere l' equazione mancante del secondo termine) devono essere eguali alla sola AD positiva.

12. Questo sta finchè $a > c$. Che se la c crescerà in maniera, che sia $a = c$, la FG, ch' era $= a - c$, sarà divenuta $= 0$, e l' asse da HD sarà passato in GKL al contatto della curva nel vertice G, cosicchè le due radici AI, AH caderanno ora ambe in KG, dove si avranno perciò due radici negative eguali fra di loro, che insieme devono essere eguali alla positiva KL, e siccome KG $=$ AF $= -a$ (11), sarà KL $= 2a$.

13. Che se diverrà $a < c$, in luogo della FG $= a - c$ positiva avremo una MG $= a - c$ negativa, e ciò importerà che l' asse siasi alzato come in MNP, nel qual caso non si avrà, che un solo incontro dell' asse colla curva come in P, e non si avrà, che una sola radice reale, come NP, che sarà positiva.

14. Se l'asse da HAD si fosse anzi abbassato come fino in *dah*, al punto *a* (dove $x = 0$) corrisponderebbe un' ordinata *a*B positiva, ed apparterrebbe questo caso all'equazione $x^3 - 3a^2x + 2a^2c = 0$, e le sue radici sarebbero le due *ah*, *ai* positive, e la terza *ad* negativa. Ed abbassandosi ancora l'asse come fino in XV*c*, non si avrebbe più che una sola radice reale VX, che è negativa.

15. Per avere analiticamente le radici della prima equazione $x^3 - 3a^2x - 2a^2c = 0$ (A) il Cardano suppone in primo luogo la $x = t + z$, onde si ha $t^3 + 3zt^2 + 3z^2t + z^3 - 3a^2t - 3a^2z - 2a^2c = 0$ (C). Poi fa l' altra ipotesi di $3zt^2 + 3z^2t - 3a^2t - 3a^2z = 0$ (D), il che è poi lo stesso, che supporre $tz - a^2 = 0$, giacchè questo è appunto ciò, che risulta dividendo D per $3t + 3z$. Si ha perciò così $z = \frac{a^2}{t}$. Sottraendo poi D da C rimane $t^3 + z^3 - 2a^2c = 0$, cioè (sostituendo il valore della z per t) $t^6 - 2a^2ct^3 + a^6 = 0$, ed in conseguenza $t^3 = a^2c \pm a^2\sqrt{(c^2 - a^2)}$, e $t = \sqrt[3]{\left(a^2c \pm a^2 \sqrt{(c^2 - a^2)}\right)}$. E perchè x è ancora $z = \frac{a^2}{t}$ colla stessa regola si trova $z = \sqrt[3]{\left(a^2c \pm a^2\sqrt{(c^2 - a^2)}\right)}$.

16. Per togliere l'ambiguità dei segni prefissi ai vincoli radicali si osservi, che essendo $tz = a^2$ dev' essere ancora

$$\sqrt[3]{\left(a^2c \ldots a^2\sqrt{(c^2 - a^2)}\right)} \times \sqrt[3]{\left(a^2c \ldots a^2\sqrt{(c^2 - a^2)}\right)} = a^2,$$

il che si ottiene allora solamente quando posto $t = \sqrt[3]{\left(a^2c + a^2\sqrt{(c^2 - a^2)}\right)}$ si metta $z = \sqrt[3]{\left(a^2c - a^2\sqrt{(c^2 - a^2)}\right)}$ o vice-versa. Dunque $x = t + z = \sqrt[3]{\left(a^2c + a^2\sqrt{(c^2 - a^2)}\right)} + \sqrt[3]{\left(a^2c - a^2\sqrt{(c^2 - a^2)}\right)}$ è radice cardanica della equazione A (15).

17. Si divida ora la data equazione A per $x - (t + z)$, e si arriverà al residuo $(t + z)^3 - 3a^2(t + z) - 2a^2c$, il quale, perchè $t + z = x$, non sarà che la data equazione, e perciò sarà $= 0$; onde il quoziente, il quale è $x^2 + (t + z)x + (t + z)^2 - 3a^2$, sarà intiero. Per trovare i due fattori lineari dello stesso quoziente si metta esso $= 0$,

e si

e si troverà $x = -\frac{(t+z) \pm \sqrt{(-3)}\sqrt{(t^2+2tz+z^2-4a^2)}}{2}$.

Ma $-4a^2 = -4tz$. Dunque sarà $x = \frac{-(t+z) \pm \sqrt{(-3)}\sqrt{(t^2-2tz+z^2)}}{2} = -\frac{(t+z) \pm \sqrt{(-3)}\cdot(t-z)}{2}$;

d'onde a cagione dei due segni prefissi al termine radicale si ricaveranno le altre due radici, cioè

$$x'' = \frac{-1+\sqrt{(-3)}}{2}\cdot t + \frac{-1-\sqrt{(-3)}}{2}\cdot z = \frac{-t-z}{2} + \frac{t-z}{2}\sqrt{(-3)}$$

$$x''' = \frac{-1-\sqrt{(-3)}}{2}\cdot t + \frac{-1+\sqrt{(-3)}}{2}\cdot z = \frac{-t-z}{2} - \frac{t-z}{2}\sqrt{(-3)}.$$

Capitolo II.

Caso irriducibile.

18. Qualora $a>c$, ossia $a^2>c^2$, i suddetti valori delle x', x'', x''' perchè comprendono la quantità $\sqrt{(c^2-a^2)}$ ànno l'aspetto d'immaginarj, dove che siamo certi che appunto nello stesso caso di $a>c$ l'equazione ha tre radici reali, giacchè abbiamo veduto al n. 11., che quando $a>c$ l'asse cade come in HAD tra il vertice G ed il punto B, cosicchè si ànno una radice reale positiva AD, e due reali negative AI, AH. Egli è questo il così detto *Caso irriducibile*, che *multorum torsit ingenia*. E d'onde deriva codesta irregolarità? Eccolo. Abbiamo veduto al n. 15. come il Cardano fa le due ipotesi, una della $x=t+z$, e l'altra di $tz-a^2=0$, ossia $tz=a^2$. Finchè $a<c$, questo non implica. Ma quando $a>c$, le due ipotesi sono realmente incompossibili, perchè allora posto $x=t+z$, non potrà essere $tz=a^2$, ma sarà sempre $tz<a^2$, il che io lo dimostro nella seguente maniera.

Si sa, che essendo $x=AD=t+z$, il prodotto tz è

massimo quando sia t una metà della AD come Au, e z sia l'altra metà uD; ed allora tz sarà Au.uD. Si divida per metà anche la KL in b. Poichè abbiamo KL $= 2a$ (12), sarà K$b = a$, e bL $= a$, onde $a^2 =$ Kb.bL. Ma AD<KL; dunque anche le metà della AD saranno minori delle metà della KL, ed in conseguenza il prodotto delle prime, cioè Au.uD sarà minore del prodotto delle seconde, cioè di Kb.bL, e perciò $tz < a^2$. E nei casi delle x negative, cioè della $x =$ AI, e della $x =$ AH, siccome AI $+$ AH $=$ AD (11), tanto AI che AH è minore della AD; e volendosi anche in questi casi $x = t + z$, tanto più sarà negli stessi casi $tz <$ Kb.bL, ossia $tz < a^2$. Dunque essendo $a > c$ non possono stare insieme le due ipotesi fatte al n. 15., di $x = t + z$, e di $tz = a^2$.

19. Partendo pertanto la formola Cardanica, nel Caso irriducibile o sia di $a > c$, da due ipotesi realmente incompossibili, non è meraviglia che tale formola esibisca delle radici sotto un aspetto impossibile ed immaginario, in tempo che tutte e tre le radici della equazione cubica sono reali.

20. Piacque codesta Formola, utile soltanto pel caso di $a < c$, ed affatto inutile nell'altro caso di $a > c$, quasi due secoli, cioè fino al 1738., quando Nicole (Memorie dell' Accademia di Parigi) mostrò la maniera di ridurla ad una serie libera da termini immaginarj. Ma di una tal serie non si è trovata la somma, onde il valore da essa risultante della radice cercata sarà un valore soltanto prossimo; e l'averlo di una prossimità conveniente costa la non lieve fatica di calcolare un buon numero di termini della serie, particolarmente quando ci accostiamo al caso di $a = c\sqrt{2}$, nel quale la serie perchè s'accosta ad esser parallela (si veda lo Scritto del Ch. Lorgna de Casu irreductibili) diviene presso che inutile per la molta fatica in calcolare un numero sempre maggiore di termini affine di ottenere una sufficiente approssimazione. Per la qual cosa sembra molto meglio allora il ricorrere ai Coseni, nella maniera che vengo ad esporre, con che si ànno delle formole bensì anch' esse d'approssimazione, ma che però sono assai semplici, e maneggiabili.

21. Alla corda AB (fig. 3.) di un arco circolare AFB sia normale il raggio CIF. Sieno eguali fra di loro le al-

tre tre corde AD, DE, EB. Sarà DE parallela alla AB. Sieno condotti altri due raggi CE, CB, e la EG sia normale alla AB. Sia il raggio $CF = 2a$; e la distanza CI della corda AB dal centro si dica $2c$; e si metta la $CH = x$. Sarà $IB = \sqrt{(CB^2 - CI^2)} = \sqrt{(4a^2 - 4c^2)} = 2\sqrt{(a^2 - c^2)} = 2m$; ed $HE = \sqrt{(CE^2 - CH^2)} = \sqrt{(4a^2 - x^2)} = IG$; onde sarà $GB = IB - IG = 2m - \sqrt{(4a^2 - x^2)}$, e sarà $HI = CH - CI = x - 2c = EG$; ed $EB = ED = 2HE = 2\sqrt{(4a^2 - x^2)}$. Ma $EB^2 = EG^2 + GB^2$. Dunque $16a^2 - 4x^2 = x^2 - 4cx + 4c^2 - 4m\sqrt{(4a^2 - x^2)} + 4a^2 - x^2$, cioè $m\sqrt{(4a^2 - x^2)} = x^2 - cx - 2a^2$. E quadrando, e riducendo, $x^4 - 2cx^3 - 3a^2x^2 + 4a^2cx + 4a^2c^2 = 0$; e dividendo per $x - 2c$ si ha $x^3 - 3a^2x - 2a^2c = 0$, della quale equazione si vede, che una radice è la $CH = x$ coseno dell'arco FE.

22. La stessa corda AB divide tutta la periferia in due archi, uno minore AFB, e l'altro maggiore BNZA (fig. 4.). A questo maggiore s' intendano applicate pure tre corde eguali BN, NM, MA, delle quali la NM sarà parallela alla AB, onde il diametro FICZ normale alla AB sarà normale ancora alla MN. Si cerchi ora la CP. Essendosi detta $CH = x$ (fig. 3.) sarà da dirsi la CP (fig. 4.) $= -x$, onde $IP = IC + CP = 2c - x = BQ$ condotta parallela al diametro FZ. Sarà poi $PN = \sqrt{(CN^2 - CP^2)} = \sqrt{(4a^2 - x^2)}$; onde $QN = PN - IB = \sqrt{(4a^2 - x^2)} - 2m$. E la $BN = MN = 2PN = 2\sqrt{(4a^2 - x^2)}$. Ma $BN^2 = \pm BQ^2 + QN^2$. Dunque $16a^2 - 4x^2 = (2c - x)^2 + \left(\sqrt{(4a^2 - x^2)} - 2m\right)^2$, d' onde ricavasi $x^3 - 3a^2x - 2a^2c = 0$ come sopra; della qual equazione si vede, che un' altra radice è la $CP = -x$ coseno dell' arco MZ.

23. Posta la corda AB come sopra, s' intendano ora le tre altre corde eguali fra di loro AR, RO, OB (fig. 5.) dei tre archi eguali ABR, RZO, OAB. Anche la OR sarà parallela alla AB, e normale al diametro FIZ, cui sia parallela la BT; e si cerchi la CV da dirsi pure $= -x$. Sarà $IV = IC + CV = 2c - x = BT$. La $VR = \sqrt{(CR^2 - CV^2)} = \sqrt{(4a^2 - x^2)} = OV$; onde $OB = OR = 2VR = 2\sqrt{(4a^2 - x^2)}$; ed $OT = OV + IB = \sqrt{(4a^2 - x^2)} + 2m$. Ma $OB^2 = BT^2 + OT^2$. Dunque sarà $16a^2 - 4x^2 = (2c - x)^2 +$

$(\sqrt{(4a^2 - x^2)} - 2m)^2$, d'onde ricavasi tuttora $x^3 - 3a^2x - 2a^2c = 0$; della qual equazione si vede, che la terza radice è la $CV = -x$ coseno dell'arco ZR.

24. Ora si dica φ l'arco FB (fig. 3.) dell'angolo FCB, che è noto per essere dato il raggio $2a$, e la distanza $CI = 2c$ della corda AB dal centro. Poichè $FE = \frac{1}{3}\varphi$, sarà $CH = x = \cos.\frac{1}{3}\varphi$. Poichè $FB = \varphi$, sarà l'arco AFB $= 2\varphi$; e l'arco BNMA (fig. 4.) $= 360^\circ - 2\varphi$. Ma ZN è la sesta parte di BNZA. Dunque $CP = -x = \cos.\frac{1}{6}(360^\circ - 2\varphi)$.

25. I tre archi eguali ABR, RZO, OFB (fig. 5.) sono tutta la periferia con l'arco AFB, cioè sono $360^\circ + 2\varphi$. Ma ZR è la metà di uno d'essi. Dunque è la sesta parte della loro somma. Dunque $CV = -x = \cos.\frac{1}{6}(360^\circ + 2\varphi)$.

26. Pertanto le tre radici della equazione $x^3 - 3a^2x - 2a^2c = 0$ sono

$$x = \cos.\frac{1}{3}\varphi$$

$$x = -\cos.\frac{1}{6}(360^\circ - 2\varphi)$$

$$x = -\cos.\frac{1}{6}(360^\circ + 2\varphi),$$ essendo φ un arco descritto col raggio $2a$, e che à per Coseno $2c$.

27. E quì si può notare, che poichè questi, che sono veri valori delle radici della equazione $x^3 - 3a^2x - 2a^2c = 0$ sono valori trascendenti, ne viene che la formola Cardanica, se contiene i veri valori delle stesse radici, li deve contenere essa pure trascendentemente, e che perciò non sarà mai riducibile a termini reali finiti algebraici.

28. Poichè in questo ricorso ai coseni si è supposto $2a$ raggio, e $2c$ coseno, ed il raggio è sempre maggiore del coseno, ciò fa vedere che le radici quì sopra esposte suppongono $a > c$, cioè suppongono il *caso irriducibile*. Negli altri casi poi o di $a = c$, o di $a < c$, non v'ha il bisogno dei coseni, giacchè allora la quantità $\sqrt{(c^2 - a^2)}$ componente la formola Cardanica non è più immaginaria.

29. Col metodo dei n. 15, 16 si trova, che una radice dell' altra equazione $x^3-3a^2x+2a^2c=0$ è $\sqrt[3]{\left(-a^2c+a^2\sqrt{(c^2-a^2)}\right)}+\sqrt[3]{\left(-a^2c-a^2\sqrt{(c^2-a^2)}\right)}$, la quale, se $a<c$, è reale unica e negativa (14). Se poi $a>c$, saremo pure al caso irriducibile, ed al caso di abbisognare del ripiego dei coseni (20). Per questo è da considerare, che se nella equazione esaminata quì sopra $x^3-3a^2x-2a^2c=0$ in luogo della x metteremo $-x$, risulterà l' altra equazione $x^3-3a^2x+2a^2c=0$, le cui radici perciò non saranno altro che le già trovate della equazione precedente, però da prendersi col segno contrario. Con che restano esaurite tutte le radici della equazione duplice $x^3-3a^2x\mp 2a^2c=0$ proposta da principio al n. 11.

30. Resta da parlare adesso delle altre due equazioni $x^3+3a^2x\mp 2a^2c=0$, che colle altre due esaminate comprendono tutti i casi delle equazioni cubiche. Esaminiamo prima la $x^3+3a^2x-2a^2c=0$, e consideriamola come caso particolare dell' equazione $x^3+3a^2x-2a^2c=2a^2y$, equazione di una curva, il cui asse sia DE (fig. 6.) coll' origine delle x in D. Quando $x=0$, sarà $2a^2y=-2a^2c$, cioè $y=-c$. Presa pertanto l' ordinata DA $=-c$, sarà A un punto della curva. Facciasi $dy=0$, ed in questa ipotesi si troverà $x^2=-a^2$; ed $x=\pm(\sqrt{-a^2})$, quantità immaginaria. Dunque la curva non ha vertici. Facendo $ddy=0$, si troverà (presa dx costante) $6xdx^2=0$, cioè $x=0$. Dunque la curva ha un flesso contrario in A, punto corrispondente alla $x=0$. L' esponente della equazione è dispari, onde la curva alla destra ascenderà, ed alla sinistra si abbasserà (7,8). Quindi l' andamento della curva sarà come QAEH, il quale mostra che l' equazione data ha una sola radice reale DE, che è positiva.

31. Per trovare la DE analiticamente si metta $x=t+z$, ed operando come ai n. 15 e 16, si avrà DE $=x=\sqrt[3]{\left(a^2c+a^2\sqrt{(c^2+a^2)}\right)}+\sqrt[3]{\left(a^2c-a^2\sqrt{(c^2+a^2)}\right)}$. L' indagine dell' espressione delle altre due radici è inutile perchè sono immaginarie.

32. Col metodo spiegato si trova, che l'altra equazione $x^3+3a^2x+2a^2c=0$ appartiene alla stessa curva QAEH,

ma con l' asse come in GR, e che ha una sola radice reale $RG = \sqrt[3]{\left(-a^2c + a^2\sqrt{(c^2+a^2)}\right)} + \sqrt[3]{\left(-a^2c - a^2\sqrt{(a^2c+a^2)}\right)}$ che è negativa.

Capitolo III.

Radici delle equazioni di quarto grado.

33. Per tutte le equazioni di quarto grado serva la $x^4 + 6ax^2 + 8cx + 3h = 0$, nella quale ciascuna delle a, c, h può essere negativa. Per averne le radici un metodo praticato è il seguente. Si scriva $x^4 + 6ax^2 = -8cx - 3h$. S'aggiunga ad ambe le parti la quantità $4u^2x^2 + (2u^2 + 3a)^2$, e si avrà $x^4 + 6ax^2 + 4u^2x^2 + (2u^2 + 3a)^2 = 4u^2x^2 - 8cx + (2u^2 + 3a)^2 - 3h$. Si divida poscia per $4u^2$, e si estragga la radice quadrata; si avrà per risultato $\frac{x^2 + 2u^2 + 3a}{2u}$ $= \pm\sqrt{\left(x^2 - \frac{2cx}{u^2} + \frac{(2u^2+3a)^2 - 3h}{4u^2}\right)}$.

34. La quantità sotto il vincolo radicale sarà un quadrato, se il quadrato della metà del coefficiente del secondo termine sia eguale all' ultimo termine, cioè se sarà $\frac{c^2}{u^4} =$ $\frac{(2u^2+3a)^2 - 3h}{4u^2}$ (A). Sostituendo nella equazione ultima del numero precedente, si avrà allora $\frac{x^2 + au^2 + 3a}{2u} =$ $\pm\sqrt{\left(x^2 - \frac{2cx}{u^2} + \frac{c^2}{u^4}\right)} = \pm\left(x - \frac{c}{u^2}\right)$ cioè $x^2 \mp 2ux =$ $-3a \mp \frac{2c}{u} - 2u^2$; d' onde si ricavano i quattro seguenti valori della x, cioè

$$x = u \pm \sqrt{\left(-3a - \frac{2c}{u} - u^2\right)}$$

$$x = -u \pm \sqrt{\left(-3a + \frac{2c}{u} - u^2\right)}.$$

35. Resta da trovare il valore della u dalla equazione A precedente, la quale ridotta opportunamente diviene $u^6 + 3au^4 + \frac{9a^2u^2 - 3hu^2 - 4c^2}{4} = 0$. Per togliere il secondo termine si faccia $u^2 = z - a$. Sostituendo si ricaverà $z^3 - \frac{3a^2z + 3hz}{4} - \frac{a^3 - 3ah - 4c^2}{4} = 0$ (B).

36. Si metta $\frac{a^2 + h}{4} = m^2$, e $\frac{-a^3 + 3ah - 4c^2}{4} = -2m^2n$, e l' equazione diverrà $z^3 - 3m^2z - 2m^2n = 0$, equazione che apparterrà al caso irriducibile, quando sia $m > n$ (18, 26). Col capitolo precedente potremo sempre trovare il valore o i valori della z, per avere quello di $u^2 = z - a$, ed ancora della u, che sostituiti nelle formole del n. 34 ci daranno finalmente i valori della x, in a e c.

Capitolo IV.

Natura delle radici delle equazioni litterali di quinto e di sesto grado.

Articolo I.

Natura delle radici delle equazioni litterali di quinto grado.

37. In questi due articoli farò uso di equazioni mancanti del termine penultimo, giacchè questo si può sempre togliere. Basta togliere prima il secondo termine, e poi mettere l' incognita eguale all' ultimo termine diviso per una nuova incognita. Sia pertanto proposta l' equazione $x^5 - 5ax^4 + 5cx^3 - 5hx^2 + i = X = 0$. Sia $X = y$ equazione di una curva dell' asse AQ (fig. 7.) coll' origine delle x in A. Fatta $x = 0$ sarà $y = i$. Presa perciò un' ordinata $AB = i$, sarà B un punto della curva. Fatta $dy = 0$, si avrà $x^4 - 4ax^3 + 3cx^2 - 2hx = 0$, cioè $x = 0$, ed $x^3 - 4ax^2 + 3cx - 2h = T = 0$. Dunque al punto B sta un vertice della curva. L' equazione $T = 0$ può avere una sola radice, e può averne tre. Si suppongano tre, e tutte positive, e siano le AM, AO, AQ, che saranno ascisse di altrettanti ver-

tici. Poichè codeste tre ascisse, o radici, si sanno trovare, le intenderò sostituite ognuna di esse successivamente in $X = y$ in luogo della x, e così si avranno le corrispondenti ordinate, le quali siano per esempio MD, OF, QH. Quindi l' andamento della curva sarà come KBDFHI: Nel caso della figura si ha una sola radice reale AK, ch' è negativa. Se i calando divenisse $=$ BE, si dovrà concepire l'asse in CER, e si avranno una radice negativa EC, e due EN, ER positive. E se i calando vieppiù divenisse come BT, si avranno cinque radici reali, una negativa TS, e quattro positive TV, TZ, Ta, Tc. E se i divenisse come Be, si avranno una radice reale negativa ed, e due positive ef, em.

38. Che se l' equazione cubica $T = o$ non avrà che una radice reale positiva, ciò vorrà dire, che oltre il vertice B non ve ne sarà che un altro, come D, e la curva della fig. 7 si trasformerà nella curva della fig. 8; nel qual caso se l' asse sarà in KM si avrà una sola radice negativa AK; e se l' asse sarà in CEN si avranno tre radici reali, due positive EG, EN, ed una negativa EC.

39. Troppo lungo sarebbe tener quì dietro a tutte le combinazioni possibili dei segni, e dei rapporti delle costanti fra di loro, cosa non difficile da eseguirsi da ognuno nei casi particolari.

Articolo II.

Natura delle radici delle equazioni litterali di sesto grado.

40. L' equazione data sia $x^6 + 6ax^5 + 6cx^4 + 6fx^3 + 6gx^2 + h = D = o$ mancante del termine penultimo (37), nella quale ognuna delle a, c, f, g, h può essere positiva, o negativa. Si dica $D = y$ equazione di una curva dell' asse SP (fig. 1.) coll' origine delle x in Z. Fatta $x = o$ si ha $y = h$. Sia questa negativa, e ad essa si prenda eguale la ZR. Fatta $dy = o$ sarà $x^5 + 5ax^4 + 4cx^3 + 3fx^2 + 2gx = o$, cioè $x = o$, ed $x^4 + 5ax^3 + 4cx^2 + 3fx + 2g = E = o$. Dunque in R si ha un vertice. Se le radici della equazione $E = o$ sono tutte reali e positive, queste siano come le Zg, Zp, Zu, Zq, e saranno ascisse di altrettanti vertici.

Da-

Date le radici delle equazioni cubiche (26) si ànno anche le radici della equazione biquadratica $E = 0$. Si sostuisca pertanto ognuna di esse successivamente in $D = y$ in luogo della x, e così si avranno le corrispondenti ordinate, le quali siano per esempio gE, pH, uL, qO. Quindi l' andamento della curva sarà come SREHLOQ. Così crescendo o calando la ZR, si potrà sapere se l' asse si alzi sopra L o sopra E, oppure se si abbassi sotto il vertice H, sotto il vertice O, sotto il vertice R; con che si saprà sempre quante siano le radici reali positive, e negative. Se l' equazione biquadratica $E = 0$ non avesse che due radici reali, la curva oltre il vertice R ne avrebbe altri due soli, come E, H; e l' equazione data non potrebbe avere più di quattro radici reali. E se l' equazione $E = 0$ avesse tutte le radici immaginarie, la curva avrebbe il solo vertice R, e l' equazione data non potrebbe avere che due radici reali; e potrebbe averle essa pure tutte immaginarie nel caso di h positiva.

41. Chi avesse la curiosità di avere la natura delle radici delle equazioni litterali di quinto, e di sesto grado indipendentemente dal caso irriducibile, e senza il bisogno di ricorrere ai coseni, passi al n. 107, e segg.

Capitolo V.

Nuovo metodo per le radici prossime delle equazioni numeriche di qualunque grado.

42. Per una più facile esposizione ed intelligenza del metodo, comincierò dalle equazioni di secondo grado. Pertanto sia $x^2 - 7x + 10 = Z = 0$. Si consideri al solito questa come caso particolare della equazione $Z = y$ di una curva, il cui asse sia AQ (fig. 9) coll' origine delle ascisse x in A. Fatta $x = 0$ si ha $y = 10$. Dunque al punto A, dove $x = 0$, si alzi un' ordinata $AB = 10$, e sarà B un punto della curva. Differenziando sarà $2xdx - 7dx = dy$; e quando $dy = 0$, sarà $x = \frac{7}{2} = 3,5$. (giova quì di molto l' uso dei decimali). Presa pertanto $Aq = 3,5$ sarà questa l' ascissa di un vertice. E perchè quando $x = 3,5$ si trova

$y = -2{,}25$, presa $qO = -2{,}25$, si avrà il punto O del vertice. Presa dx costante e fatta $ddy = 0$, si trova $2dx^2 = 0$, il che per la ipotesi di dx costante è impossibile. Dunque la curva non ha flesso contrario (3). L' esponente dell' equazione è il 2, ch' è numero pari. Dunque la curva termina in due rami infiniti, destro e sinistro, ambi rivolti in su (7, 8). Quindi la curva ha un andamento come BOPZ: E perchè l' asse incontra la curva in due punti, come M,P, si hanno due radici reali positive, AM, AP.

43. Poichè l' equazione è di secondo grado, si trovano i due valori precisi della x, che sono $\frac{7 \pm 3}{2}$, onde riesce $AP = \frac{10}{2} = 5$, ed $AM = \frac{4}{2} = 2$. Ma questo fingiamo di non saperlo, ed indaghiamo prima la AP per approssimazione. A questo fine poichè abbiamo l' ascissa del vertice O, ch' è $Aq = 3{,}5$, si elegga per un primo *limite A* della radice AG un' ascissa, che sia maggiore della Aq; e sia per esempio $x = 6$. Si sostituisca il 6 nell' equazione $x^2 - 7x + 10 = y$, e si avrà $y = 4$, valore positivo; il che mostra, che $x = 6$ è come AQ maggiore della AP, corrispondendovi l' ordinata $y = QC$ positiva.

44. S' intenda adesso condotta da C la tangente CD, ed avremo la sottangente $QD = \frac{ydx}{dy}$, com' è notorio; e perciò avremo ancora $AD = AQ - QD = x - \frac{ydx}{dy}$. Ma differenziando si ha $dy = 2xdx - 7dx$. Quindi sostituendo si ha $x - \frac{ydx}{dy} = \frac{x^2 - 10}{2x - 7} = \frac{26}{5} = 5{,}2 = B$, *secondo limite*.

45. Si alzi l' ordinata DE, e si tiri la tangente EF. Anche qui posta $x = AD$, abbiamo la $y = DE$, e la sottangente $DF = \frac{ydx}{dy}$, cosicchè $AF = AD - DF = x - \frac{ydx}{dy}$ $= \frac{x^2 - 10}{2x - 7}$ (posto $x = 5{,}2$) $= 5{,}01176 + = C$ *terzo limite* più vicino alla radice AP.

46. Per avere un *quarto limite D* con un conteggio

meno laborioso, in vece di valermi della precisa ascissa AF trovata $= 5,01176 +$, mi valerò di un altr' ascissa alquanto più discosta dalla radice, ma espressa con meno cifre, com' è la $Af = 5,02$. Alzata l' ordinata fG, e tirata la tangente Gn, ho la sottangente fn, la quale, posta $x = Af$, è $\frac{ydx}{dy}$; onde perchè $An = Af - fn$, avremo anche quì $x - \frac{ydx}{dy} = \frac{x^2 - 10}{2x - 7} =$ (per essere $x = 5,02$) $5,0001 + = An$ $= D$ *quarto limite* assai prossimo al valore preciso della radice AP $= 5$; al quale si vede, che ci potremo accostare sempre più quanto si volesse con un *quinto limite E*, con un *sesto limite F*, ec.

47. Se invece di eleggere l' ascissa $x = 6$ per primo limite A, avessi eletto un altr' ascissa $x = 4$ pure maggiore della Aq, poichè questa mi dà $y = -2$, mi sarei accorto con questo solo, che $x = 4$ è un ascissa come la AK, che è minore della AP, ed alla quale appunto compete un' ordinata negativa, come la KL. Dandosi questo caso s' intenda condotta la tangente del punto L, e questa sia la LV, cosicchè avremo la sottangente $KV = -\frac{ydx}{dy}$ (col segno negativo perchè quì al crescere dell' ascissa l' ordinata cala). Quindi allorchè $x = AK$, avremo $AV = AK + KV$ $= x - \frac{ydx}{dy}$, cioè avremo anche quì il secondo limite AV della stessa formola $\frac{x^2 - 10}{2x - 7}$ trovata di sopra, la quale, perchè quì $x = 4$, dà il secondo limite $B = 6$, che per accidente è $= AQ$ (13); colla quale ascissa abbiamo trovato l' altra $AD = 5,2$, e poi l' altra $AF = 5,011 +$, e poi l' altra $An = 5,0001 +$.

48. S' indaghi ora l' altra radice AM. Si elegga a questo fine per *primo limite A* un' ascissa, che sia minore della Aq, e questa sia per esempio $x = 3$. Con questa trovasi $y = -2$, valore negativo, indizio che la $x = 3$ è ascissa come la AR maggiore della AM, ed alla quale appunto compete un' ordinata negativa, come RT. Condotta ora dal punto T la tangente TH, avremo la sottotangente RH

(posto $x = AR$) $= \frac{ydx}{dy}$, onde $AH = x - \frac{ydx}{dy} = \frac{x^2 - 10}{2x - 7} =$ (giacchè $x = 3$) $1 = B$ *secondo limite*.

49. Condotta la tangente IN, e posta $x = AH$, avremo la sottangente $HN = -\frac{ydx}{dy}$ (negativa a cagione della ordinata decrescente). Sarà adunque $AN = AH + HN = x - \frac{ydx}{dy} = \frac{x^2 - 10}{2x - 7} =$ (poichè $x = 1$) $= 1,8 = C$ *terzo limite*.

50. Alzata l'ordinata NS, e condotta la tangente SX, quando $x = AN$, sarà $NX = -\frac{ydx}{dy}$, ed $AX = x - \frac{ydx}{dy} = \frac{x^2 - 10}{2x - 7} =$ (poichè $x = 1,8$) $1,98 + = D$ *quarto limite*.

51. Invece del preciso limite $D = AX = 1,98 +$, si prenda quì per limite D la $Ai = 1,98$, e si conducano l'ordinata ib, e la tangente bc. Quando $x = Ai$ sarà $Ac = x - \frac{ydx}{dy} = \frac{x^2 - 10}{2x - 7} = 1,9998 + = E$ *quarto limite* assai prossimo alla radice $AM = 2$, alla quale ci potremmo accostare per questa via anche più quanto si volesse; non potendosi però arrivarvi mai, come si vede.

52. Un indizio, che un limite sia assai prossimo alla radice ricercata, egli è quando codesto limite differisca d'assai poco dal suo precedente, del che se ne conosce facilmente la ragione. E quando si dasse, che la differenza fosse nulla (come sarebbe avvenuto quì sopra se invece d'assumere l'ascissa $x = Ai = 1,98$ avessi assunto (tentando) l'ascissa $x = 2$) sarà questo un indizio certo, che l'ascissa assunta è la radice precisa.

53. Se l'equazione data fosse $x^2 + 6x + 5 = Z = 0$, si cerchi l'andamento della curva della equazione $Z = y$. L'asse sia AN (fig. 10.) coll'origine delle x in A. Fatta $x = 0$, sarà $y = 5 = AB$. Con $dy = 0$ si trova $x = -3 = AD$, cui corrisponde $y = -4 = DF$, onde in F avvi un vertice. La curva deve avere i due rami all'insù (7, 8). Dunque questa curva dev'essere come GFB, e si avranno due radici reali AC, AE, che sono negative.

54. In fatti algebraicamente si trova $x = -3 \pm 2$, cioè $x = -1 = AC$, ed $x = -5 = AE$. Ma fingiamo di non saper questo, e si cerchi la radice AE col metodo nuovo. Per questo si elegga per *primo limite* A una qualche ascissa del ramo FEG, che sia perciò maggiore della AD trovata $= -3$, e la eletta sia $x = -4$. Poichè con questa si trova $y = -3$, si viene a sapere che $x = -4$ è un ascissa come AP, perchè vi corrisponde un' ordinata negativa come la PQ. Tirata la tangente QN, avremo la sottangente $PN = -\frac{ydx}{dy}$ (negativa perchè PQ decresce), onde $AN = AP + PN = x - \frac{ydx}{dy} =$ (sostituendo opportunamente) $\frac{x^2 - 5}{2x + 6} = -5{,}5 = B$ *secondo limite*.

55. Si conducano l'ordinata NG, e la tangente GI. Quando $x = AN$, sarà $NI = \frac{ydx}{dy}$, ed $AI = x - \frac{ydx}{dy} = \frac{x^2 - 5}{2x + 6} =$ (giacchè $x = -5{,}5$) $-5{,}05 = C$ *terzo limite*. Poi si tirino l' ordinata IK, e la tangente KL, e colla stessa regola avremo $AL = -5{,}0006 = D$ *quarto limite*.

56. Per l' altra radice AC si elegga per *primo limite* A un' ascissa del ramo FCB, cioè che sia minore della AD trovata $= -3$; e codesta sia l' ascissa $x = -2$, colla quale si trova $y = -3$, onde la $x = -2$ è come la AR, giacchè vi compete un' ordinata negativa come la RS. Tirata la tangente ST, avremo RT (posta $x = AR) = \frac{ydx}{dy}$, onde $AT = x - \frac{ydx}{dy} = \frac{x^2 - 5}{2x + 6} =$ (giacchè $x = -2$) $-0{,}5 = B$ *secondo limite*. Indi tirata l' ordinata TV, e la tangente VZ, quando $x = AT$ avremo $TZ = -\frac{ydx}{dy}$ (col segno $-$ per la decrescenza della TV), onde $AZ = AT + TZ = x - \frac{ydx}{dy} = \frac{x^2 - 5}{2x + 6} =$ (poichè $x = -0{,}5$) $= 0{,}95 = C$ *terzo limite*.

57. Passo a qualche equazione cubica. Sia $x^3 - 6x^2 - 9x + 54 = Z = 0$. Fingiamo di non sapere, che le radici

sono $3, 6, -3$, e si metta $Z = y$ equazione di una curva, il di cui asse sia HAD (fig. 11.) coll' origine delle ascisse in A. Fatta $x = 0$, si ha $y = 54 = AB$. Differenziando abbiamo $dy = (3x^2 - 12x - 9) . dx$, onde $x - \frac{ydx}{dy} = - \frac{2x^3 - 6x^2 - 54}{3x^2 - 12x - 9}$ (H). Quando $dy = 0$, egli è $x = 2 \pm \sqrt{7}$. Presa perciò $AE = 2 + \sqrt{7}$, ed $AK = 2 - \sqrt{7}$, saranno queste le ascisse di due vertici. Mettendo AE in $Z = y$, si avrà $y = 20 - 14\sqrt{7}$, quantità negativa come EF. E mettendo AK in $Z = y$, si ha $y = 20 + 14\sqrt{7}$. Dunque sono F, ed I i due vertici. L' esponente dell' equazione è dispari. Dunque la curva con un ramo alla destra ascenderà, mentre con un altro ramo alla sinistra discenderà (7, 8). Tutto questo richiede un andamento della curva come HIFG; onde si avranno due radici positive AD, AR, ed una negativa AH. Facendo $ddy = 0$ si trova $x = 2 = AM$; e questo valore introdotto in $Z = y$ dà $y = 20 = ML$, essendo perciò L un flesso contrario.

58. Per avere per approssimazione la radice AD, si elegga per un *primo limite A* un' ascissa maggiore della AE, cioè maggiore di $2 + \sqrt{7}$, e questa sia $x = 5$. Con questa abbiamo $y = -16$. Dunque la $x = 5$ è come la AP, cui corrisponde l' ordinata PQ negativa. Condotta la tangente QN, quando $x = AP$, sarà $PN = -\frac{ydx}{dy}$, onde $AN = x - \frac{ydx}{dy} = H$ (57) = (giacchè $x = 5$) $7,666 +$, *secondo limite B*. Si prenda $AV = 7,7$; e condotta l' ordinata VG e la tangente GO, quando $x = AV$, sarà $VO = \frac{ydx}{dy}$, ed $AO = x - \frac{ydx}{dy} = H =$ (per essere $x = 7,7$) $= 6,58 +$, *terzo limite C*. Si prenda $Au = 6,6$, e si tirino l' ordinata um, e la tangente mn. Quando $x = Au$, avremo $un = \frac{ydx}{dy}$, ed $An = x - \frac{ydx}{dy} = H =$ (poichè $x = 6,6$) $6,112$ *quarto limite D*. E dicendo $D = 6,1$ si ha un quinto limite $E = 6,004$, ec.

59. Il *primo limite A* per la radice AH sia un ascissa del ramo IH, cioè maggiore della AK trovata $= 2 - \sqrt{7} = -0{,}64 +$. L' ascissa eletta sia $x = -2$. Con questa si trova $y = 40$. Dunque la $x = -2$ è come la Aa, cui compete appunto un' ordinata positiva ab. Condotta la tangente bh se $x =$ Aa, sarà $ah = -\frac{ydx}{dy}$, onde A$h = x - \frac{ydx}{dy} =$ H $=$ (giacchè $x = -2$) $= -3{,}48 + =$ *B secondo limite*. In luogo di B si prenda A$c = -3{,}5$ e condotta l'ordinata cp, e la tangente pi, quando $x =$ Ai, sarà $ci = \frac{y'x}{dy}$, onde A$i = x - \frac{y'x}{dy} =$ H $=$ (perchè $x = -3{,}5$) $= -3{,}05$, *terzo limite C* della radice AH.

60. Si voglia in fine la radice *intermedia* AR. Il primo limite *A* per questa sia AM ascissa del flesso contrario trovata $= 2$. Perciò da L sia condotta la tangente LQ. Quando $x =$ AM, sarà M$q = -\frac{y'x}{dy}$, ed A$q = x - \frac{ydx}{dy} =$ H $=$ (giacchè $x = 2$) $= 2{,}95$ *secondo limite B*. E fatto B' $= 2{,}94$ si troverà un *terzo limite C* $= 2{,}999 +$ assai prossimo alla precisa radice $= 3$.

Si vede, che la stessa formola H $= \frac{2x^3 - 6x^2 - 54}{3x^2 - 12x - 9}$ dedotta (57) dall' altra $x - \frac{ydx}{dy}$, e dall' equazione data, serve per trovare tutti i limiti B, C, D, E, ec. di ognuna delle tre radici, dipendendo soltanto dalla scielta del primo limite *A*, che tutti gli altri da esso derivanti convergano a quella delle tre radici, che si cerca. Quindi è, che codesta formola H io la chiamo *formola dei limiti* delle radici di questa equazione $x^3 - 6x^2 - 9x + 54 = 0$; come chiamo *formola dei limiti* anche le altre due, cioè la $\frac{x^2 - 10}{2x - 7}$ trovata al n. 45, e la $\frac{x^2 - 5}{2x + 6}$ trovata al n. 54, derivanti l' una e l' altra parimente dalla formola $x - \frac{ydx}{dy}$, e dalla equazione rispettiva data, le quali due formole ànno appunto

servito pei limiti delle radici di quelle equazioni date, giusta il metodo spiegato fin quì, e ch' io continuerò a spiegare vieppiù.

61. Prenderò in esame ancora l' equazione cubica $x^3 - 3x + \frac{5}{4} = Z = 0$. Non ho bisogno di liberare l'equazione dalle frazioni. Sia EAD (fig. 12) l' asse della curva della equazione $Z = y$ coll' origine delle x in A. Quando $x = 0$ abbiamo $y = \frac{5}{4} = AB$. Differenziando avremo $dy = 3x^2dx - 3dx$; e $ddy =$ (presa dx costante) $6xdx^2$. Quando $dy = 0$ abbiamo $x = \pm 1$, cioè $x = 1 = AI$, ed $x = -1 = AM$, ascisse di due vertici. Fatta $x = AI = 1$ abbiamo $y = -\frac{3}{4} = IG$; e facendo $x = AM = -1$, abbiamo $y = 3,25 = MF$. L' esponente dell' equazione è dispari. Dunque (2, 8) l' andamento della curva sarà come EFGH, onde si scorge, che si ànno tre radici reali AD, AC, AE.

62. Come nei casi precedenti, così in questo (ed in tutti gli altri consimili) conducendo delle tangenti colla regola data si arriverà alla formola $x - \frac{ydx}{dy}$, colla quale, e colla equazione data si ottiene la formola dei limiti, la quale quì riesce $H = \frac{2x^3 - \frac{5}{4}}{3x^2 - 3} = \frac{2x^3 - 1,25}{3x^2 - 3}$. Ciò posto si voglia la radice AD. Poichè $AI = 1$, si elegga per *primo limite* A un' ascissa maggiore della AI, e questa sia la $x = 2$. Sostituendo in H si avrà $B = 1,638 +$. Invece di B prendo $B' = x = 1,64$, e sostituendo pure in H si avrà $C = 1,49$. Invece di C si prenda $C' = x = 1,5$; e si avrà $D = 1,466 +$, ec.

63. Indi si voglia la AE. Poiche $AM = -1$, si prenda per primo limite A l'ascissa $x = -2$. Sostituendo in H (62) si ha $B = -1,916 +$. Invece di B si prenda $B' = -1,92 = x$, e sostituendo in H si ha $C = -1,911 +$, ec.

64. Volendo in fine la radice intermedia AC, si ricorra pel primo limite A anche quì come al n. 59, all' ascissa del fles-

flesso contrario che deve trovarsi tra i due vertici G, ed F. Basta mettere $ddy = 0$, con che si ha $6xdx^2 = 0$ (61), cioè $x = 0$. Dunque il flesso contrario quì cade in B, la cui ascissa è $x = 0$; e perciò nella formola H dei limiti per avere B si metterà $x = 0$, e così si ha $B = 0,416$; e fatta $B' = x = 0,4$, e sostituendo in H si ha il terzo limite $C = 0,445$; e D (operando a dovere) $= 0,446$, valore prossimo della AC.

65. Si è perciò trovato prossimamente AD $= 1,466 +$, AC $= 0,446 +$, ed AE $= - 1,911 +$; il che combina colla regola, che quando l' equazione data è mancante del secondo termine, la somma delle radici positive eguaglia la somma delle negative.

66. Sia ora l' equazione di quarto grado $x^4 - 6x^2 + 5x - 1 = Z = 0$, e sia PAE (fig. 13.) l' asse della curva dell' equazione $Z = y$, coll' origine delle x in A. Fatta $x = 0$, si ha $y = - 1 =$ AH. Differenziando abbiamo $dy = (4x^3 - 12x + 5) \cdot dx$, onde $x - \frac{ydx}{dy} = \frac{3x^4 - 6x^2 + 1}{4x^3 - 12x + 5}$ (H) formola dei limiti. Quando $dy = 0$, si ha l'equazione $x^3 - 3x + \frac{5}{4} = 0$, le cui radici si sono trovate al n. 65 tutte reali. Dunque la curva ha tre vertici corrispondenti uno all' ascissa AV $= 1,466$ (65), un altro all' ascissa AK $= 0,446$, ed un altro all' ascissa AL $= - 1,911$. Sostituiti questi valori in $Z = y$, si trova $y =$ VT $= - 1,946$, ed $y =$ KS $= 0,076$, ed $y =$ LR $= - 19,130$. Aggiungendo la considerazione, che l' esponente dell' equazione è un numero pari (7,8), si conoscerà, che la curva deve avere un andamento come QRSTG, e che si ànno quattro radici reali come AE, AC, AB, AO.

67. Poichè il *primo limite A* della radice AE dev' essere maggiore della AV trovata $= 1,466$ (66), sia questo l' ascissa $x = 2$. Sostituendo nella formola H (66) si trova $B = 1,923$; e mettendo $B' = 1,93$ si ha $C = 1,913$ poco diverso dal precedente: Dunque prossimo alla radice.

68. Per l' altra radice estrema AO convien eleggere per *primo limite A* un' ascissa maggiore della AL trovata $= - 1,911$ (66). Dunque si elegga $x = - 3$. Sostituendo

in H si trova $B = -2,835$; e supponendo $B' = -2,84$ si ha $C = -2,812$; e supponendo $C' = -2,82$ si ha $D = -2,811$.

69. Restano le due radici intermedie AC, AB. Per queste per *primo limite A* si può prendere l'ascissa dei rispettivi flessi contrarj. Per trovar questi si faccia $ddy = 0$, e si troverà (differenziando la proposta equazione due volte) $2x^2 - 12 = 0$, onde $x = \pm 1$; e prendendo AD $= x = 1$ ed AM $= x = -1$, saranno AD, AM ascisse di due flessi contrarj, alle quali corrispondono le ordinate DI $= -1$, ed MN $= -11$. Pertanto volendo la radice AC, si metta per *primo limite A* la $x = 1 =$ AD ascissa del punto I, dal quale va spiccata la prima delle tangenti da condursi giusta il metodo; e dalla sostituzione della stessa $x = 1$ nella formola H dei limiti si avrà $B = 0,66$; e supponendo $B' = 0,7$ colla stessa formola H si trova $C = 0,601$, e supponendo $C' = 0,6$ si ha $D = 0,57$; e supponendo $D' = 0,58$ si avrà $E = 0,575$ poco diverso dal limite precedente 0,577, e perciò prossimo alla radice.

70. Per avere la radice AB, per le cose dette si potrebbe assumere per primo limite l'ascissa AM $= -11$ del flesso contrario. Siccome però quì abbiamo l'altro punto H della curva nóto, e più vicino al punto B, sarà più vantaggioso l'intendere spiccata la prima tangente dal punto H (44, 47), del quale l'ascissa è $x = 0$, nel qual caso la formola H dei limiti diviene $\frac{1}{5} = 0,2 = B$ *secondo limite*, col quale si trova $C = 0,29$; e poi $D = 0,319 +$; e supponendo $D = 0,32$, si ha $E = 0,323$.

71. Abbiamo adunque le tre radici positive AE $= 1,913$, AC $= 0,575$, ed AB $= 0,323$, delle quali la somma 2,811 si trova uguale alla radice negativa AO trovata $-2,811$; il che (trattandosi di un' equazione mancante del secondo termine) è una conferma della prossimità dei trovati valori ai giusti valori delle radici.

72. Intanto si noti. Nel caso del n. 45, e seguenti si vede, che a un limite AK (fig. 9.) minore della radice AP deve succedere un limite AV maggiore del suo precedente AK; e che a un limite AQ maggiore della radice AP deve succedere un limite AD minore del suo precedente AQ.

E lo stesso si dica dei limiti della radice AM; giacchè al limite AH < AM succede il limite AN maggiore del suo precedente; ed al limite AR maggiore della radice succede un limite AH minore del suo precedente AR. Quindi si va a comprendere la proposizione inversa: cioè che se in ognuno dei detti due casi vedrò che a un limite N ne succeda un maggiore, potrò argomentare che N è minore della radice; e viceversa se ad un limite M ne succeda un minore, potrò dire che M è maggiore della radice. E questo stesso si troverà verificarsi tanto nei casi delle fig. 11,12,13,14, che in tutti gli altri casi analoghi.

73. Si venga adesso all' equazione di quinto grado $x^5 - 10x^3 + 12\frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{3}{5} = T = 0$. Sia NAH (fig. 14) l' asse della curva dell' equazione $D = y$. Quando $x = 0$, sarà $x = \frac{3}{5} = AB = 0{,}6$. Differenziando abbiamo dy ($= 5x^4 - 30x^2 + 25x - 5$) dx, onde qui $x - \frac{y\,dx}{dy} =$

$$\frac{4x^5 - 20x^3 + 12\frac{1}{2}x^2 - 0{,}6}{5x^4 - 30x^2 + 25x - 5}$$

(H) formola dei limiti di questa equazione. Quando $dy = 0$ si ha l' equazione $x^4 - 6x^2 + 5x - 1 = 0$, le cui radici già trovate, e che si vedono al n. 71, sono le ascisse dei vertici di questa curva. Perciò se si prenderà $AM = 1{,}913$, $AZ = 0{,}575$, e $AG = 0{,}323$, ed $AD = -2{,}811$, e si sostuiscano questi valori tolti dal n. 71. nella equazione $T = y$, si troverà prima $y = -7{,}608 = MS$; poi $y = 0{,}019 = ZQ$; poi $y = 0{,}044 = GI$; e poi $y = 38{,}71 = DX$, onde si avranno i punti S,Q,I,X di quattro vertici. S' aggiunga la considerazione che l' equazione è di grado dispari (7,8); e si vedrà, che l' andamento della curva dev' essere come NXIOSH, e che si devono avere cinque radici reali, quattro positive AH,AE,AC,AK, ed una negativa AN.

74. Si cerchi in primo luogo la radice estrema AH. Poichè il primo limite *A* dev' essere un' ascissa x maggiore della AM trovata $= 1{,}916$, cioè quasi 2, mettiamo codesta

$x = 3$. Sostituendo in H avremo $B = 2,65$. In luogo di B si metta $B' = 2,6$, e si trova $C = 2,42 +$. In luogo di C si metta $C' = 2,4$, e si avrà $D = 2,358$. In luogo di D si metta $D' = 2,35$, e si avrà $E = 2,355$. Poichè $E > D'$ si vede (72) che D' è minore della radice AH, e che è come Ae, cosicchè dovendo essere E come Ag ne viene, che la radice AH sta fra il 2,35, ed il 2,355.

75. Se si cercherà l' altra radice estrema AN, si dovrà prendere per *primo limite* A un' ascissa x maggiore della AD trovata $= -2,811$, che è poco meno del -3. Assumo perciò $A = x = -4$, con che trovo $B = -3,76$. In luogo di B si metta $B' = -3,7$, e si avrà $C - 3,707$. E poichè $C < B$, sarà B minore della radice (72) come Ab, cosicchè dovendo essere C come Ad, ne viene che la radice AN sta fra il $-3,7$, ed il $-3,707$.

76. Per le radici intermedie sono da trovarsi le ascisse dei flessi contrarj. Si faccia perciò $ddy = 0$, e si avrà $x^3 - 3x + \frac{5}{4} = 0$, della qual equazione abbiamo trovato, che le radici prossime sono (65) 1,466; 0,446; $-1,911$. Pertanto se si prenderanno AF $= 1,466$, AP $= 0,446$, ed AL $= -1,911$, a codeste ascisse corrisponderanno dei flessi contrarj, come in R, in O, in V.

77. Quindi per avere in primo luogo la radice AE, si potrà prendere per *primo limite* A l' ascissa $x =$ AF $= 1,466$. Ma per risparmio di calcolo si dica $A = 1,4 = x$, e sostituendo in H (73), si avrà $B = 1,09 +$. In luogo di B si metta $B' = 1$, e si avrà $C = 0,82$. In luogo di C metto $C' = 0,8$, ed ho $B = 0,71$. In luogo di D si metta $D' = 0,7$, e si ottiene $E = 0,66$. E finalmente in luogo di E metto $E' = 0,65$, ed ho $F = 0,652$. Poichè così $F > E$, ne viene pel n. 72 che 0,65 è minore della radice; e col discorso dei n. 74, 75 si trova che la radice AE sta fra il 0,650, ed il 0,652.

78. Volendo la radice AC, si prenda per *primo limite* A l' ascissa $x =$ AP $= 0,446$, o piuttosto si metta $A = 0,45$, e sostituendo in H (73), si avrà $B = 0,479$. In luogo di B si metta $B' = 0,48$, e si avrà $C = 0,481$. Questo piccolo aumento di C sovra B' mostra, che C è prossimo alla radice.

79. Per fine si cerchi la radice AK. Se l' origine delle ascisse fosse come in T, per le cose dette per *primo limite A* si dovrebbe prendere l' ascissa TL del flesso contrario V. Ma perchè abbiamo il comodo del punto A noto più vicino al punto K, che il punto L, potremo mettere con vantaggio per primo limite A l' ascissa del punto A; cioè per avere il secondo limite B potremo mettere nella formola H dei limiti l' ascissa x del punto A, cioè $x = 0$, con che avremo $B = -\frac{0,6}{-5} = 0,112$. E mettendo nella stessa formola H la $x = 0,12$ avremo $C = 0,187$. Tentiamo mettendo $C' = 0,2$ in luogo di C, e avremo $D = 0,217$, valore prossimo della radice AK.

80. Abbiamo adunque prossimamente AH $= 2,353$; AE $= 0,651$, AC $= 0,481$, AK $= 0,217$, ed AN $= -3,703$.

81. Cerchiamo ancora le radici di un' equazione di sesto grado, e questa sia $x^6 - 15x^4 + 25x^3 - 15x^2 + \frac{18}{5}x - \frac{20}{79} = Z = 0$. Si consideri questa al solito come caso particolare della equazione $Z = y$ di una curva dell' asse SAP (fig. 1.) coll' origine delle ascisse in A. Quando $x = 0$, sarà $y = AB = -\frac{20}{79}$. Differenziando si ha $dy = (6x^5 - 60x^3 + 75x^2 - 30x + \frac{18}{5})\,dx$; e $ddy = (30x^4 - 180x^2 - 150x - 30)\,.\,dx^2$ (presa dx costante). Sostituiti nella formola $x - \frac{ydx}{dy}$ i valori delle y, dy, si ha la

$$\text{formola dei limiti (H)} = \frac{5x^6 - 45x^4 + 50x^3 - 15x^2 + \frac{20}{79}}{6x^5 - 60x^3 + 75x^2 - 30x + \frac{18}{5}}.$$

82. Quando $dy = 0$ si ha l' equazione $x^5 - 10x^3 + 12,5x^2 - 5x + 0,6 = 0$, le cui radici già trovate (80) sono le ascisse di tanti vertici della curva. Prese pertanto A$q = 2,353$ (80), A$u = 0,651$, A$p = 0,481$, A$g = 0,217$, ed AZ $= -3,703$, e sostituiti questi valori in $Z = y$, avremo le ordinate $y = -39,24 = q$O; $y = 0,697 = u$L; $y = -0,001 = p$H; $y = 0,045 = g$E; ed $y = -1530 = $ ZR, che terminano ai vertici O,L,H,E,R.

S' aggiunga, che l' esponente dell' equazione è pari, onde la curva va a terminare in due rami estremi infiniti all' insù (7,8), e si vedrà, che l' andamento della curva dev' essere come TREHLOQ; e che si devono avere cinque radici reali positive, come AP, AM, AK, AG, AC, ed una reale negativa, come AS.

83. E quando $ddy = 0$, avremo $x^4 - 6x^2 - 5x - 1 = 0$, le cui radici già trovate (71) saranno ascisse di tanti flessi contrarj della curva. Si prendano pertanto $An = 1,913$ (71), $Ab = 0,575$, $Aa = 0,323$, ed $AV = -2,811$. Con questi valori sostituiti nella equazione $Z = y$ potrei avere le corrispondenti ordinate zN, bI, aF, VD, che terminano ai flessi contrarj nei punti N, I, F, D.

84. Fatti questi preparativi, se si vorrà la radice estrema AP, poichè dobbiamo prendere per primo limite A un' ascissa x maggiore della Aq, il valore della quale risulta dal n. 80, potremo mettere codesta $x = 3$. Così volendo calcolare l' altra radice estrema AS, poichè abbiamo $AZ = -3,703$, potremo assumere per primo limite A l' ascissa $x = -5$.

85. Per primo limite A della radice intermedia AM si prenda l' ascissa $x = 1,9$ minore di poco dell' ascissa An del flesso contrario N. E così per primo limite A della radice AK si può prendere la $x = 0,57$ di poco minore dell' ascissa del flesso contrario I. Ed $x = 0,32$ sia la x da prendersi per primo limite per la radice AG, giacchè $Aa = 0,323$. E per trovare la radice AC, si metta il primo limite $A = x = 0$ (70).

86. Con tai primi limiti, e colla formola H dei limiti successivi B, C, D, ec., e col metodo abbastanza spiegato si calcoleranno i valori prossimi di tutte e sei le radici della data equazione, ed a queste ci potremo accostare quanto si vorrà.

Di un Asse molto vicino a un vertice.

87. A un vertice di una delle curve contemplate, come al vertice D (fig. 15) cada molto vicino l' asse, nè sappiasi bene, se questo cada sopra D, come ME, oppure sotto, come AB; e siasi trovato il valore prossimo dell' ascissa ME, o AB del vertice, e questo valore prossimo

si dica Q. Se al valore Q corrisponderà un' ordinata positiva, sarà questo il caso dell' asse in AC, e della Q come l' ascissa AR dell' ordinata RG positiva, e così saremo certi dell' esistenza delle due radici reali AI,AC.

88. Ma se al valore Q corrisponderà un' ordinata negativa, ci troveremo nell' incertezza se questo caso sia quello dell' asse in ME, e dell' ascissa Q come MF dell' ordinata negativa FG, oppure se sia il caso dell' asse in ABC, e della Q come la AH ascissa dell' ordinata HK parimente negativa.

89. Per toglierci da questa perplessità, si prenda Q per primo limite, e con questo, e colla formola dei limiti s' indaghi un secondo limite *B*; indi con questo si trovi un terzo limite *C*, e poi un quarto ec. Se saremo nel caso delle coordinate MF,FG dico, che si arriverà a un limite minore del suo precedente. Imperocchè esposto questo caso più in grande nella fig. *16*, nella quale le lettere M,F,G, esprimono i medesimi punti che nella fig. 15, se s' intendano condotte giusta il metodo la tangente GL, l' ordinata LN, la tangente NO, l' ordinata OP, la tangente PQ, ec.; si vede, che col limite MF trovo il limite maggiore ML, e che con questo può essere, che ne trovi un altro anche maggiore MO; ma si vede ancora, che devo poi trovarne uno MQ minore del suo precedente; indizio certo, che l' asse è come in MO sopra il vertice, e che all' equazione mancano due radici reali. Lo stesso verrebbe indicato quando si rilevasse, che una sottangente LO fosse maggiore della sua precedente FL, o che un' ordinata OP fosse maggiore della sua precedente LN.

90. Un' altra maniera per iscoprire in tal caso il vero è la seguente, che è affatto diretta, e potrà servire ancora per altre viste. Ritorno all' equazione $x^4 - 6x^2 + 5x - 1 = Z = 0$ del n. *66*, dove, posto $Z = y$, equazione di una curva dell' asse OAE coll' origine delle x in A, si è trovato, che l' andamento della curva è come QRSTG (fig. 13,17), essendo $AH = -1$. Si consideri ora la AH variabile, e si denomini z. Crescendo la AH, o sia la z, l' asse si alzerà, e calando la z l' asse si abbasserà. Si cerchi quanto debba crescere la HA perchè l' asse passi in DS al contatto della curva al vertice S, e quanto debba calare perchè

l' asse passi o in FT al contatto in T, o in IR al contatto in R. Egli è manifesto, che in ognuno di questi tre casi si dovrà avere al vertice toccato $y = 0$, ed a un tempo stesso sarà $dy = 0$. Ora in luogo di $Z = y$ avremo $x^4 - 6x^2 + 5x + z = y$, onde la prima ipotesi di $y = 0$ darà $x^4 - 6x^2 + 5x + z = 0$ (A), e l' altra ipotesi di $dy = 0$ darà $4x^3 - 12x + 5 = 0$ (B).

91. Dalle due equazioni A, B, si elimini la x; il che si può ottenere nella seguente maniera. Dalla equazione B abbiamo $x^3 = \frac{12x - 5}{4}$ (C); e moltiplicando in x abbiamo ancora $x^4 = \frac{12x^2 - 5x}{4}$. Ma dalla equazione A abbiamo $x^4 = 6x^2 - 5x - z$. Dunque $\frac{12x^2 - 5x}{4} = 6x^2 - 5x - z$; d'onde si ricava $x^2 = \frac{15x + 4z}{12}$ (D); onde si ha ancora $x^3 = \frac{15x^2 + 4zx}{12} = C = \frac{12x - 5}{4}$; d' onde si trova $x^2 = \frac{36x - 4zx - 15}{15} = D = \frac{15x + 4z}{12}$; con che si trova $x = \frac{60 + 20z}{69 - 16z}$ (E); onde sarà ancora $x^2 = \frac{60x + 20zx}{69 - 16z} = D = \frac{15x + 4z}{12}$; e così si trova un altro valore della $x = \frac{64z^2 - 276z}{315 - 480z}$. Abbiamo adunque $\frac{64z^2 - 276z}{315 - 480z} = \frac{60 + 20z}{69 - 16z}$; d' onde finalmente ricavasi $256z^3 - 4608z^2 - 864z + 4725 = 0$, ossia $z^3 - 18z^2 - \frac{27}{8}z + 18\frac{117}{256} = H = 0$.

92. Se restituendo ora in luogo della z il valore -1 ultimo termine dell' equazione data, risultasse $H = 0$ saremmo certi di un contatto; e facendo la stessa sostituzione in uno dei due trovati valori della x per z, si avrebbe l'ascissa x di quel contatto, che nel caso nostro s' avrebbe potuto sospettare nel vertice S, cui infatti l' asse è assai vicino avendosi trovato $KS = 0{,}076$ (66). Ma perchè fatta la so-

sostituzione in H non torna il zero, ma bensì $2\frac{213}{256}$, siamo anzi certi, che non si ha contatto alcuno dell' asse con un vertice.

93. Resta perciò da esaminare, indipendentemente dal metodo di approssimazione esposto ai n. 87, 88, 89, se l' asse cada sopra, o sotto S. A questo fine sia condotta una qualche indefinita DI, che tagli la MAE in qualche punto M normalmente, e sia pure condotta dal punto H della curva corrispondente alla $x=0$ la HN parallela alla AM, e si metta $H=u$ (91) equazione di una curva dell' asse DMI coll' origine delle z in N positive verso I, e negative verso D, e colle ordinate positive alla destra dell' asse. Sarà $NM=HA=-1$ la z del caso della equazione data; ed $ND=Hc$ sarà la z del caso dell' asse in DcS al contatto in S. E similmente sarà $NF=Hb$ la z del contatto dell' asse in T, ed $NI=Hd$ la z del contatto dell' asse R; nei quali tre casi si deve avere $H=0$, ossia $u=0$; il che vuol dire, che l' equazione $H=u$ deve incontrare l' asse DMI nei punti D, F, I. E perchè l' esponente dell' equazione della stessa curva è dispari, l' andamento di questa sarà (7,8) come *mydq*, con un ramo I*m* dalla parte delle ordinate positive, ed un altro D*q* dalla parte delle ordinate negative. E perchè nella equazione $H=u$, posta $z=-1$ $=HA=NM$, si trova $u=2\frac{213}{256}$ valore positivo, sarà questo come l' ordinata M*v*; il che mostra precisamente che l' asse MAE cade sotto D, e perciò sotto il vertice S; perchè se cadesse sopra D, il valore della u si sarebbe trovato negativo come quello di un' ordinata *gq*.

94. Non è adunque possibile, che le due radici AB, AC quantunque vicinissime al vertice, mi abbiano a sfuggire.

95. Vede ognuno, che i principj esposti sono applicabili a tutte le equazioni numeriche di qualunque grado, e che in conseguenza come ho trovato con essi prossimamente tutte quante le radici delle equazioni portate fin quì in esempio dal terzo al sesto grado, così si deve poter trovare coi medesimi principj le radici prossime di equazioni nu-

meriche di qualunque grado, senza il pericolo che me ne sfugga copia alcuna.

CAPITOLO VI.

Confronto di questo metodo con quello di altri Autori.

96. In addietro, data in x un'equazione numerica $Z=0$ libera da frazioni, per avere dei limiti vicini alle sue radici ricorrevasi al temperamento di mettere $Z=y$, e di sostituire in luogo dell' incognita x successivamente i numeri della serie naturale 0, 1, 2, 3 ec., notando i valori così risultanti della y. Dove tai valori si cangiavano di positivi in negativi, o al contrario, s' inferiva, com' è noto, che una radice irrazionale positiva stava fra quei due numeri (come fra due limiti) dai quali erano risultati i due valori della y di segno contrario. Lo stesso si praticò per le radici negative, fatta la sostituzione dei numeri $0, -1, -2, -3$ ec. Che se l'equazione data avea dei coefficienti frazionarj, prima di tutto la trasformavano in un' altra libera dalle frazioni, trattando indi questa nella maniera indicata.

97. Il ritrovare tai limiti fu creduto allora indispensabile per potere con essi passare con altri metodi ad un' ulteriore approssimazione ad ogni radice. Ma si conobbe, che nelle equazioni di alto grado, e con coefficienti di più cifre, tutte quelle sostituzioni divenivano assai laboriose ed incomode. Per questo il Lagny (Memorie di Parigi per l'anno 1722) si distinse, perchè accorciò di molto il lavoro con un metodo, il quale per altro non lascia tuttavia d'essere talvolta assai brigoso. Per vedere questo si prenda la mia equazione (81) $x^6 - 15x^4 + 25x^3 - 15x^2 + \frac{18}{5}x - \frac{20}{79} = 0$. Richiede anche il Lagny, che si liberi l'equazione dalle frazioni. A questo fine convien mettere $x = \frac{t}{5 \cdot 79} = \frac{t}{395}$, con che l' equazione cangiasi nella seguente $t^6 - 15 \cdot (395)^2 t^4 + 25 \cdot (395)^3 t^3 - 15 \cdot (395)^4 t^2 + 18 \cdot 79 \cdot (395)^4 t - (395)^5 \cdot 100 = 0$. L' ultimo termine riesce di 16. cifre. Perchè l' esponente dell' equazione è il 6, conviene in secondo luogo so-

stituire alla t sette numeri successivamente presi uno dopo l' altro nella serie dei numeri naturali, come sarebbero i numeri $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$. Dei sette numeri così risultanti convien prendere le differenze prime, seconde, terze, quarte, quinte, e seste. Queste ultime saranno costanti. Allora convien estendere la serie delle differenze quinte da una parte, e dall' altra. Indi successivamente sono da estendersi le altre serie delle differenze quarte, terze, e seconde, per potere così estendere in fine anche la serie dei numeri trovati da principio, fin dove si vedrà che i termini vanno a cambiarsi di positivi in negativi, o al contrario, giacchè appunto dove si ànno dei cambiamenti di segno si ànno i cercati limiti vicini alle radici. Con questo solo ogni Analista va a stancarsi assai più, che col mio metodo.

98. Ma vi è anche di più, e non poco. Siccome questo metodo soggiace al pericolo, che qualche copia di radici non si manifesti e sfugga, il de la Grange prescrisse un rimedio molto ingegnoso negli anni 1770, 1771, come dagli Atti di Berlino. Lo indicherò con un esempio dei più semplici. L' equazione data sia $x^3 - 7x - 7 = 0$. Questa dev' essere trasformata in un' altra, mettendo $x + u$ in luogo della x, onde si abbia $3x^2 + 3ux + u^2 - 7 = 0$. Poi da queste due equazioni convien eliminare la x, con che si otterrà $u^6 - 42u^4 + 441u^2 - 49 = 0$, equazione, che deve pure essere trasformata con mettere $u^2 = \frac{1}{y}$, e così si ha $y^3 - 9y^2 + \frac{42y}{49} - \frac{1}{49} = 0$. Si deve poi in luogo della y sostituire successivamente 1, 2, 3, ec. Si trova, che la radice positiva maggiore di questa equazione sta fra l' 8, ed il 9. La radice quadrata di codesto numero 9 è 3; per la qual cosa si dovrà mettere $x = \frac{z}{3}$, con che si ha $z^3 - 63z - 189 = 0$. Questa era la preparazione da farsi anche nella mia equazione del n. 81 dopo di averla liberata dalle frazioni, e prima di trovare le indicate serie, per poter esser certi di trovare dei limiti di tutte le radici positive. Altrettanto poi rimane da farsi per le radici negative avendo messo $-x$ in luogo della x.

99. Solamente dopo una tanta fatica si ha creduto finora vi potesse esser luogo di passare ad altri metodi, che portino ad una ulteriore approssimazione alle radici, giacchè tutti questi metodi, che indicherò, supponevano trovati i limiti suddetti. Tra questi metodi giusta lo stesso de la Grange il più seguitato era quello del Newton. L' esporrò con un esempio. Sia l' equazione $x^3 - 3x - 20 = 0$. Sieno già trovati i limiti delle sue radici; ed uno di essi si dica p. Mette egli $x = p + z$, e fa la sostituzione, trascurando tutti i termini che contengono la z elevata a qualche podestà, giacchè posta p valore prossimo alla radice, la z riesce una quantità piccola. Così trova $z = \frac{-p^3 + 3p + 20}{3p^2 - 3}$, quantità da aggiungersi alla p, per avere $p + z = \frac{2p^3 + 20}{3p^2 - 3}$ valore vicino alla radice x più della sola p. Questo nuovo valore si metta in luogo della p, ed operando come sopra si arriverà ad un altro valore anche più vicino alla radice, e così di seguito.

100. Venne in appresso il Taylor, col suo metodo, che poi si risolve in quello del Newton. Si cerchi la x dell' anzidetta equazione $x^3 - 3x - 20 = 0$ (A). A questo fine mette $x = p + z$. Sarà perciò $x > p$, e sostituendo la p in A in luogo della x, non si potrà avere zero, ma sarà $p^3 - 3p - 20 = y$. Posta indi dp costante, trova $dy = 3p^2 dp - 3dp$, cioè $3p^2 - 3 = \frac{dy}{dp}$, $ddy = 6pdp^2$, onde $3p^2 = \frac{ddy}{2dp^2}$, $d^3y = 6dp^3$, onde $1 = \frac{d^3y}{6dp^3}$.

101. Ora in A in luogo della x si metta $p + z$, e si avrà $(p + z)^3 - 3 \cdot (p + z) - 20 = 0$, ossia $p^3 + 3p^2 z + 3pz^2 + z^3 - 3p - 3z - 20 = 0$, oppure $p^3 - 3p - 20 + z \cdot (3p^2 - 3) + z^2 \cdot 3p + z^3 \cdot 1 = 0$, e per ultimo $y + \frac{zdy}{dp} + \frac{z^2 ddy}{2dp^2} + \frac{z^3 \cdot d^3y}{6dp^2} = 0$.

102. Quì il Taylor suppone esso pure trovato con qualche metodo un limite, o valore p vicino alla radice x, cosicchè per essere $x = p + z$ sia z una quantità piccola,

per la qual cosa conclude, che si possano trascurare i due ultimi termini perchè moltiplicati in z^2, ed in z^3, e che perciò si possa dire prossimamente $y + \frac{zdy}{dp} = 0$, d' onde ricavasi $z = - \frac{ydp}{dy}$, valore da aggiungersi al limite p per avere $p - \frac{ydp}{dy}$, quantità vicina alla radice x più della sola p. Mettendo indi $p - \frac{ydp}{dy}$ in luogo della p, ed operando come sopra, si troverà un altro valore anche più vicino alla radice x.

103. La formola stessa $p - \frac{ydp}{dy}$ col discorso stesso si ricaverà da ogni altra equazione. Dunque la formola è generale. Alla stessa formola arriva anche l' Eulero nelle sue Instituzioni del Calcolo Differenziale. Sia y una funzione della x, e sia f una radice della equazione $y = 0$. Ciò posto, l' Eulero prima del Cap. IX. trattando delle funzioni stabilisce (A) $0 = y + \frac{(f-x) \cdot dy}{dx} + \frac{(f-x)^2 \cdot d^2y}{dx^2} + \frac{(f-x)^3 \cdot d^3y}{dx^3}$ ec. dove dx è costante. Poi al Cap. IX. passa a considerare la f non più come precisa radice, ma come una quantità assai prossima ad una radice, nel qual caso $f - x$ riesce di un valore molto piccolo. Per questo la formola A diviene secondo l' Eulero una serie così convergente, che tutti i termini dopo il secondo sono trascurabili. Così ricava $0 = y + \frac{(f-x) \cdot dy}{dx}$, ossia $f = x - \frac{ydx}{dy}$ formola simile alla $p - \frac{ydp}{dy}$ del Taylor.

104. Dissi che il metodo del Taylor si risolve in quello del Newton. Infatti la trovata formola generale $p - \frac{ydp}{dy}$, sostituiti i valori della y, e della dy dedotti dall' equazione $p^3 - 3p - 20 = y$, si converte nell' altra particolare $\frac{2p^3 + 20}{3p^2 - 3}$ trovata al n. 99 col metodo del Newton; cosa forse non avvertita da altri.

105. Trovato, ch' ebbi le mie formole col metodo delle tangenti delle curve Paraboliche, m' accorsi che desse formole combinano precisamente con quelle del Newton, del Taylor, e dell' Eulero. Infatti la mia formola generale $x - \frac{ydx}{dy}$ è simile alla $p - \frac{ydp}{dy}$. E considerata al solito l' equazione data $x^3 - 3x - 20 = 0$ un caso particolare dell' altra $x^3 - 3x - 20 = y$, si trova che la mia formola si converte in questo caso nella seguente $\frac{2x^3 + 20}{3x^2 - 3}$ affatto simile alla $\frac{2p^3 + 20}{3p^2 - 3}$ trovata quì sopra.

106. Ognuno vede però, che i suddetti Autori sono arrivati alle loro conseguenze con principj di gran lunga diversi dai miei, onde non dee recar meraviglia, che essi non sieno giunti a scoprire di esse tutto quel buon uso, ch' è riuscito a me di trovare attesi i principj da me fortunatamente coltivati. Mettevano essi per base fondamentale dei loro discorsi, che fossero prima trovati dei limiti assai vicini ad ogni radice, e per questo motivo erano necessarie per essi le tante operazioni da me accennate ai n. 97, 98, e delle quali pel mio metodo vedo di non averne mai il bisogno. Spessissimo io posso assumere per primo limite un' ascissa molto maggiore della radice. Il bisogno di liberare l' equazione data dalle frazioni io non l' ho. Non abbisogno di trasformazioni, nè di eliminazioni (89). Per avere il primo limite di ogni radice a me basta trovare i valori prossimi delle ascisse dei vertici estremi, e delle ascisse dei flessi contrari della curva corrispondente, cosicchè per avere le due radici estreme AP, AS (fig. 1) dell' equazione $x^6 - 15x^4$, ec. del n. 81 mi basta sapere prossimamente le due ascisse Ag, Af dei vertici estremi O, R, giacchè ogni ascissa maggiore della Aq mi serve per primo limite della radice AP; come ogni ascissa maggiore della Af mi può essere primo limite della radice AS. E per le radici intermedie AM, AK, AG io prendo per primo limite le ascisse prossime dei flessi contrarj N, i, F. Non dissimulerò già, che anche il trovare tai valori prossimi col mio metodo costa una fatica non tenue. Dessa però è quella, che vi

vuole per le operazioni da me prescritte dal n. *61* al n. *86*, che sono tutte ovvie, ed eseguibili da ogni Analista fornito di qualche pazienza, e fatti bene i conti si troveranno sensibilmente al di sotto di quelle, che importano i precetti del Lagny, e del de la Grange.

Non devo tacere, che l' Eulero nel sito citato passa a considerare la x come funzione della y, e presa dy costante esibisce l' altra formola $f = x - \frac{ydx}{dy} + \frac{y^2 ddx}{2dy^2} - \frac{y^3 d^3x}{6dy^3} + \frac{y^4 d^4y}{24 dy^4}$ ec. (B) da esso valutata preferibile alla prima A, sempreche alla x si sostuisca un valore prossimo alla radice cercata. Ma a me non riesce tale. Sia l' equazione dello stesso Eulero $x^3 + 2x - 2 = 0$. Facendo $x^3 - 2x - 2 = y$ si trova $x - \frac{ydx}{dy} = \frac{2x^3 + 2}{3x^2 + 2}$. Assumo per primo limite A l'ascissa $x = 1$, e trovo il secondo limite $B = 0,77$; ed indi trovo il terzo limite $C = 0,77091$; e poi tosto il quarto limite $D = 0,770916997$, ch' è il valore stesso trovato dall' Eulero con un travaglio senza dubbio maggiore.

Dirò quì come dall' equazione $x^3 - 3x + \frac{5}{4} = 0$ portata in esempio al n. *65* io abbia dedotto le altre di grado di mano in mano superiori portate pure in esempio ai n. *66*,*73*,*81*, tali che differenziate e ridotte al zero restituiscono la sua precedente. Ecco. Moltiplicando in dx, ho $x^2dx - 3x^2dx + \frac{5}{4} dx$; integro, ed ho $\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + \frac{5}{4} x$. Moltiplico in 4, ed ho $x^4 - 6x^2 + 5x$, ed aggiunto ad arbitrio -1, fo $x^4 - 6x^2 + 5x - 1 = 0$ equazione del n. *66*.

Di nuovo moltiplico in dx, ed ho $x^4 dx - 6x^2 dx + 5xdx - dx$; ed integrando e moltiplicando in 5, ed aggiungendo ad arbitrio, $\frac{3}{5}$ fo $x^5 - 10x^3 + 12\frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{3}{5} = 0$, equazione del n. 71. Moltiplico pure in dx, ed ottengo $x^5dx - 10x^3dx + 12\frac{1}{2}x^2dx - 5xdx + \frac{3}{5} dx$; ed integrando,

e moltiplicando in 6, ed aggiungendo ad arbitrio $-\frac{20}{79}$, fo
$x^6 - 15x^4 + 25x^3 - 15x^2 + \frac{18}{5}x - \frac{20}{79} = 0$ equazione del n. 81.

Volendo passare all'esempio di una equazione di settimo grado avrei moltiplicato in dx, con che avrei avuto $x^6dx - 15x^4dx$ ec., ed integrando, e moltiplicando in 7, ed aggiungendo m, avrei ottenuto $x^7 - 21x^5 + 43\frac{3}{4}x^4 - 35x^3 + 12\frac{3}{5}x^2 - \frac{140x}{79} + m = 0$; e così di seguito.

Capitolo VII.

Articolo I.

Natura delle radici delle equazioni litterali di quinto grado indipendentemente dal caso irriducibile.

107. Soddisfo ora alla promessa fatta al n. 41. Si abbia l'equazione $x^5 - 5ax^4 + 5cx^3 - 5hx^2 + i = X = 0$ mancante del termine penultimo (37). Si metta $X = y$ equazione di una curva dell' asse AQ (fig. 18.) coll' origine delle x in A. Fatto $x = 0$ sarà $y = i = AB$; e sarà B un punto della curva. E perchè facendo $dy = 0$ si ha $x^4 - 4ax^3 + 3cx^2 - 2hx = 0$, ossia $x = 0$, ed $x^3 - 4ax^2 + 3cx - 2h = B = 0$, ne viene, che un vertice corrisponde all' ascissa $x = 0$, cioè che avvi un vertice in B; e che altri tre vertici corrispondono a' tre ascisse, come AM,AO,AQ prese eguali alle tre radici della equazione $B = 0$, ch' io suppongo tutte reali. Le ordinate corrispondenti siano le MD,OF,QH, nel qual caso l' andamento della curva (avendo anche riflesso ai n. 7,8) sarà come KBDFHI.

108. In luogo della $i = AB$ mettiamo la variabile z. Allora invece di $X = y$ avremo $x^5 - 5ax^4 + 5cx^3 - 5hx^2 + z = y$. Indi cerchiamo cosa dovrebb' essere la z perchè l' asse, che si alza ed abbassa al variare della z, arrivi a toccare un qualche vertice. Poichè al vertice toccato si ha a un tempo stesso $y = 0$, e $dy = 0$, avremo in codesto caso $x^5 - 5ax^4 + 5cx^2 - 5hx^2 + z = 0$ (A), ed insieme $B = 0$.

Da queste due equazioni col metodo del n. 91, o con qualche altro, si elimini la x. Così si arriverà prima ad un valore (come al n. 91) della x espresso da una funzione della x e le costanti, cioè si arriverà ad $x = f . z$; e poi si arriverà all' equazione fra la z e le costanti libera dalle x, e quest' equazione sarà di terzo grado come $z^3 - Mz^2 + Nz + P = T = o$.

109. Se restituendo la i in luogo della z riuscirà $T = o$, si avrà l' asse a uno dei tre vertici H,D,F. E messa la stessa i in luogo della z nella equazione $x = f . z$, si avrà l' ascissa x del vertice toccato.

110. Ma se restituita la i in luogo della z non si otterrà $T = o$, ed in conseguenza il contatto non si verificherà, allora è da cercarsi se l' asse stia sotto H, o fra H e D, o fra D ed F, o fra F e B. Non sopra B, per essere positivo l' ultimo termine i della equazione data.

111. Per questo si faccia T (108) $= u$, e dal punto B della curva, che corrisponde all' ascissa $x = o$, si meni parallela all' asse la BE ad incontrare in E una qualche CE normale all' asse: E sia questa CE un altro asse di una seconda curva *defa* della equazione $T = u$ coll' origine delle ascisse z dal punto E positive verso C, e colle ordinate u positive alla destra della CE. Alla stessa CE dai tre vertici H,D,F sieno condotte le normali HY,DZ,FV, e sarà EY la z stando il primo asse in YH al contatto del vertice H: E la EZ sarà la z essendo il primo asse in ZD al contatto in D. E per fine sarà EV la z mentre sia il primo asse in VF al contatto del vertice F. Dunque devono essere le EY, EZ, EV le radici della equazione $T = o$ (108), e la curva dell' equazione $T = u$ passerà pei punti V,Z,Y. E perchè l' equazione è di terzo grado, la curva (7,8) deve avere un ramo Y*a* infinito dalla parte delle ordinate positive; ed un altro V*d* infinito dalla parte opposta. Tutto questo fa, che l' andamento della curva sia come *defa*.

112. Si faccia $du = o$, e si avrà $z = \frac{M \pm \sqrt{(M^2 - 3N)}}{3}$ (108,109). Si supponga $M^2 > 3N$. I due valori della z saranno reali, e sarà $z = \frac{M + \sqrt{(M^2 - 3N)}}{3} =$ Eh ascissa del

vertice f; e $z = \frac{M - \sqrt{(M^2 - 3N)}}{3} = Eg$, ascissa del vertice e.

113. Ora se la i data sarà maggiore della Eh, e se inoltre sostituendo i in luogo della z sarà u positiva, questo mostrerà, che quest' ordinata termina al ramo Ya; e che in conseguenza appartiene ad un' ascissa $z > EY$, e che perciò nel caso della figura l' asse cade sotto H. E se essendo $i > Eh$ sarà u negativa, questa terminerà all' arco fY, e l' asse starà fra H, e D. E se essendo i tra Eh, ed Eg sarà u negativa, ciò vorrà dire, che l' ordinata u termina all' arco Zf, e che anche in questo caso l' asse cade fra H, e D. E se essendo i tra Eh, ed Eg sarà u positiva, l' ordinata u terminerà all' arco Ze, e l' asse cadrà tra D, ed F. E se essendo i minore della Eg la u sia positiva, questa terminerà all' arco EV, ed anche in questo caso l' asse cade fra D, ed F. Ed essendo i minore della Eg se sarà u negativa, l' asse cadrà fra F, e B.

114. Ognuno vede facilmente, che se l' asse è sopra F le radici reali sono due positive, ed una negativa; e se l' asse è fra F, e D sono quattro positive, ed una negativa; se è fra D, ed H sono due positive, ed una negativa; e se in fine l' asse è sotto H non v' ha, che una radice reale, ch' è negativa.

Articolo II.

Natura delle radici delle equazioni litterali di sesto grado indipendentemente dal caso irriducibile.

115. Si abbia l' equazione $x^6 - 6ax^5 + 6cx^4 - 6fx^3 + 6hx^2 - i = Z = 0$ mancante del termine penultimo (37). Sarà questo un caso particolare della equazione $Z = y$ di una curva, il cui asse sia ALP (fig. 19) coll' origine delle x in A. Facendo $dy = 0$, abbiamo $x^5 - 5ax^4 + 4cx^3 - 3fx^2 + 2hx = 0$, cioè $x = 0$, ed $x^4 - 5ax^3 + 4cx^2 - 3fx + 2h = T = 0$; il che vuol dire, che un caso della $dy = 0$ cade dove $x = 0$, e che perciò fatta $x = 0$, la corrispondente ascissa $AB = -i$ termina a un vertice in B; e che

se l' equazione $T = o$ ha tutte e quattro le sue radici reali, come AL,AM,AN,AO, a ognuna di queste corrisponderà un vertice; i quali se le ordinate saranno come le LR,MS,NT,OV, si troveranno ai punti R,S,T,V, e così avremo (7,8) l' andamento della curva QBRSTVP.

116. In luogo della costante $-i$ mettiamo la variabile z, e cerchiamo cosa dovrà essere la z perchè l' asse tocchi uno dei quattro vertici. Al punto del contatto si avrà a un tempo stesso $y = o$, e $dy = o$. Dalle due equazioni così risultanti si elimini la x (91), e si arriverà ad un' equazione di quarto grado $z^4 + Mz^3 + Nz^2 + Oz + Q = H = o$.

117. Se sostituendo la i in luogo della z, riuscirà $H = o$, si avrà l' asse ad uno dei quattro vertici, nel qual caso l' equazione sarà deprimibile di due gradi, com' è noto. Che se non si otterrà $Z = o$, il contatto non vi sarà, ed in tal caso è da cercarsi se l' asse nel caso della figura stia sopra R, o fra R, e T, o fra T, ed V; o fra V ed S; o fra S, e B; o sotto B.

118. A questo fine si metta H (116) $= t$; e per un qualche punto C dell' asse AP passi normalmente una indefinita ECn, e dal punto B della curva corrispondente all' ascissa $x = o$ si conduca parallela all' asse la BE; e si metta ECn secondo asse di un' altra curva $dhgfe$ della equazione $H = t$ coll' origine delle ascisse z in E positive verso F, e negative verso n; e colle ordinate positive alla destra dell' asse. Dai vertici R,T,V,S s' intendano condotte le Ra,To,Vc,Sb parallele alla AP. Sarà Ea la z del primo asse in aR al contatto del vertice R; e la Eo sarà la z del contatto in T; e la Ec la z del contatto in V, e la Eb la z del contatto in S; nei quali casi si deve avere $t = o$. Dunque devono essere le Ea,Eo,Ec,Eb le radici dell' equazione $H = o$, e la curva della equazione $H = t$ deve passare pei punti a,o,c,b, nei quali dev' essere $t = o$. E perchè l' equazione $H = t$ è di quarto grado, cioè di un esponente pari (7,8), la curva deve avere a ogni estremo un ramo infinito, come bd, ae, ambi alla destra dell' asse, ossia dalla parte delle ordinate positive. Tutto questo fa, che l' andamento della curva riuscir debba come $efghd$, con un flesso contrario nell' arco fg, come in i, ed un altro nell' arco gh, come in t.

119. Per trovare le ascisse di essi flessi contrarj, basta mettere $ddt = o$, perchè così (per essere $H = t$ equazione di quarto grado) si avrà un' equazione in z di secondo grado, la quale somministrerà le due ascisse Ep, Er. Se al valore dell' ascissa maggiore Ep corrisponderà un' ordinata t negativa, ed al valore dell' ascissa minore Er corrisponderà una t positiva, queste t saranno come le pi, rt.

120. Pertanto se (stando quì al caso della fig.19) la $-i$ della equazione data sarà minore della trovata Er, e la t sarà positiva, ed insieme decrescente, cioè se sarà $-i < Er$, e t positiva, dt negativa, l' asse starà sotto b, ossia sotto S. E se essendo $-i < Er$, ed insieme t positiva, e dt positiva, l' asse starà fra c, ed r. E se essendo $-i$ fra Er, ed Ep, ed inoltre t positiva, l' asse si troverà fra r, ed o. E se essendo $-i$ fra Er, ed Ep sia inoltre t negativa, l' asse starà fra o, e p. E se $-i > Ep$, e t negativa, l' asse starà fra p ed a. E se $-i > Ep$, ed insieme t positiva, l' asse starà sopra a.

121. Perciò stando al caso della figura noi potremo dire se l' asse della curva principale QBRSTVP si trovi sotto b, cioè sotto S; oppure fra b, e c, cioè fra S, ed V; oppure fra c ed o, cioè fra V, e T; oppure fra o, ed a, cioè fra T ed R; oppure sopra a, cioè sopra R. Le radici reali del primo caso sono una positiva, ed una negativa; pel secondo caso tre positive, ed una negativa; del terzo caso cinque positive ed una negativa; del quarto caso tre positive ed una negativa; e del quinto caso una positiva, ed una negativa.

122. Con questo metodo, e contando ancora sulle radici delle equazioni cubiche e biquadratiche (26), potrei dare anche la natura delle radici delle equazioni litterali di settimo, e di ottavo grado; ma me ne sono astenuto essendo di parere, che trattandosi di problemi ad equazioni alte, torni meglio il ridurre l' equazione a numeri nei casi particolari, ed attenersi al metodo esposto fino al n. 95.

Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 10.

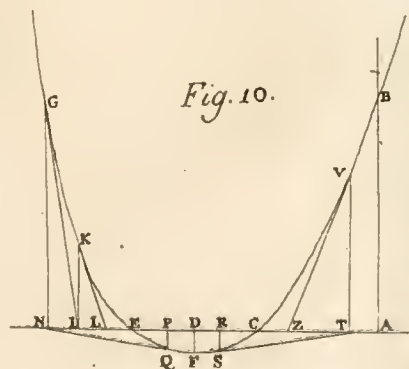
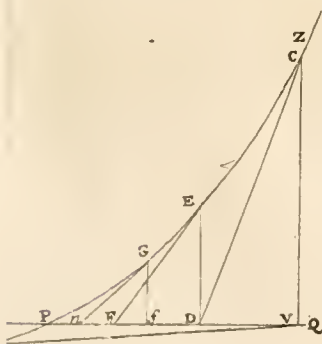
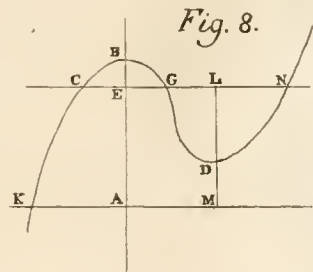
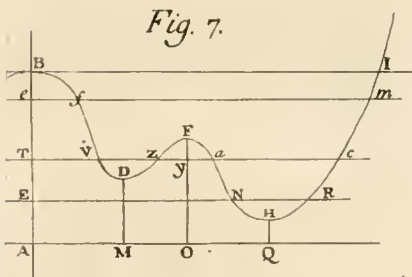
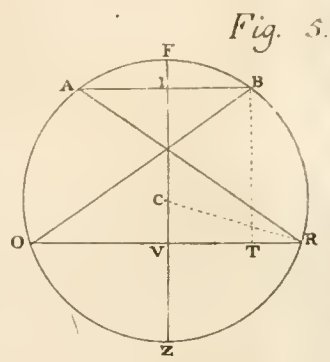
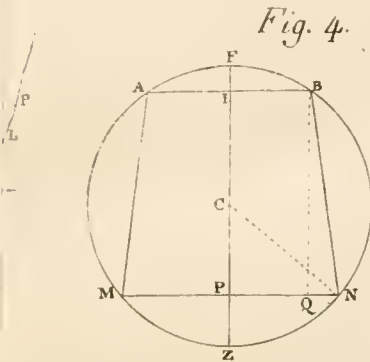
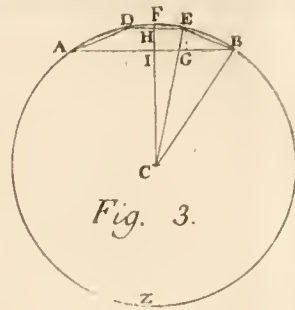
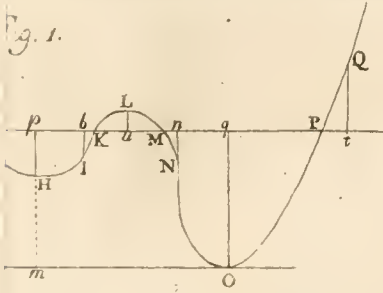
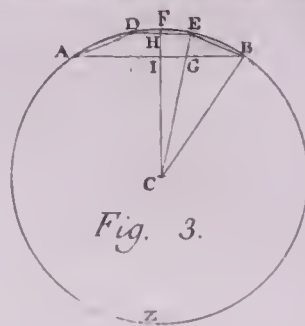
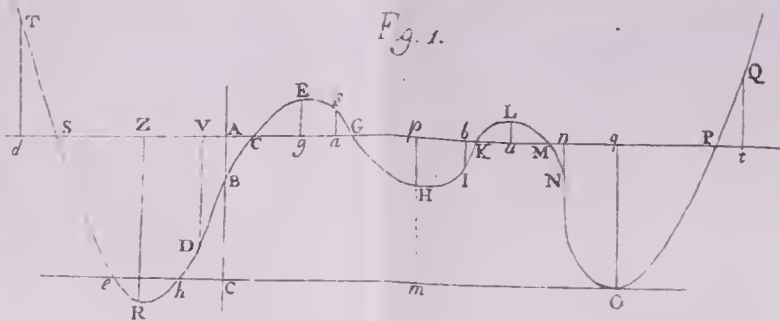
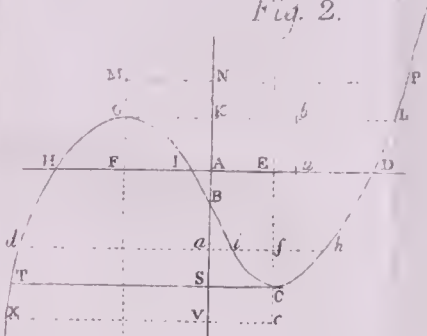
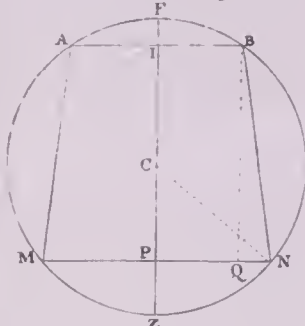
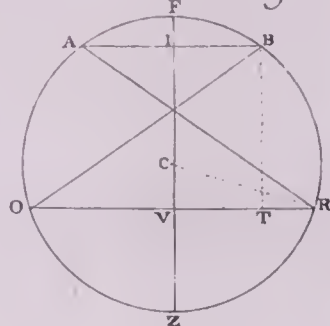
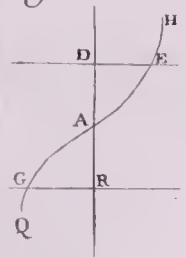
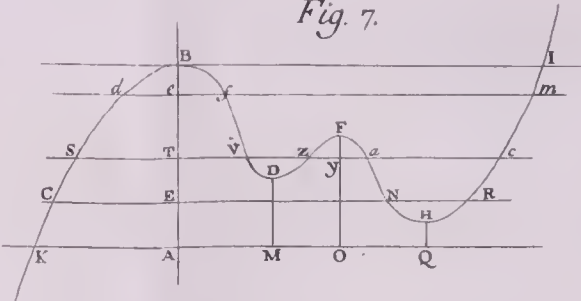
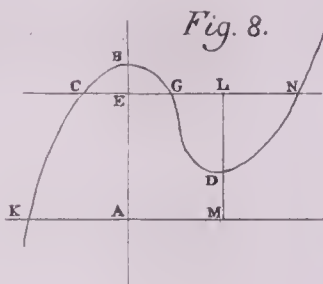
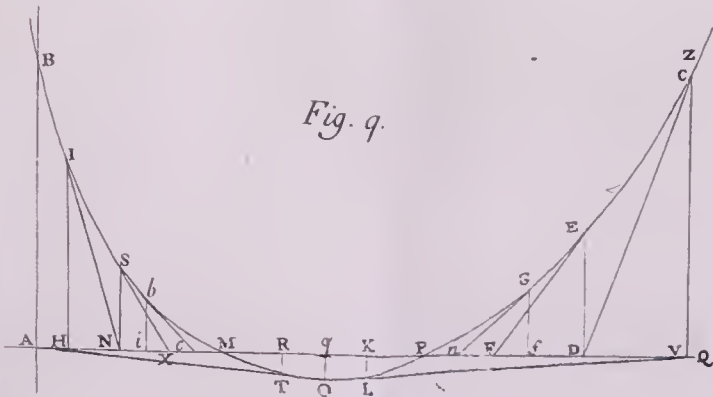



Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

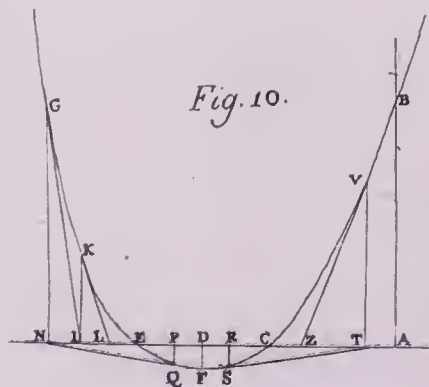
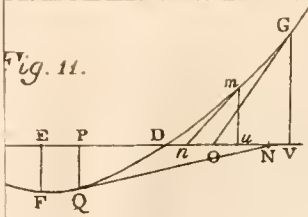
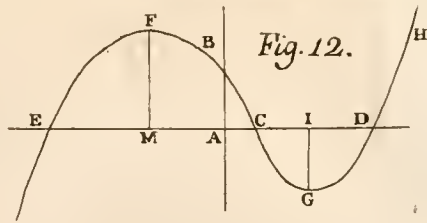
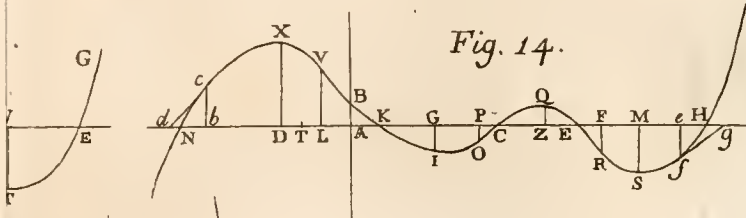
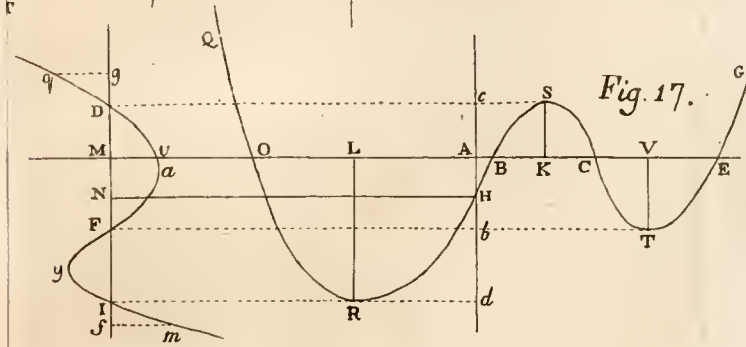
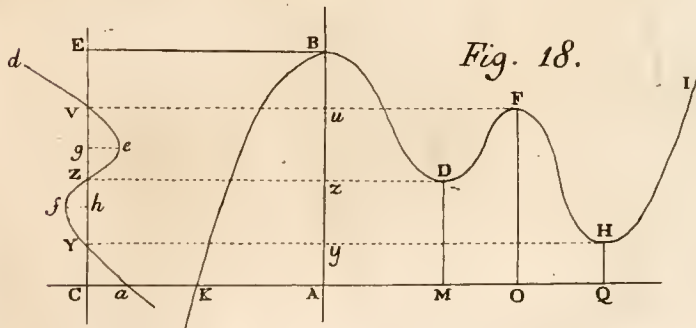
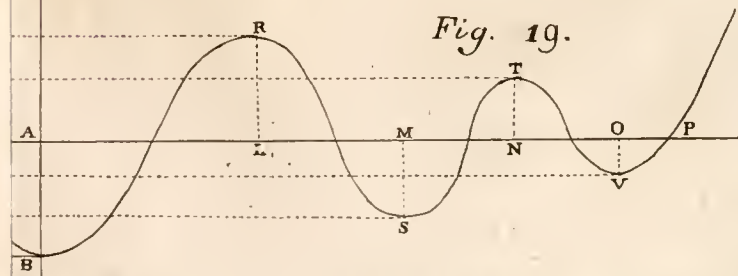
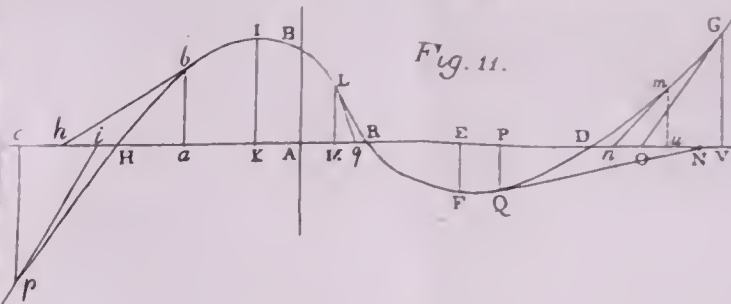
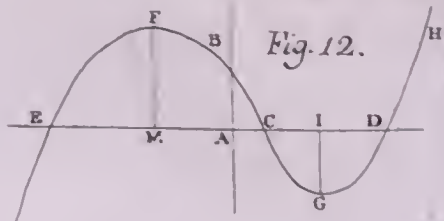
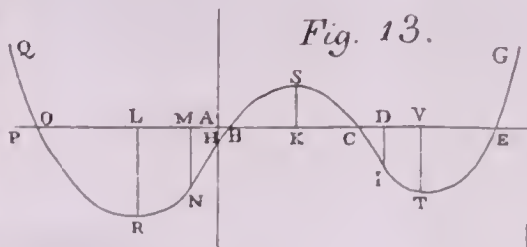
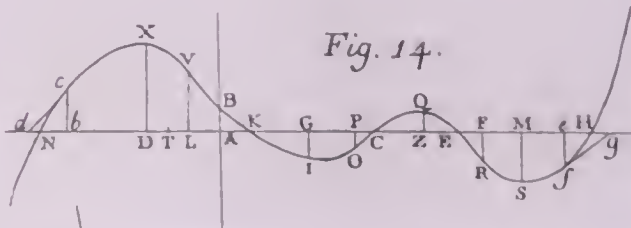
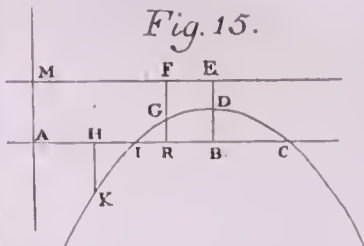
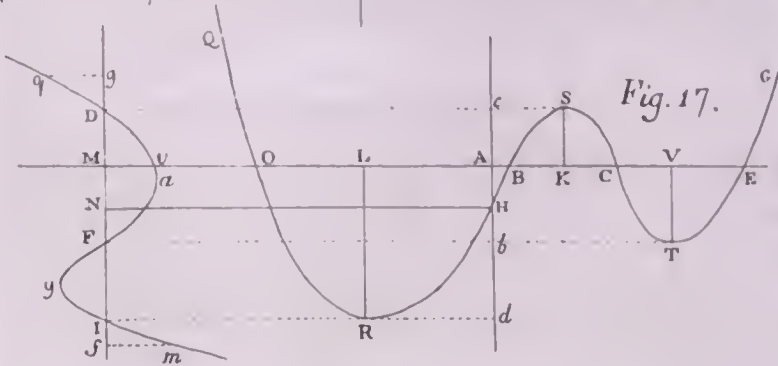
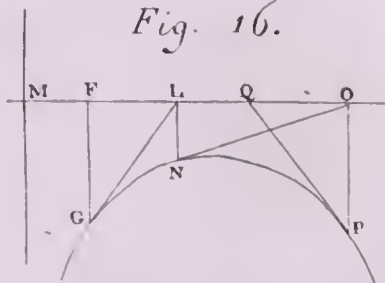
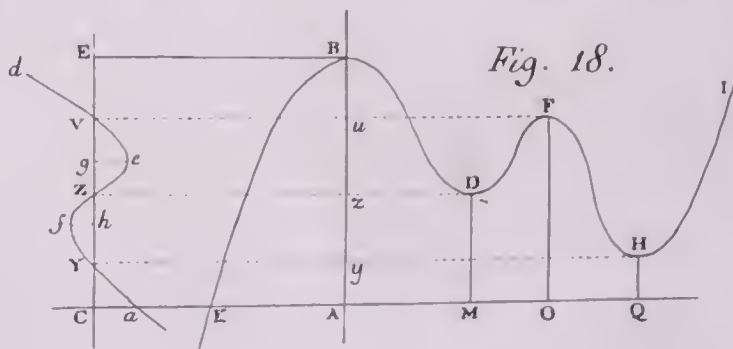
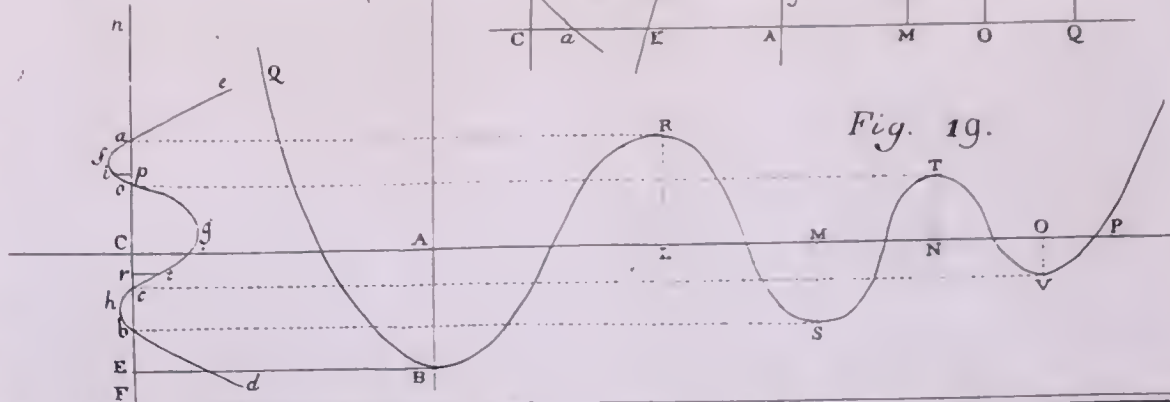



Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 17.
Fig. 16.
Fig. 18.
Fig. 19.

LA MALATTIA TREDECENNALE D'ELIO ARISTIDE ADRIANEO SOFISTA.

Di Vincenzo Malacarne.

Ricevuta li 19. *Ghiacciajo Anno VII.* (9. *Dicembre* 1798.)

Elio Aristide *Adrianèo* passò gli anni più belli della sua vita in peregrinazioni, fra le quali, dallo *Jebbe* e dal *Cesarotti* ridotte alle giust' epoche loro, meritan riflessione, relativamente all' uso medico, quelle, a cui egli stesso dicea d' essere stato indotto da qualche Deità, per lo corso de' tredici anni, che durò la sua malattia.

Questa ebbe principio l' anno censessanta dell' era volgare, trentunesimo e trentaduesimo di sua età: comprende una lunga serie di mali di rimedj d' operazioni, di peregrinazioni ora continue or interrotte. di trasporti quà e là per mutar aria, di cangiamenti nel vitto e d' astinenze, di bagni e di lavature frequentissime ora calde or temperate ora fredde ora diacciate, d' illutazioni termali ora tiepide ora ferventi ora lunghe ora brevi, di bevande e passate d' acque or semplici or acidule ora sulfuree. Ciò posto si comprende agevolmente da chi è dell' Arte, che tutta questa farragine di cose doveva esser accompagnata preceduta o seguita da strane alternative di purgagioni, di sudori, di vomiti, d' astinenze, di ristori, di salassi, di scarificazioni, di freghe, d' embrocazioni, d' unture, e di cento altre specie di martorizzamenti.

Se prendiamo cadauna delle operazioni, cadauno de' presidj, de' medicamenti mentovati in astratto, non v' à dubbio che tutti ànno luogo, ben distinto e ben giusto, nella classe de' mezzi attivi, di cui ci serviamo in medicina e in chirurgia contro di molte infermità malattie ed incomodi, a cui l' umanità è sottoposta: è certo altresì che in qualche ostinata ipocondria, in qualche affezion nervosa, negli isterismi complicati, pur troppo si presentano, un giorno o l' altro, indicazioni opposte e in apparenza contradittorie. Che suol egli fare in casi consimili un medico debole, di

poca esperienza? sorpreso dall' aspetto imponente de' sintomi, che prevalgono e colpiscon la sua fantasia forse più che non quella dell' infermo, egli batte (come suol dirsi) la campagna, e si lascia strascinar a concedere, a prescriver pozioni, estratti, pillole, elettuarj, elisiri, eteri, lavande, fomente, freghe, clisteri, empiastri: non la perdonerà a salassi a ventose a vesicatorj; ricorrerà eziandio a setoni a cauterj. Vedendo che 'l mal insiste, cangierà metodo e regola nel vitto e negli esercizj. Non guadagnando nulla con tutto ciò, farà che l' infermo ricorra, adesso all' acque termali, adesso alle acidule or nostrali ora straniere, ed esausta così tutta la suppelletile medica chirurgica spargirica farmaceutica, e l' empirica e l' alchimistica, di cui è fornito il suo cervello, e quello delle donnicciuole, de' ciurmadori che mai non mancano, permetterì che vengano in campo quanti ceroti sparadrapi olj balsami tinture sughi cataplasmi suffumigj e vapori sanno suggerire le officiose Guardadonne, gli sfaccendati Visitatori, gli scaltri Parasiti, ec. Intanto passa l' età critica dell' infermo, nasce qualche rivoluzion nell' individuo, la malattia si estingue da se, ed è benedetta la vecchiarella ch' è arrivata a quest' ultim' epoca della malattia col suo pignatello.

Tale a un di presso fu la sorte d'*Aristide*. Viveva egli in tempi, ne' quali la medicina era forse più lucrosamente esercitata o piuttosto vituperata con furberie ed inganni da' Ministri de' Templi pagani, che da' Medici, il numero e 'l valor de' quali n' era malauguratamente superato ed ecclissato. Era pure l' epoca, in cui la commedia degli oracoli andava perdendo il credito e gli avventori; onde i Sacerdoti delle false deità doveano pur divincolarsi per ogni verso per supplire al difetto de' proventi: perciò l' industria e la scaltritezza loro, la corrispondenza scambievole, che coltivavano con tutta la gelosia e la cura suggerita dall' interesse, benchè i templi fossero distinti in provincie lontane, in istati e nazioni diverse: il ritrovato de' *sogni* e delle *apparizioni* qualche tempo ancora giovò loro, avendo il mezzo di rendergli molto frequenti, e di riscaldar con bibite aloppiate la fantasia di coloro che ne gustavano, con adattargli destramente al genio e alle circostanze, in cui sapeano i ministri che si trovavan coloro, ch' eran bisognosi di consiglio d' ajuto di medicine.

Chi conosce i cachetici gl' ipocondriaci, le isteriche le deboli di nervi, è già persuaso del concorso loro, più che d' ogni altra categoria di persone, a simili Templi *Epipnotici*, perchè riesciva facile dar loro ad intendere la necessità d' appigliarsi a' mezzi, verso di cui erano già que' Ministri informati tendere l' inclinazione de' postulanti incomodati.

Non è mio scopo adesso investigar le diverse furberie, le molle arcane, le maniere misteriose, di cui si valean gli scaltri per far aver a' Clienti le visioni, ch' erano più a proposito, per suggerir loro le medicature sotto la direzion di un tal medico a preferenza di tutti gli altri; le peregrinazioni ad altri Templi, ad altre Terme, ad altre Sorgenti e Pozzi sacri; i balsami che accrescevano il guadagno de' Ministri, le rendite de' luoghi, e talor anche il vantaggio degl' infermi. Troppi già ne parlarono, e troppi forse eziandio in questo secolo si prevalsero di tali notizie a proprio turpe guadagno, e a ludibrio dell' arte, delle di cui apparenze abusarono indegnamente. Mi basta di avvertire che al tempo d' Aristide la mania piuttosto che la moda de' sogni era giunta a segno, che si credean fatidici, sia ch' uom si corcasse nel tempio o nel vestibolo, sia che si adagiasse nel recinto de' luoghi sacri, ne' portici, per le strade vicine, per li boschetti, o luchi, nelle terme, sulle rive de' fiumi, sul margine de' pozzi a qualche deità consecrati. Premesse queste notizie, ci sarà men malagevole giudicare intorno alla *Malattia Tredecennal d' Aristide*; che cosa vi può essere stato di vero, che cosa d' immaginario e di furbesco: e relativamente a' rimedj, alle cure da lui praticate, a' mezzi impiegati per calmarla e pur finalmente liberarsene affatto, quali posson essere stati ragionevoli, e sarebbon anche a' nostri giorni con qualche fiducia praticabili, e con vantaggio reale, ne' casi medici e chirurgici analoghi a quelli, che il *Morbo Aristidèo* ci offre a esaminare.

Da' critici migliori è stato dimostrato, che il nostro *Aristide* nacque in Adriani Città della Misia Olimpena contigua alla Bitinia: che il suo padre nominato da essi *Eudemone* era Filosofo, ed avea luogo tra i ministri del tempio di Giove in patria; e che venne alla luce l' anno 129 dell' era cristiana come ci assicura *Aristide* medesimo nella figura celeste, o sia oroscopo, al punto della sua natività, che

leggiamo a pag. 595. del Tomo I. delle sue opere, dove vuol autorizzar i proprj sogni come derivanti = *dalla stella di Giove secante per mezzo la metà del cielo, stando sotto il Leone in aspetto quadrato, avendo Mercurio a destra, essendo amendue matutini* =. Ricordo questo passo, non solo per provar astronomicamente il punto della natività del nostro sofista, ma altresì perchè si vegga, ch' egli era anche versato nell' astronomia (prerogativa negletta da que' benemeriti, che si affaticarono a gloria d' *Aristide*) e che riferiva agl' influssi delle stelle, e al concorso degl' Iddij, e specialmente dello scaltrito e facondo *Mercurio* le sue buone e male venture; per dar alle medesime quel peso, che gli premea che avessero, appresso del Pubblico e de' grandi, le sue anche minime azioni.

Con tali macchine *Aristide* preparava i suoi uditori discepoli e allievi, a prestar fede a quanto egli spacciava de' sogni e delle visioni, che fingea d' avere, o che la focosa sua immaginazione si fabbricava, come se fossero effetto della special protezione d' *Esculapio*, e d' *Apolline*, con il concorso di *Giove*, e di *Mercurio* suddetti, e d' altre deità feminine, dirigenti tutto il corso della sua vita. Per la qual cosa egli s' impose il nome di *Teodoro*, come quegli che pretendea gli Iddij mentovati avergli salvato più volte in foggia miracolosa la vita, quasi che altrettante fiate ne l' avesse ricevuta in dono.

Ciò serve pur anco a far conoscere anticipatamente l' albagia del nostro sofista nell' arrogarsi un sopranome così fastoso, oltre a quello di *Elio* (sia ch' egli se lo fosse appropriato come a figlio del *Sole*, sia che in questo si volesse adornare con un attributo aggiunto dall' adulazione agli altri dell' imperador *Adriano*) della quale orgogliosa costumanza, prevalente allora appresso de' pari suoi, il bello si è, che *Aristide* medesimo nell' *Orazion Epistolare* ad *Alessandro* già suo maestro (Tom. I. pag. 146) lauda quell' uomo, veramente degno d' encomio, d' essersi preservato; quasi che ad un discepolo si dovesse permettere o condonare quella superbia, che si riputava biasimevole ne' precettori.

La sua educazion puerile fu da privatissimo uomo, e poco distante dalla casa paterna: La dovette ad *Epagato*

Nu-

Nutricio o Balio, che abitava vicino al tempio di *Giove*, ed a *Zosimo* Medico, che gli fu poi compagno quasi indivisibile. Ebbe pure per balio un certo *Nerito*, di cui favella con lode.

Resosi adulto, cominciarono le sue peregrinazioni per cagion di studio, secondo l' uso di que' tempi, in cui non parea buona la dottrina, che si poteva acquistar *gratis* nel proprio paese: usanza, peraltro, che riprodotta in qualche nazione, a cui manchino maestri d' abilità sufficiente forniti nelle diverse scienze ed arti di maggior importanza, non verrà disapprovata da veruno, che abbia fior di senno, e che rifletta quanto importa la libertà e l' estension del commercio fra tutti i popoli, in questo genere di preziosissima mercanzia.

Negli Studj ebbe per direttore quell' *Alessandro*, che abbiamo già lodato, detto *Cotiense* perch' era di *Cotièa* Città della Frigia, dove *Aristide* si era portato a udirlo. Dalla di lui orazion funebre scritta dal nostro sofista ricaviamo ch' egli lo considerava non sol come nutricio, come precettore, come compagno, ma come padre; e ne lauda il metodo d' insegnare, presentandocelo come il maestro generale di tutta quanta la Grecia.

Fu parimente discepolo di *Erode Attico*, uomo consulare, che ciò nulla ostante avea scuola aperta nell' Attica, e si era fatto pur anco sentire in Roma con soddisfazione de' Latini; d' *Aristocle* sofista, che insegnava in Pergamo; di *Polemone* pur sofista, che traeva dalle sue dispute ed esercitazioni riputazion grande a Smirne.

Viaggiò in Affrica per imparare. In età di venticinque anni studiava in Rodi; e passò poscia in Egitto, dove contrasse amicizia con *Evaresto* Candiotto, Filosofo molto accreditato. Penetrò quindi nell' Etiopia, e visitò la famosa cataratta del Nilo vicino a Elefantine, ed a Siene; indi si portò ad Ara e a File, al di là de' quali luoghi diligentemente esaminati vide la città di Pselki, della quale à trasmesso a' posteri una curiosa e istruttiva descrizione. Portossi a Canopo, donde per la Siria venne alla Palestina, percorse la Samaria e la Galilea, non recandocene altro fuorchè l' acerbo rimprovero d' empietà a' barbari Giudei, che non credeano in DIO: si trattenne pure qualche tempo

nelle isole Cò, e Cnido. Arrivato all' età di trent' anni a trent' uno, cioè al censessantanove, cominciarono i suoi languori, le sue infermità, le sue malattie, come principiarono i suoi *sogni* le sue *visioni*, le sue medicature e le stranezze, che durarono per tredici anni.

Col corpo logoro dalle continue gravi fatiche; coll' anima agitata e ribollente per la serie indigesta delle cognizioni acquistate viaggiando; col cuore perturbato dall' avidità insaziabile d' acquistarne altre, al che forse gli mancavano i mezzi, bisogno terribile e pericoloso, figlio talvolta dell' abito, sovente dell' ambizione, che spasima per mettere tutto a proprio vantaggio, a propria gloria: con l' immaginazion vivacissima; col sistema nerveo mobilissimo; con gli umori del suo corpo incandescenti; esaltabilissimo di bile; denso, imperspirabile di cute, come soglion essere i viaggiatori cachetici, e quale appunto *Aristide* ci viene dimostrato dagli scritti suoi, lineamenti sinceri e pitture parlanti del suo morale e del fisico suo, quale ci viene rappresentato per mezzo della statua, che (creduta del nostro *Adrianèo*) va attorno con l' *Iscrizione* del *Museo Veronese* dilucidata dal *Bartoli*; figuriamcelo di ritorno a casa sua.

Era tempo d' inverno, in cui tutto è squallore e solitudine, anche nelle città grandi, tanto più poi nelle picciole, e ne' borghi; pieno di se stesso egli vi ritorna senza destinazion onorevole; vi rientra e forse non vi à quelle accoglienze pubbliche magnifiche, delle quali ei si giudicava meritevole. Giace in un ozio, che lo uccide . . . . *andiamo almeno alle Terme del Esepo* (fiume della Misia) *giacchè in casa nostra ci sfaceliamo nell' inerzia . . . colà troverem persone, con cui cangieremo almen le parole, a cui racconteremo le maravigliose cose da noi vedute con tanta fatica, e che narrate a questi nostri insipidi patrioti non fanno più veruna piacevole sensazione, o almen non sanno mostrarcene soddisfazion, che ci risarcisca dell' incomodo che ci siam dato narrandole*. Così la pensò in cor suo lo sdegnoso *Aristide*, così eseguì; e tosto arrivò alle Terme poco lontane dalla città di Pemaneno, e dal tempio di *Giove*.

Convien dire, che in quella stagione fossevi poco concorso, e che la noja il dispetto l' ipocondria trovasser colà di che pascolarsi maggiormente in *Aristide*; poichè confes-

sa egli, che vi si sentì a indebolir a languire, specialmente dopo d' essersi bagnato più volte. Affinchè dunque il languor e la debolezza non crescessero, abbandonò quelle acque termali, e messosi in cammino alla volta della patria, si trovò per sua disgrazia esposto la sera a lunga freddissima pioggia. Non curò il male, che da questa intemperie derivando lo molestava a casa sua, dove annojavasi tuttor di più; e presentatasi occasione di venir in Italia, s' invogliò di veder Roma, lusingandosi che cangiando cielo avrebbe pur cangiato fortuna: perciocchè egli confidava molto in questa cieca deità, come ci avvisa ei medesimo, non meno che nell' esercizio del corpo; per la qual cosa a dissipar i languori che crescevano, a mezzo decembre alla volta nostra si mosse.

In una circostanza simile una risoluzion così violenta era proprio un coltello a doppio tagliente; e se (come accadde) tagliava in traverso, v' era precisamente di che guadagnarsi una fiera artritide, un reuma universale da esserne per ben lungo tempo flagellato, o almeno un regurgito un ristagno di materia perspirabile sulle prime strade, capace di recar molestie gravi, pericolose, o per lo men ostinate. Di fatti il nostro viaggiatore arrivando all' Ellesponto fu assalito da fierissima *otalgia*, ossia dolor d' orecchio, e da malsania universale. Un po' di custodia e di riposo gli recò qualche sollievo; ed egli impaziente, nulla curando le piogge i venti borascosi le brume e il diaccio; nè gl' incomodi de' pubblici alberghi, nè l' impossibilità della navigazione non bastando a trattenerlo; si mette da pazzo la via tra' piedi, e cammina e s' affretta, e lascia addietro servi postiglioni corrieri . . . . e che cosa vi guadagna egli? ... All' otalgia s' aggiugne l' *odontalgia*, vale a dire doglia a' denti, e si manifesta la *cinanche*, o mal di gola, tale che non può più inghiottir altro che un po di latte quando ne trova. Gli si rende affannoso il respiro. E' assalito da febbri gagliarde, che si esacerbano . . . . in somma vedendosi a rischio di soccombere, è finalmente costretto ad arrestarsi in Edessa, nè può arrivar a Roma se non a malissimo stento tre mesi e mezzo dopo la sua partenza da casa con aver sofferto il soffribile nell' attraversar la Tracia e la Macedo-

nia, senza far nulla di relativo ad una cura adattata a' suoi bisogni.

Giunto in Roma sul fin d' Aprile col ventre gonfio, ebbe tremori universali, che ne scuoteano i nervi e i musculi; tutto l' abito del corpo era in continua orripilazione, e il respiro crudelmente oppresso. Gli si riaccese la febbre, che in pochi accessi minacciò seriosamente la vita del nostro peregrino: oh allora sì, ch' egli ebbe ricorso a' Medici. Costoro credendo che fosse *anassarca* o idropisia universale quella malattia, si determinarono valorosamente a scarificarne tutto il ventre dalle coste al pettignone, levarono l' acqua nella parte più tumida, dalla superficie; rimuovendo così parte di ciò che facea la cagione congiunta della malattia locale, e il sintoma più palpabile e apparente; ma lasciarono quella con tutti i suoi fomiti, e precipitarono il povero *Aristide* in una pericolosissima debolezza. Tentativo, che nissuno de' nostri mediconzoli i più sciaurati non avrebbe l' imprudenza d' accordare, non che l' impudenza di proporre a' nostri dì, benchè non fosse della *setta Browniana*.

Crebbe il senso di freddo alle interiora del meschino, nel di cui basso ventre si raccolsero i sieri in molto maggior copia, sicchè n' era tumido *come un' otre*. A ciò succedette più grave più molesta difficoltà a respirare, di modo che non potea prender cibo nè proferir parola, senza pericolo imminente d' essere soffocato.

Tutto corrispondeva in *Aristide* a questo deplorabile stato; e giacchè i medicamenti riuscian vani, determinò di tentar il ritorno alla patria facendovisi in qualunque modo portare, dopo d' aver sofferto una quasi micidiale operazion di ventose, per cui ebbe uno spaventoso lungo deliquio. Nuova specie di tormento di cui nissun pratico mai saprà cavare dalle opere d' *Aristide* come siasi cavata da' que' medici l' indicazione.

La buona fortuna sovente è amica de' pazzi. Il nostro sofista ebbe in Roma l' incontro favorevole del già mentovato *Alessandro Cotiense*, che vi godea della più alta considerazione. Uomo caritatevole, di buon cuore, assistette il suo discepolo con impareggiabile zelo; e il nostro infermo confessa, che dopo i numi egli dovette la vita, e il suo

riveder la patria, alle sollecitudini affettuose, e alle direzioni benefiche d' *Alessandro*. Intanto che *Aristide* si allestiva per lo ritorno, ecco *Apolline* apparirgli in sogno, e comandargli di comporre un' ode in suo onore. Il nostro sofista non avea mai fatto versi, se crediamo a lui; ciò nulla ostante si provò, e gli venne fuori la Strofe e l' Antistrofe, sicchè prima di partirsene (il che fu dopo la metà di Luglio) diede termine anche all' Epodo. La *malattia* dunque non gli avea tolto ancora tutto il vigor della fantasia. Dopo di questo sperimento fece voto di scriver le lodi di Roma, e del popolo Romano. Essendo in viaggio, quantunque aggravatissimo dal male, cominciò in nave quell' orazion che ne abbiamo; e a dispetto delle procelle e de' frequenti pericoli orribili che corse in quella lunga laboriosissima navigazione, ne compose una buona parte.

A rendergli più molesto quel maritimo viaggio si congiunsero la mala fede l' ostinazione e l' imperizia de' marinari, da lui pateticamente descritte: dalle quali traversie si capisce agevolmente quanto travaglio ne abbian avuto l' animo e il corpo, di cui egli stesso dice ch' era = in tutte le maniere travagliato e disciolto =. Tutto peggiorava sotto l' equinozio autunnale che si passò dalla sua nave, nel mar che divide l' Acaja dalle isole Greche, sovente senza cibo e quasi consunto dall' inedia; a tal segno, che arrivando a Mileto gli ultimi giorni di Ottobre, non si potea più regger in piedi; era sordo, e tutto fracassato. Colà però alcuni giorni di quiete bastarono per dargli forza onde giunger nella Jonia a Smirne sendo già molto avanzato l' inverno, pieno di mali per tutto il corpo, e con una nausea insuperabile.

E' frequente il caso di cachetici, d' idropici, che da' movimenti della nave, da' vomiti e dall' inappetenza eccitati dal mare riusciron guariti; nè sarebbe stato prodigioso un tal fenomeno consecutivamente a quella navigazione *d' Aristide*; ma l' esito non ne fu tanto felice; perciò a Smirne fu circondato da medici e da Gimnasti, senza verun suo sollievo, ricavandosi dalla relazion del sofista, che non furon da tanto da capir quale n' era la malattia.

Colà (come si suol fare da noi anche oggidì nelle medesime ambigue circostanze imbroglianti) gli fu suggerito

l' uso de' rimedi termali, avvegnachè l' aria di quella Città gli riesciva insopportabile per la sua crassezza e il sintomo principale della *malattia aristidèa* consisteva in una somma difficultà di respiro, e in oppressione tormentosissima di petto.

Il gas epatico delle Terme è stato sperimentato da me per lo corso d' otto anni continui alle Terme d' Aqui nel Monferrato, alla direzion delle quali per gl' infermi militari del Re di Sardegna io presiedeva; e l' ò trovato eccellente nelle difficultà di respiro dependenti da debolezza, e nelle asme tanto secche quanto catarrali, congiungendo per mio consiglio i malati in quest' ultimo caso la bevanda di poche oncie d' acqua termale ogni mattina con i bagni caldetti. Ma questo non era il caso d' *Aristide*: a lui parèa d' avere un perpetuo laccio alle fauci che lo strozzava, e un freddo tale in tutti i membri, ch' egli era obbligato a cuoprirsi di vesti più di quel che potea portare: e *Filostrato* suo discepolo, che lo vide in tale stato, disse, che *sovente gli tremavano i nervi con somma violenza, e allor n' era più tormentoso lo strangolamento*. Dal concorso di tutte queste notizie, e dall' accennar che fa *Aristide* copiosi sudori succedenti a' freddi intensi, a' tremori e alle convulsioni suddette, non saremmo noi indotti a giudicar, che il *morbo* principale del sofista in tal caso fosse una *febbre intermittente* ostinatissima, come soglion essere quelle che attaccano i *cachetici*, accompagnata da sintomi nervosi, quali pur troppo sovente se ne soffrono tra noi? Allora veramente i *rimedi termali* non riescon utili, eccetto quando il *fomite della febbre* consiste nell' *ostruzion* di qualche viscera, su cui si possa far giuocare la *Docciatura* e la *Illutazione*; ciò lo dico ammaestrato dall' esperienza: nè la storia del *morbo Aristidèo* s' oppone a questo mio giudizio, poichè non se ne trasse alcun sollievo.

Alle Terme Smirnèe, nella somma prostrazion di forze, nel sommo abbattimento del suo spirito, ne' sopori, ne' subdelirj e vaneggiamenti cagionati dalle febbri, egli era ben naturale che sembrasse ad *Aristide* di *sognare*, d' aver delle *visioni*: e siccome quando mancano gli ajuti naturali uom ricorre volentieri a' sovranaturali, e sogna ciò che desidera, e desiderando gli par di sognare il conseguimento

della cosa desiderata, o i mezzi di conseguirla; così non è impossibile, che a lui paresse di veder in sogno *Esculapio*, nume fautor della medicina, e propizio agli ammalati. *Esculapio* dunque gli si presenta, e quantunque allora l' inverno fosse nel maggior suo rigore, gli comanda che vada per le strade a piè nudi. Poco dopo Iside, anch' essa deità preposta alla nostr' Arte, gl' impone di ritornarsene alla città, ne' suburbj di cui eran le Terme, e di sacrificarle un' oca. Che *Aristide* facesse questo sacrifizio non v' è male, ma a quell' ordine crudele d' *Esculapio* nissun medico avrebbe dato a' nostri giorni la sua approvazione. *Aristide* per altro ubbidisce; e non solo non migliora; anzi per tutto il rimanente dell' anno è così malandato, che non può più attendere in verun modo ad alcuna delle sofistiche esercitazioni.

Gli convenia per altro nel 161 partir da Smirne, dove nè l' aria nè le terme gli conferivano punto; sognò molto a proposito; ed *Esculapio*, niente affatto vergognoso d' aver fatto peggiorar il suo devoto, siccome presiedeva non solo alle Terme Smirnèe, ma eziandio a quelle famose di Pergamo in compagnia di *Telesforo*, l' invitò alle Pergamene; ed Aristide sul principio della primavera vi si recò.

La prima operazione, che fece il Nume tutelare fu di fargli comprare *il suco del Balsamo* stato insegnato a' Ministri di quelle terme da *Telesforo*. Egli era ben giusto che si cominciasse dall' esitar quella derrata, di cui la bottega abbondava esclusivamente.

Dopo gli fu ordinato di ripigliar gli studj e le dispute sofistiche, la qual circostanza c' istruisce del buon effetto della primavera, del viaggio, della mutazion d' aria, e della gioventù, che tanto possono contro le *febbri intermittenti* e *l' ipocondria*.

Pergamo in Asia era una città popolatissima, dove l' arrivo d' un sofista gran viaggiatore, adorno di cognizioni peregrine, e colà invitato da' *Numi tutelari* del paese, il tutto anticipatamente promulgato da' Ministri di queste deità, dovea far una grande sensazione su tutte le persone colte, e su quelle più numerose e più rumorose, che ànno pretensione alla cultura, alla dottrina, alle scienze. Gli stessi Ministri promulgaron pure, che il novell' ospite per coman-

do d' *Esculapio* doveva aprirvi Scuola: ed ecco *Aristide* alla vigilia di farsi un nome assai più illustre.

Sulle prime il nostro sofista finse di provar qualche difficultà ad ubbidire, perchè dicea parergli di non poter ancora respirare: tuttavia dopo di qualche pruova sentissi a declamare con maggior lena. Anche la declamazione da' Medici si tiene in conto d' esercizio salutare per chi sa adattarvisi. Il fatto sta, ch' egli continuò tutto il resto dell' anno, e con tanto applauso (essendosi avvezzato a farlo talvolta all' improvviso) che *Pardalo* suo amico, e giudice competente (secondo il parer d' *Aristide*) nelle cose dell' eloquenza, ebbe a dire stupefatto = Divinâ quâdam sorte „ *Aristidem* in morbum incidisse, ut cum deo versatus, „ hoc acciperet incrementum. =

Tutto il second' anno del morbo si passò assai meglio, toltane di tratt' in tratto qualche oppression di petto, ed altri incomoducci simili a que' di certe belle ma leziose donne; che da questi traggon motivo di parlar di se stesse, della dilicatezza loro, e dello sfiguramento, che pretendono derivarne, affinchè i cortigiani vi si oppongano civilmente, e ne ricordino le grazie, la venustà.

Per dir il vero al nostro sofista sovrabbondavano così fatte leziosità; perciocchè essendone stato, e di soverchia filauzìa tacciato, non solo scherzosamente da parecchi discepoli, ma poi anche assai mordacemente da non so chi, egli spiegò la sua eloquenza per far la propria apologia in tuono ora patetico ora molto risentito dimostrando *questo esser un vezzo di quasi tutti gli Scrittori più celebri di tutti i secoli; vezzo da condonarsi molto più largamente a Lui, ch' era sì buono e sì dotto; anzi da solennemente approvarsi, stante che non parlava mai se non per ubbidire alle deità, che aveano contratto fratellanza con esso, dacchè per le sue gravi e continove e portentose indisposizioni aveane eccitato la commiserazione, ed egli avea posto in esse tutta la sua fiducia*. Così *Aristide* sapea destramente far saltar fuori un incomodo quando gli parea buono, e metter in ballo una deità quando gli sembrava meglio; e da' Ministri di queste farsi comandar cose ch' egli avea già preparato; farsi pronosticar onori ch' egli ambiva, per predisporre gli animi delle persone, in mano delle quali stava il conferirgli, a suo

van-

vantaggio; e servirsi dell' Asiatica sua grandiloquenza, di quel tuono ammaliatore, che aveano que' furbacchiotti de' sofisti antichi, ed ànno eziandio in buon dato i sofisti moderni, quando torna lor acconcio lo spacciarsi per inspirati, e mostrarsi sentimentali.

Udiamolo, nelle *Orazioni a Bacco*, e *a Minerva*: ,, si ,, faccia pur davvero quanto nel sogno mi è stato promes- ,, so . . . . . E tu, *diva Minerva*, siccome nelle altre co- ,, se mi rendi felice per me, e grazioso altrui, così assi- ,, stimi in questo mio ragionamento, e in guisa degna di ,, te fa che si verifichi, quanto da te mi venne presentato ,, ne' sogni. "

Altrove si esprime così: ,,Tu poi fa ch'io conseguisca ,, quanto v'à di più grande di più onorifico, siccome nel ,, sogno mi ài promesso: fa che amendue gli Imperadori ,, (eran sul soglio romano *Marcaurelio Antonino*, e *Lucio* ,, *Vero*), fa ch' io ottenga gli onori che m' ai pronostica- ,, to; e che tanto il mio stile, quanto le pruove e gli ar- ,, gomenti della mia orazione riescano esimj e sublimi. =

Udiamolo ancora per pochi istanti, e poi giudicheremo, se molti de' mali da *Aristide* con tanta energia e in tanti luoghi dell' opere sue descritti, non erano, come dicesi vulgarmente, al suo comando. ,, Ma io, negli atroci ,, mali ond' è tormentato il mio corpo, non ricorro vil- ,, mente a supplicare i Medici (quantunque non mi man- ,, cherebbono Medici prestantissimi, che sono anche amici ,, miei), ma immediatamente mi rivolgo ad *Esculapio*, ed ,, egli mi risana". Potremo noi far di meno, al leggere queste e innumerabili altre frasi similmente suonanti, di ravvisare quanto *Aristide* amava di darsi rumoroso vanto di avere intrinsichezza e confidenza con gli Iddii?

M' immagino però, che le cose accennate Aristide non le avrà nè dette nè scritte tutte in pubblico, e tanto meno nello stesso tempo che pretendeva essergli accadute; le avrà esposte molto tempo dopo, dopo qualche lustro, come se le avesse pubblicate nelle sue dispute nelle sue orazioni, in Pergamo, nel tempio d' *Esculapio*, e altrove, sotto la cura teomedica del medesimo; sognando e raccontando le visioni avute, appunto come quindici secoli dopo fece in Italia il famoso *Girolamo Cardano*, uomo dottissimo più assai

d' *Aristide*, più diserto e più puramente eloquente del sofista, ma affatto simile a lui nell' amor proprio, nella vanagloria, nell' entusiasmo, nel fanatismo, nella pazzia de' sogni e delle visioni, e nel racconto de' proprj mali scrupoloso minuto, cento volte appassionatissimamente ripetuto.

Il sofista Asiatico avrebb' egli per avventura servito di modello al Medico Lombardo? Il *Cardano* aveva una immensa erudizione, e gli Scrittori Greci gli avea tutti a menadito, nè gli saranno state incognite le produzioni d' *Aristide*, a pascersi delle quali l' intelletto suo avrà provato un sommo gusto, atteso l' analogia de' loro sensi esterni ed interni .... Sebbene io porto opinione, che nascano di secolo in secolo ne' vari paesi del mondo, siccome mostri nella stessa strana guisa figurati e costrutti nella specie umana; così portenti e stravaganze nella facoltà degli intelletti d' alcuni individui, e nella maniera di percepire, di accozzare, di rappresentare altrui col discorso gli oggetti e i prodotti della fantasia loro, affatto singolari; in somma uomini coniati dalla natura alla stessa foggia in quanto all' esterno ai materiale, ma in quanto all' intellettuale al fantastico e all' espressivo strasordinariamente diversi dagli altri; del che non ci mancano esempj nelle storie generali e particolari..

Come il *Cardano* al principio del secolo XVI., così *Aristide* verso il fine del secondo ripetea tratto tratto le cose stesse, che ora le *Muse*, ora *Minerva*, or *Esculapio* gli aveano detto e fitto ben addentro nella memoria, massimamente al finir del second' anno, e sul principio del terzo della malattia, che fu il censessantesimo secondo.

Era egli tuttavia in Pergamo colla respirazione angustiata, quando gli fu recato la nuova, che certi Misj a mano armata si erano impossessati d' un suo podere detto *il Laneo*, di cui erasi fatto acquisto da' parenti d' *Aristide* per lui mentr' egli se n' andava peregrinando per l' Egitto. Questo sì fu motivo plausibile di farlo sognare, e di farne aggravar la *malattia*. *Esculapio* accorse, e gli agevolò la corrispondenza con *Giuliano* proconsole dell' Asia, a cui presentandosi da parte del Nume, ne fu con ogni cortesia ben accolto. Da *Giuliano*, dissi, ch' era ipocondriaco ancor esso, che facea profession ancor esso di sognare e d' aver

delle visioni, e pizzicava ancor esso un cotal poco l' estro animator de' sofisti.

Un altro sogno l' assicurò, che *Esculapio* gli maneggiava il favore dell' altro proconsole nominato *Adriano*; mediante la protezion de' quali due autorevoli magistrati effettivamente riebbe il suo podere.

Ma non la salute; per la qual cosa al principio del terz' anno *Esculapio* lo spedì a Chio perchè là facesse una purga: a tal fine passò per Ismirne, dove tutti gli Smirniotti rimasero attoniti per lo suo arrivo improviso, e dolenti per la sua troppo breve dimora.

Di là, nel mare, tra Clazomêne e Focèa, soffrì una borasca e corse rischio di perire, se non che quell' *Esculapio*, che lo assisteva indefessamente, lo salvò anche da tal pericolo, e in sogno gli comandò di trattenersi alquanto in Focèa, donde lo indirizzò poi a Chio prescrivendogli l' uso del Latte, e facendo la stessa notte miracolosamente partorire la pecora d' un certo *Ruffo*, perchè *Aristide* trovasse Latte fresco fresco, mentre che in tutta l' isola di Chio non se ne sarebbe trovato una misera gocciola se si avesse voluto pagarla un tesoro . . . . Mira caso stupendo, caso degno d' aver luogo più volte nelle *Orazioni*, negli *Inni*, ne' *Sacri Sermoni d' Aristide* onde se ne conservi eterna memoria. Ciò appunto à fatto il nostro sofista, ànno fatto i chiosatori delle sue opere, e fo ancor io volentieri, affinchè sempre maggior gloria ne ridondi e onore ad *Esculapio*, e ricorderò questo fatto qualunque volta dovrò parlar del Latte.

Tra in *Chio* e in *Focèa*, il nostro peregrino soggiornò fino a Decembre, e prese le acque in una certa villa detta *Gennaide* prima che alla metà dell' inverno fosse da *Esculapio* richiamato a Smirne. Quì ebbe quel famoso sogno, in cui *Esculapio* medesimo e *Apollo Clario* gli dissero, che *Serapide* (cioè *Plutone*) avendolo già conservato in vita i tre anni passati nella malattia, egli (*Apollo*) gliel' avrebbe custodita per dieci anni avvenire, ne' quali doveva esserne ancora tormentato: sogno, del quale (passati i tredici anni) fece poi menzione in più orazioni, e specialmente in quel *Sacro Sermone*, che tratta dell' *oracolo de' giorni*; dove si sforza di provare che per tutto quel tempo la sua vita

fu conservata da *Esculapio*, contradicendo in certo modo al vaticinio o all' oracolo d' *Apolline Clario*.

Dalle acque di *Gennaide Esculapio* lo ricondusse a *Smirne* e gli prescrisse di bagnarsi in quel fiume detto *Melete*, che passa per la Città: comando a cui l' infermo tosto ubbidì quantunque fosse a mezzo verno, in giornate rigidissime per lo vento settentrional che soffiava, e per lo diaccio che tutto copriva .... E qual fu l' effetto di cotesta bagnatura? .... Il povero *Aristide* tutto il primo quadrimestre dell' anno 163, lo consumò tra catarri assai gravi (com' egli dice nell' *oracolo de' giorni*) ed angine, con tumori in gola, e calori ardenti giù per le fauci e la trachèa; di più lo stomaco n' era in pessimo stato. Mali, che lo tennero inoperoso e confinato in casa tutta l' estate.

Ritorniamo dunque a Pergamo, gli disse in sogno il suo Liberatore; ed egli o bene o male ritornovvi, e prese alloggio in casa dell' *Edituo*, o chiavaro del Tempio d' *Esculapio*, dove in un altro sogno gli fu suggerito di farsi cavare fino a cento libbre di sangue ... *Ser Esculapio! per mia fè questo è un salasso ben generoso!* Disse in suo cuore il povero infermo, il qual se si fosse ricordato, che tra due Numi gli aveano promesso di tenerlo in vita per dieci anni, avrebbe senza dubbio fatto il sacrificio generoso delle cento libbre di sangue, che la fiducia in *Esculapio* ne esigeva: però allora si credette dispensato dalla cieca ubbidienza letterale; e siccome se avesse ubbidito puntualmente, non avrebbe più avuto bisogno d' altra cura; così avendo interpretato più discretamente il voler del suo curatore, la malattia pertinacemente durò. Si fece nulla ostante punger la vena così spesso, che ci assicura egli, i Gastaldi del Tempio e tutti i Ministri essersene maravigliati, giurando, che mai non avean veduto uomo così sovente salassato quanto *Aristide*.

Due o tre giorni dopo sua deità gli ordinò ancora un altra cavata di sangue alla fronte (vena ben sovente apertasi dagli antichi e da' moderni nelle pazzìe, perciò adattatissima al bisogno del nostro sofista), e volle che gli fosse compagno, nel farsi fare tal operazione, *Sedato* senator Romano, che allora per il mal de' nervi si trovava pure in Pergamo. Tra queste evacuazioni *Esculapio* comandò ad

Aristide che si bagnasse nelle acque del *Caìco*, fiume, che scorre vicino a quella Città, e deposto le vesti di lana e le fascie con le quali teneva ravvolte le membra, si mettesse in cammino alla volta di *Smirne* ancor un tratto. Docile il sofista si spogliò, fece il bagno nel *Caìco*, e andossene a *Smirne*.

Ivi quantunque fosse al principio dell' inverno, non mostrò ripugnanza a bagnarsi nelle acque freddissime, che da' tetti scorrevano per le Terme ne' giorni piovosi, e nella liquefazione della neve e del ghiaccio: tanta era la sua fiducia nell' esecuzione di quanto gli veniva dal Nume prescritto. Fiducia, che gli riuscì vana anche allora, anzi dannosa; ma *coraggio, Aristide; ad Esculapio non mancano mezzi termini: tu vedi che la terza bagnatura ti fa peggiorare; adagiati sul Lettisternio, e il Nume ti consolerà*. Di fatti gli fu comandato in sogno di ripartir subito alla volta di *Pergamo*, ed *Aristide* prese quivi la quarta bagnatura.

L' inverno era già molto avanzato, e il sofista si trovava in tale stato di macilenza, che da molto tempo non avea più potuto mostrarsi in pubblico: e sì l' *Esculapio Pergameno* coerente a' principj di quello di *Smirne* gli aveva ordinato anch' esso di lavarsi nel fiume, che scorrea per quella Città. Per dare maggior solennità alla sua condiscendenza, sendo freddissima la giornata e gli alberi tutti bianchi per la brina, il nostro matto se ne uscì di Pergamo accompagnato da una turba di scioperati, che si rallegrano allorchè possono con la presenza ed applauso far che altri dia in più strane pazzie, s' incamminò placidamente per la via Hipponia, finchè giunse alla sponda del fiume Selino, in sito dove l' acque non n' erano ancor mescolate con quelle della Città, e vi s' immerse: della qual sua nuova prodezza informando poi ne' Sermoni il pubblico, egli dice che quel fiume strascinava giù (per la ridondanza delle sue onde accresciuta moltissimo dallo sfacimento delle nevi) sassi d' enorme grossezza e peso, e che questi gli si aggiravano intorno senza offenderlo come se fossero leggerissime frondi.

Un' altra volta l' operazione fu più discreta; *Esculapio* gli ingiunse di montar in vettura, e correre lunghesso il Selino fin oltre alle mura della Città. Tutto questo però

non impedì, che anche al principio dell' anno censessantesimo quarto il povero sofista non fosse costretto di giacere, quanto l' inverno fu lungo, per estrema debolezza; e a ristorarlo alquanto vogliam aver obbligazione a sua deità, che gli abbia prescritto in sogno, e indotto (anche in sogno) *Filadelfo Neocoro* a prescrivergli a nome suo il Sugo d' assenzio da bere mescolato con aceto, per due giorni. *Aristide* vi si adattò, e tanto ne bebbe (lo confessa egli stesso) che mai uomo al mondo ne à inghiottito sì grande quantità. E così fanno i pazzi; danno negli eccessi eziandio quando si appigliano a cose, le quali (come questo egregio medicamento) potrebbon arrecar loro notabile vantaggio, usandone con moderazione.

Questo farmaco è molto attivo: io ne fo adoperar sovente da' miei ammalati, quando la digestion n' è perturbata per debolezza, per abondanza di pituita nelle prime strade, e quando v' è da temere che scarseggin soverchio le orine, e nascano ristagni di sieri. Nel caso del nostro Retore dovea riescire, come di fatto riescì utile. Sentendosi però egli meglio, poco mancò che un altro sogno ruinasse tutto, poichè gli fu imposto di recarsi ad *Elèa*, e colà bagnarsi in mare. Ciò doveva essere verso il fin dell' inverno, dicendo lo sciaurato, che Aquilone soffiava con tal veemenza da costringerlo a cuoprirsi molto più quando uscì dall' acqua.

Qualche giorno dopoi fattosi ugnere e streghiare allo scoperto nel recinto del tempio d' *Esculapio Pergameno*, si lavò tosto in quel sacro Pozzo, in laudazion del quale à un' orazione, da cui si ricava quanto ne fossero salutifere a tutti, e specialmente a Lui, le acque, del pari in lavacro che in bevanda.

All' equinozio di primavera, stagione in cui gli uomini si illutavano col fango cavato da quel Pozzo, in onor d' *Esculapio*, *Aristide* che mai nulla non facea senza l' espresso comando del nume proprio se ne astenne, tanto gli era scrupoloso, tanto gli piacea di far al rovescio di tutta la gente sensata; sul proposito della qual astinenza egli c' informa che l' aria era molto calda: ma . . . . stiamo attenti di grazia . . . dopo alcuni dì s' intorbida il tempo, l' atmosfera si fa procellosa, l' impetuoso Borea si fa pa-

drone di tutto il vasto campo de' cieli, e par che più aspro più crudele che mai retroceda l' inverno. Ecco il momento a proposito: *Esculapio* non lo perde, no. Comanda al suo devoto di cuoprirsi di fango al sacro Pozzo, poi di lavarvisi, e nella notte susseguente d' aspergersi nuovamente di fango, e correr in tal arnese a tutta lena d' intorno al tempio tre volte. La vogliamo noi più stravagante!

Aggiungasi che tosto dopo gli fu di nuovo prescritto la stessa follia, essendo ancora = *Boreas immensus & frigus immensum*. = Non racconta però il sofista gli effetti di tante stranezze: e avvegnachè in tutto il rimanente di quell' anno taccia qual ne fosse la sanità, essendo certo ch' e' non fece nulla per l' oratoria nè per la letteratura, convien supporre che non sieno stati troppo felici. Anzi dubito molto che ne abbia guadagnato le febbri intermittenti, com' era naturale che succedesse, e che sua deità gli abbia (come fece) ingiunto di sopportar il male, che però non individua, sin a nuovo avviso. Questo dubbio mi si conferma nell' animo al leggere nel suo *Catalogo delle Lozioni*, che al fin di quell' anno e al principio del 165 soggiornando egli in *Pergamo*, queste febbri, gli si esacerbarono per più di quaranta giorni; dopo la qual penitenza l' inverno essendo freddissimo, il ghiaccio densissimo, rigidissima la buffera = *Esculapio* (dice *Aristide*) mi comandò „ che mi cuoprissi di fango, e me ne stassi tranquillo a „ sedere nell' Aula del Ginnasio. Nè merita minor ammira-„ zione, che non ostante quaranta giorni e più di febbre, „ e che il porto e il lido fossero congelati, per quel ch' „ indicava il mar *Eleatico*, il medesimo mio *Servatore Es-„ culapio* mi ordinò di vestire soltanto una leggier tonachet-„ ta di lino, balzar con questa sola indosso dal letto, e an-„ darmene alla fonte ch' è fuori della città a lavarmi ".

Vogliamo altre pruove della pazzia del nostro Eroe? Notiamo, qual era il suo costume ogni verno, e impariamolo da Lui. 1.° se n' andava perpetuamente attorno a piè nudi. 2.° si corcava dormiva e sognava in qualsivoglia parte del tempio. 3.° ben sovente adagiavasi alla bella stella, dovunque gli parea buono, anche nelle strade che guidavano al tempio, e tanto più volentieri quando splendea la Luna. 4.° ci comunica poi, in ordine alle lavature e a' co-

mandi d'*Esculapio*, la seguente relazion generale. „ Non la
„ finirei mai se pretendessi di numerar ad una ad una le
„ *Lozioni* statemi ingiunte, or ne' fonti or ne' fiumi or
„ nel mare, avanti e dopo di tutte le cose narrate sin quì,
„ tanto allor ch' eravamo in *Elèa* quanto a *Smirne:* per
„ la qual cosa mi astengo dall' indicar le stagioni, e le cir-
„ costanze, in cui tutte queste *Lozioni* sono state fatte. "

Nel primo *Sermone sacro* fa una specie di *Diario* per due mesi d'inverno, e dice che *già da cinque anni continui e alcuni mesi erasi astenuto dal Bagno, fuorchè l'inverno quando Esculapio gli avea prescritto che si lavasse ne' fiumi, nel mare, o ne' pozzi*. Aggiunge inoltre, che *già per due anni e circa due mesi avea fatto frequentissim' uso degli emetici, contemporaneamente impiegando clisteri e salassi infiniti*, cibandosi parchissimamente, nè mai se non se indotto dalla pura necessità ... metodo analogo in gran parte a quello, che il *Carteromaco* dice impiegatosi a far tornar il senno ad *Orlando* paladino, e che sarebbe stato meglio applicato ad *Aristide*, se fin da principio gli si fosse impiegato addosso in tutta la sua estensione.

Nel medesimo primo *Sermone* racconta d'un Toro, che lo avea urtato sotto il ginocchio destro, e cagionatagli una contusione, che gli fu aperta con lo scalpello da *Teodoto* per purgarla dal sangue, che vi era stagnante; il qual taglio essendo stato seguito da suppurazione (come dovea succedere) egli ne rimproverava *Teodoto* come cagion dell' *ulcera*, che ne derivò. Questa dovett' esser di poca durata, poichè *Aristide* mai più non ne fece altra menzione. L'*incisione* fatta da *Teodoto* in tal caso è tuttavia raccomandata da' migliori maestri dell'Arte, quando la risoluzione del sangue travasato tentata con gli opportuni rimedj non è stata possibile. Del resto, se non v'à esagerazione in quanto al numero de' salassi de' cristeri e de' vomitivi, e in ordine alla rigorosa dieta, la medicatura d'*Aristide* in questa parte non fu punto contraria alla buona ragione, mai non occorrendo d'empier più dell' assoluto bisogno un corpo, la costituzion del quale esige tante così valide evacuazioni, e per tante vie, se non vuolsi vederlo a diventar maniaco o a dar in frenesia.

Aveva intanto fatto strepito grande la *malattia d' Ari-*

sti-

stide per la stravaganza con cui esso la condiva, sia in fatti sia in parole; e il nome del nostro ammalato da tutti coloro, che frequentavan le Terme e peregrinavano a' Pozzi a' Fonti a' Templi sacri, era portato insieme con la notizia del suo ingegno e della sua facondia, per l'Asia, per l'Europa, e specialmente nella Grecia e nell' Italia. Egli avea contratto conoscenza e famigliarità con Uomini ricchi, potenti, dotti, ipocondriaci, con i quali era facile ch' egli simpatizzasse, per quel tuono patetico, per quelle maniere sentimentali, che sogliono avere coloro, che soffrono, o che voglion far creder altrui di soffrire, che àn bisogno d'esser compatiti, e bramano molte amicizie, appunto qual era *Aristide*. Non vi à circostanza, che favorisca maggiormente così fatti legami, e anche cordiali, tenaci. Le malattie rendon tenero il cuore, e questa tenerezza lo fa suscettibile di commiserazione di pietà, e questa è il gradino più prossimo per arrivare all' Amicizia. Fra le malattie poi le croniche sono attissime a dar luogo a queste soavi passioni, perchè danno più amplo adito alla riflessione sul ben che ci reca la compagnia d' uomini, che ci compiangono ci assistono, di persone che stanno lungo tempo con noi: cosa, che so per esperienza nascere più sovente alle Terme, che in nissun altro luogo; a quelle d' *Aqui* avendo io contratto amicizie utilissime con Persone d' altissima sfera, che non si sono cancellate mai più, nè si cancelleranno che alle ceneri.

Alcuni de' conoscenti ed amici d' *Aristide* essendo già, o venendo poi collocati in cariche cospicue ed importanti, contribuirono ad accrescerne la riputazione e giovaron a migliorarne la condizione, il che fu la *vera panacèa* a cui dobbiamo la sua guerigione; mentre che i Ministri de' Templi e delle Terme appresso al Popolo innalzavanlo a' cieli come un amico prediletto degli iddii. Leggasi il quarto *Sacro* sermone, e si vedranno gli onori, ch' egli assicura d' avere riscosso da parecchi Proconsoli dell' Asia; parla ivi del suo novello viaggio a *Smirne*, e del suo ritorno a Pergamo invitato dal proconsole *Quadrato*, e chiamatovi da *Esculapio*, ch' egli sovente non appellava più che suo Servatore. Questa novella chiamata la ebbe in sogno mentre che si trovava nel suo podere vicino a *Smirne*, donde predicando a

que' cittadini gli aveva indotti a fabbricar quel famoso tempio vicino al mare, al porto esteriore, tra questo e la montagna, in onor del suo Esculapio. Di tal sontuoso edificio parla *Pausania* nel II. libro *De Corinthiacis. cap. 26. Aristide* ne fu creato Sacerdote, onore ch' egli ricusò (quantunque ne fosse stato avidissimo, e l' avesse destramente cercato), perchè vagheggiava una carica più lucrosa e più brillante, sotto il pretesto di non poterlo accettare pria d' averne il consenso del suo *Servatore*. Tal carica era l' *Asiarcato*, cioè il Sacerdozio generale di tutta l' Asia. Ecco, dove andavano a parare tutti gli ossequj d' *Aristide*, e la fratellanza sua con *Esculapio* e le altre Deità; tutte le malattie, e i sogni, e le visioni, e le medicature, e i raggiri. Ora sappiasi, che egli ne fu investito dal Proconsole, che vi aggiunse il *Pontificato di Smirne*, dove *Aristide* si portò. Volubilissimo però, ovvero oppresso dal non preveduto peso de' due impieghi, al che non era avvezzo nè apparecchiato, il sofista cercò d' esserne sgravato, e a tal fine tornò a Pergamo residenza del *Proconsole Quadrato*, facendo precorrer voce, che vi era mandato da *Esculapio*: l' affar però della dimessione restò sospeso per quanto egli ne dice, onde gli convenne ripigliar la strada di *Smirne*; di là si portò alla patria, e vi passò in buona salute il rimanente dell' anno sognando a suo beneplacito. Sicchè siamo sforzati di concludere, che l' avidità degli onori, la gloria di conseguirgli con solennità, le distrazioni che portano simili circostanze, fecero dimenticar le malattie al nostro protagonista. Ne vogliamo poi una novella prova irrefragabile? Tosto che fu senza impiego e che si trovò abbandonato a se stesso, eccolo di nuovo bersagliato da malanni, e peggio che mai.

Così accadde l' anno 166, trentottesimo dell' età d' *Aristide* e settimo della sua *malattia*. Lo principiò privatamente in patria, e ivi cominciò a lagnarsi di sconcerti di stomaco. Per verità chi, com' egli, non avea fatto altro pochi mesi prima se non se usar emetici, non poteva goder d' un ventricolo atto a celebrar quietamente le sue funzioni, comunque vi potesse influir *Esculapio*. Ripigliati i soliti disordini se ne perturbò maggiormente la concozione, e il nostro cronico immaginario, o diciamolo *volontario*, dice ch' era costretto dalla debolezza a vegliar tutta la notte,

e a sopportar l' intensissimo freddo de' due più rigidi mesi di quell' inverno in tonachetta di lino . . . . V' era egli caso, ch' ei potesse sudare? Si lagnava di questo difetto di sudore il pazzarello, e stupiva d' un tal fenomeno, che si rallentava soltanto nell' atto del lavarsi! Dovea stupir d'essere ancora in vita dando con tanta ostinazione in operazioni da vero frenetico. Il singolar di questa storia si è, che ad onta della docilità ed ubbidienza da Lui professata a' cenni d' *Esculapio*, racconta che quantunque il bagnarsi gli fosse proibito dal nume, che in vece gli raccomandava di sollecitar il vomito, egli tuttavia si bagnava. Come conciliar tante stravaganze, anzi per dir meglio, come si può egli prestar fede a scritti pieni di tante stranezze e contradizioni? Il suo *Diario* comincia dal quinto giorno di Gennajo, essendo probabile, che si riferisca a quest' anno, in cui ebbe a fare spiritar i medici, i chirurghi, e quanti ministri aveva il suo *Servatore* per la cura di quella gonfiezza, che vien detta mal a proposito *ulcera* da' traduttori. Il corso e l' esito di tal cura meritan la nostra attenzione, per li rapporti immediati con l' arte chirurgica, che mi è sembrato di scuoprirvi, uno degli oggetti principali del presente lavoro.

„ *Esculapio* qualche tempo prima (sono parole d' *Aristide*) mi avea raccomandato che mi guardassi dall' idropisia, ed avendomi prescritto diverse medicine, vi aggiunse l' uso degli stivaletti o coturni, di cui si servono i Sacerdoti Egiziani. Quando poi gli sembrò necessario di chiamar la flussione alle parti inferiori del mio corpo, vi eccitò senza veruna cagion manifesta un' apostema, che da principio era di mediocre grandezza: ma in breve tempo il tumore crebbe a dismisura, occupò l' anguinaja, e tutte le altre membra vicine gonfiarono con gravissimi dolori e febbri gagliarde, che duraron parecchi giorni. "

„ A quest' epoca i Medici alternativamente gridavano, alcuni che conveniva spaccare l' ascesso col ferro; altri che bisognava aprirlo col fuoco; chi proponea questo chi quest' altro unguento, empiastro, linimento; e tutti temevano ch' io sarei caduto nella consunzione per la sovrabbondanza della suppurazione, che vi si sarebbe accumulata se avessi differito più a lungo. *Esculapio* contradiceva a tutti quanti

i mezzi mentovati, e mi comandava d' aver pazienza, e che mi tenessi caro il mio tumore. " V' era egli da bilanciar nella scelta fra i diversi suggerimenti de' Medici, e il parer d' *Esculapio*?

,, Il tumor si allargava (continua l' ammalato), e mi dava terribili angosce. Gli amici ammiravan la mia costanza. I famigliari mi derideano come troppo corrivo a dar retta a' sogni. Altri m' accusavan d' ostinazione, altri di vigliaccherìa, come uomo che non avessi coraggio di adattarmi alle operazioni, che giudicavano indispensabili, o che mancassi di confidenza ne' rimedj sperimentati che mi veniano proposti. *Esculapio* insistea raccomandandomi di sopportar tal e qual era il mio male, predicendomi che l' apostema quando fosse arrivata a segno di sfogarsi in alto, io ne sarei guerito. Mi susurrava altresì all' orecchio, che tutti i Medici da' quali io era attorniato non sapean le vie per cui la materia morbosa si sarebbe a suo tempo evacuata. "

,, Mi accaddero poi cose stupende i quattro mesi, che persistetti nel medesimo incomodo stato. Il capo e il petto eran liberi, ond' erami permesso di goder la compagnia de' Personaggi principali della Grecia, che venian a visitarmi ogni dì, e a profittar delle dispute e delle Lezioni, ch' io dava dal letto. *Esculapio* non cessava d' ordinarmi varie cose, fra le quali non son da tacersi: la corsa che feci d' inverno a piè nudi; e le diverse gite a cavallo che mi riusciron sommamente faticose: e il tragitto in barca dall' una all' altra estremità del porto mentre che il mar si trovava più agitato da' venti, e mettea in grave rischio le navi nel medesimo porto ancorate. Questo passaggio mi venne imposto affinchè sull' altra spiaggia mi cibassi di miel e di ghiande, finchè mi avesser eccitato il vomito; e per dir il vero ne fui egregiamente purgato, appunto mentre che la malattia locale era nel movimento suo più impetuoso, e la gonfiezza arrivava fino all' umbilico. "

,, Allora il mio *Servatore* apparve in sogno a me e a *Zosimo* mio balio, e c' insegnò la manipolazion d' un medicamento, gl' ingredienti del quale mi son fuggiti dalla memoria (fatalità! perciocchè di quegli, e delle dosi loro appunto era il più importante, che *Aristide* si ricordasse e lo scrivesse), sovviemmi per altro, che v' entrava il sale. Mi

lavai con quel medicamento, e immediatamente il tumore si aprì, e se ne dissipò la maggior parte, di maniera che il giorno dopoi gli amici miei n' eran lietissimi, sebbene i famigliari diffidassero, sospettando male dell' esito d' uno scioglimento così considerabile e repentino. I Medici cessaron di rimproverarmi; e le anime buone laudarono la providenza divina, ben comprendendo che vi era del sovranaturale in ciò, che mi risanava. "

Rimanea il voto là, donde le materie aveano sgombrato, e *Aristide* narra, che i medici titubavano intorno alla scelta de' mezzi atti a riempirlo. I più giudicavan necessario un taglio se il fornice avea da prender aderenza all' opposto pariete del vacuo, e l' infermo si sarebbe forse alla fine adattato a simil operazione, se sua deità non gliel' avesse espressamente proibito. „ Però (dic' egli) la materia nel tumore essendo copiosissima, e la cute vedendosi estremamente assottigliata, feci uso di uovo in linimento, e ridussi tutte le parti a segno che veruno, pochi giorni dopo, non avrebbe più conosciuto quale ne fosse stata la gonfia: tanto ogni cosa si trovò ridotta al naturale! "

Dopo il racconto trascritto sin qui d' un tumor lento venuto per buona sorte, quantunque tardi, a suppurazione per le forze della natura accresciuta dal moto, dal vomito, dagli stimolanti, e da qualche linimento incisivo, *Aristide* parla di nuovi sogni relativi alla malattia, alla convalescenza, alla ricaduta, e alla morte del medico *Zosimo* suo balio, durante le quali vicende egli fu sorpreso da un deliquio e da convulsioni universali, contro di cui il suo *Servatore* voleva opporre un cristerio (ammiriamo l' importanza delle notizie, che sovente dà nelle sue opere il famoso *Sofista Adrianèo!*) ma *Zosimo*, ch' era ancor vivente, ne temeva gli effetti, riflettendo che per la debolezza e la macilenza, in cui era il suo allievo, ne avria potuto correr qualche pericolo nell' atto dell' operazione: tuttavia l' insistenza d' *Aristide* fu tale, che *Zosimo* contro sua voglia gliel' impose, e ne fu tosto mirabile il buon effetto. A questo volle *Esculapio* che subito si aggiugnesse l' uso de' Legumi agresti per alimento, da cui rianimata la concozione presto si riebbero dal nostr' ammalato le forze.

Al fin dell' anno *Aristide* portossi ad Alessandria d' E-

gitto, donde dopo varie fatiche si restituì alla patria; vi prese le acque per costume, e ritornò a Pergamo in buona salute, la qual non fu durevole se abbiam da creder a Lui. Sarebbe un abusar soverchio della pazienza de' Leggitori, se volessi continuar a presentare tutto quello, che il sofista va ripetendo ed aggiungendo, de' suoi malanni, e delle sue pazze medicature, specialmente ne' *Sermoni sacri*. Parmi, che il metodo fin quì tenuto sia il più conveniente per lo scopo nostro; e debbo confessare, che mi à costato fatica non indifferente il confronto, che ho dovuto far d' ogni passo della traduzion latina della citata edizione d' Oxfordia col testo greco, perchè in ordine a' termini medici tecnici e a' chirurgici, gli è appena credibile il numero degli sbagli presi, che mutano il senso, e gettano in confusione chi non à la flemma d' usare l' accennata avvertenza. Di più lo stesso *Aristide* racconta le stesse cose tre cinque otto volte in luoghi differenti, e sempre varia qualche cosa, aggiunge o ommette qualche circostanza, il che rende sempre più imbrogliato l' affare, e mostra la probabilità che la maggior parte de' suoi racconti sieno appunto sogni e fole, spacciate anni ed anni dopo l' epoca a [illegible]i le fissa, quando forse non si avrebbe più trovato il modo di verificarle.

Proseguiamo ad ogni modo. L' anno VIII. dal principio del *Morbo*, che fu il 67. del secolo II., *Aristide* narra che fu costretto di nuovamente prender le acque trovandosi disoccupato in patria; perchè avea le fauci così spesso assalite da infiammazioni, che tratto tratto si dovea salassare. *Esculapio* gliel ordinava ed egli docile ubbidiva: nè frappose un istante d' indugio al cenno che gli venne fatto di lavarsi di bel nuovo, e d' ungersi tosto il collo con olio di cinnamomo fresco pestato, e di partirsene immediatamente non si sa per dove. Eccolo in viaggio. Fa duecento quaranta stadj a dispetto del calor eccessivo della stagione, senza timor che si tornino ad infiammar le fauci, e protesta di non avervi sofferto alterazion, nè sete maggior di quella, che sente chiunque appena uscito del Bagno, si ritira alla propria casa.

Poco dopo *Esculapio* lo spedì a bere le acque fredde: e così lo regolò alternativamente per l' ordinario corso di tali medicature.

Da *Pergamo* sognò, e fece un altro viaggio a *Lebede* per assaggiar anche di quelle acque stategli ordinate in un Consulto formale, a cui intervennero *Esculapio*, *Telesforo*, e *Igìa*, cioè la dea della salute, e dice che allora si trovava egli in così meschino stato, che non potea più reggersi in piedi nè star coricato pochi minuti, dopo *innumerabili salassi* a' quali si era sottomesso.

Sul proposito di questi nuovi salassi racconta, ch' era allor in *Pergamo Satyro* celebre medico e sofista, il quale temendone (e con ragione) la dissoluzion totale degli umori se il nostro pazzo avesse continuato a farsi cavar il sangue con frequenza così smoderata, gli proibì che non se ne facesse altri, e gli suggerì un cataplasma da cuoprirsene lo stomaco e gl' ipocondrj.

Il consiglio di *Satyro* fu prudentissimo, e all' ascendente di cotestui sopra la fantasia stravolta d'*Aristide* siam debitori della conservazion de' giorni di quest' infelice martire dell' ambizione, o del fanatismo, se il ver ci narrò, che ne sarebbono stati fuor di dubbio per inanizione abbreviati e per esaurimento. Lo confessa egli stesso, che non ostante la sua condiscendenza a suggerimenti del medico sofista, temea di non giunger vivo a *Lebedo* quando mosse a quella volta.

Giuntovi ebbe bisogno di continua diligente assistenza, tanto sentiasi rifinito; e perchè avea tutte le fauci esulcerate non potea fare se non se limitatissim' uso di quell' acque, delle quali *Pausania* favella come di Bagni maravigliosi e prodigiosamente salutiferi.

Appena se n' era intavolato la medicatura, l' incostantissimo sofista venne in ardenza di portarsi a *Colofòne*, col pretesto di consultarsi con *Apolline Clario* già veduto altre volte in sogno, posto che *Lebedo* era sol distante 120 stadi da *Colofòne*; ebbe però la precauzione di mandare *Zosimo* a interrogar quell' oracolo sull' utilità sperabile da così fatto viaggio. La risposta fu, che la sanità d'*Aristide* dipendea totalmente da *Esculapio Pergameno*: Laonde frenossi per questa volta il suo entusiasmo viaggiatore, terminò la sua passata d' acqua in *Lebedo*, e ritornò a *Smirne*, indi a *Pergamo* poi di nuovo alla patria; del che veniamo istrutti nel Sermone Sacro V. con la seguente narrazione. „ Era d' estate, e il mio

stomaco in pessimo stato mi cagionava continua sete: un sudor colliquativo finia di consumarmi; in fatti eran necessarie due o tre persone per sostenermi quando era indispensabile che uscissi per qualche momento del letto: ciò nulla ostante il mio *Servatore* mi comandò di partir immediatamente da *Smirne*, ed io tosto m' avviai alla volta di *Pergamo*, dove arrivai il terzo giorno pensando di dovervi dimorar qualche tempo. Eppure appena addormentato mi sognai o la stessa sera, o al più tardi il primo o il secondo giorno, di dovermi rimetter in cammino e tornar alla patria, dove giunsi due o tre giorni dopo; volai al Tempio di Giove Olimpeno; sacrificai, e tosto mi restituii alla casa paterna. "

Da questi imbrogli di *Zosimo* morto, e *Zosimo* vivo, da queste incertezze di giorni, e d' andari, e veniri, mi par di capire, che *Aristide* scrivesse i suoi *Sacri Sermoni* molto tempo dopo di que' tempi ne' quali volea far creder altrui essergli accaduto le cose strane, che narra; e non esser egli persuaso o almeno ben certo delle cose che in que' sermoni affastellava.

La sete inesplebile, che dice d' aver patito mentre ch' era nello stato deplorabile che descrive, era un effetto del sudor continuo, che lo esiccava (sempre a condizion, che la cosa sia stata): nè il ventricolo potea far le sue funzioni, mentre che il sistema cutaneo e il gutturale n' erano in disordine. La difficultà potria cader sull' indicazione de' viaggi intrapresi in tale stato: e la medicina con le sue osservazioni viene in appoggio anche in questa specie di medicatura, i moti e le circostanze de' viaggi potendo benissimo metter in equilibrio il sistema gastrico e il cutaneo, che sono continuazione uno dell' altro, precisamente per mezzo del sistema gutturale. Oltre a ciò l' urto dell' aria sulla superficie del corpo e su i pulmoni, nelle vicende de' viaggi rapidi e lunghi (fatti con prudenza e cautela, non da forsennato, come gli facea *Aristide*) è capace di produrre su i corpi deboli, e su i nervi degli ipocondriaci cangiamenti molto vantaggiosi. L' esito anche questa volta fu ben avventuroso, e *Aristide*, che d' allor in poi menò vita più riposata, corresse la sua ambizione, e tenne il suo spirito e l' immaginazione in tension meno laboriosa, ebbe giorni

da

da molto men gravi incomodi funestati. Sicchè à potuto a suo bell' agio intraprender il viaggio di *Cizico* nell' estate dell' istess' anno, sebben fosse ancor soggetto a veglie, e la concozion entro del suo ventricolo non si compisse che nel giro di ventiquattr' ore.

Il viaggio di *Cizico* gli fu suggerito in un sogno a casa sua, come narra nel *quinto Sacro Sermone*; e non si trattava di meno, che di 440 stadj di cammino. Del suo ritorno poi, comandato in sogno da *Esculapio*, egli parla come di cosa molto lieta, che gli destò l' estro poetico, e l' eccitò a far versi ne' bagni in lode de' medesimi, dopo d' aver passato una sol notte nella sua villa.

Nel 168. sognò di dover tornare a *Smirne* da bel principio: sognò che Filumena figlia della sua Nutrice era gravemente inferma: sognò ch' era morta: sognò... (o questa è marchiana davvero!) sognò che se avesse pregato *Esculapio* di farla risuscitare affin ch' egli la potesse veder almeno una volta ancora, l' avrebbe ottenuto; pregò; *Esculapio* risuscitò la Filumena, *Aristide* s' ebbe campo di rivederla, e la Filumena tornò a morirsene! Sei giorni dopo di questo miracolo, a forza d' insognarsi e d' ubbidir a' sogni, il nostro sognatore arrivò a *Pergamo*. Vi si trattenne il primo mese dell' anno, e i sogni lo spinser di nuovo a *Smirne*, dove gli accadde quella gloriosa faccenduola del sofista Egiziano, in confronto del quale egli (che vi arrivò improvisamente spintovi da un sogno) ebbe una tal folla di uditori, che nella gran sala tra l' uno e l' altro si avrebbe potuto a malo stento cacciar la mano; e l' altro all' incontro, che aveva affisso gl' inviti a' luoghi pubblici soliti tre giorni prima, vi ebbe appena diciassette persone in tutto.

Poco tempo dipoi un sogno lo determinò di andare ad *Efeso* per esservi incoronato come *Atleta*: se ciò è, doveva aver acquistato gran forza, gran sanità, gran robustezza! Il che non so come conciliare con gli eterni piagnistei, che se ne leggono di corpo logoro, di membra sdrucite, in tutti i suoi opuscoli; la sua modestia però non gli permise d' informarci come l' andò, e parla soltanto del suo ritorno a *Smirne*, della sua disputa o sia tenzone col custode della Curia, e della durazione sforzata degli applausi,

ch' egli si dovette assorbire fin quasi a notte: sciroppi gagliardissimi contr' ogni male.

Assai più specifico fu però contro que' d' *Aristide* l' elezion, che ne fu fatta, a *Coattore* o sia *Prefetto*, dal Proconsole dell' Asia *Pollione*. Fu pure *Legato*; cariche esilaranti e capaci di dissipar le maninconie degli stessi *Eracliti*, di restituir la sanità agli spedali e a' lazzaretti medesimi: eppure non bastarono a fissar la volubilità del sofista, il qual ben tosto se ne annojò, cercò d' esserne liberato, e lo fu.

Nuova inazione influì nuovamente sul morale, e poi sul fisico del povero *Aristide*, che narra gl' incomodi suoi averlo tormentato anche l' anno cento sessanta nove mentre che stava inoperoso in patria; dicendo egli (nel Sacro Sermone IV) che quando si trovava vicino al Tempio di *Giove Olimpeno*, poco dopo il solstizio d' inverno, correva l' anno decimo della sua malattia, e uno spettro gli si accostò, e gli disse: „ Ebbi anch' io la stessa malattia, che „ ài tu: arrivato al decim' anno mi recai nello stesso luo„ go dov' era stato assalito da quella, per comando d' *Escu*„ *lapio*, e là ò ricuperato la salute ". Giura *Aristide* che non sol gli parve di udir tali parole, ma che le vide pure scritte: e possiamo giurarlo anche noi, posciachè le à scritte egli. Consecutivamente a quel nuovo portento si trasferì al fiume *Esepo* e a quelle Terme, dove era stato invaso dal cronichismo, parte umorale parte fantastico, intorno a cui ci siamo trattenuti fin ora.

Andò poi al Tempio d' *Esculapio Pemaneno*, dove si consecrò tutto al suo *Servatore*, scrivendo molti cantici in sua lode *mentre che sedea sul carro*: molti pur ne scrisse in lode dell' *Esepo*, delle *Ninfe*, di *Diana Termense*, o sia *Artemi preside alle Terme*, supplicando tutta questa Gerarchia mitologica di liberarlo finalmente da' troppo lunghi mali suoi, e di restituirlo al suo primiero vigore. Per caparra di questa grazia *Esculapio Pemaneno* lo trattenne alcuni giorni a sognare, e lo purgò più volte per vomito: poscia lo mandò all' Esepo vietandogli di lavarvisi, e prescrivendogli altro tenor di vita, e cibi ogni giorno diversi; ed egli si purgava *con certe leggi* nel fiume stesso e a casa si provocava il vomito.

Tre o quattro giorni dopo udì una voce, che gli disse ,, *Tutto è finito*, *convien ritornarsene* " e si svegliò. Da quel momento sappiamo da lui medesimo, che migliorò costantemente; che nacquero mutazioni salutari in tutto il suo corpo; che acquistò attitudine a cibarsi come fa un sano, e a regger alle vicende dell' atmosfera, e a lunghe peregrinazioni, al pari di qualunque persona robustissima. Allora il suo individuo *si sgravò di tutti gli umori superflui; se ne ripulì tutta la superficie del corpo; tutte le flussioni irregolari, e anomale si dissiparono, e il moto del sangue nelle vene e l' azion de' nervi per le membra si ridussero allo stato naturale*. Ristabilita la digestione, gli fu permesso di ripigliar liberamente in casa e in pubblico gli esercizj della sua professione.

In risguardo all' anno 170 nelle opere d' *Aristide* abbiamo sol qualche cenno di così lunga malattia, ch' egli considerava ancor come presente, per dar un pop' iù di patetico a' suoi *Discorsi*. Tal si è la menzion *de' favori innumerabili ricevuti dal suo Servatore* nell' *Orazione per la Primazìa dell' Asia* pretesa contemporaneamente dalle tre città *Pergamo*, *Efeso*, e *Smirne*. Tali quelle in onor di *Bacco*, d' *Ercole*, degli *Asclepiadei*, e del *Pozzo d' Esculapio*, di cui esalta le virtù medicinali, descrive le delizie, numera le centinaja di volte, che ne à beuto, che se n' era lavato, e che ne avea sul suo corpo il *Sacro Fango*. Al fin di quell' anno, e al principio del 171 si lagnò di qualche attacco, e racconta che per ordine d' *Esculapio* andò di nuovo a *Cizico*, donde fu dal medesimo (sempre in sogno) richiamato alla patria, per sacrificar di nuovo a *Giove Olimpio*, confessando intanto che il suo corpo era in migliore stato molto più di quello che gli fosse accaduto mai dacch' erasi ammalato; perciochè *mentre soggiornava in Cizico*, *e per sei mesi dopo il suo ripatriamento*, egli *si alzava di buon mattino ogni dì*, *facea lunghe passeggiate*, *e le ripetea più volte alla giornata*, *mangiava con appetito* . . . . in somma *era robustissimo*, *e quasi interamente risanato*. Con tuttociò (oh vedi caducità delle umane cose!) poco tempo dopo stette male parecchi giorni, ma *Esculapio* prodigiosamente lo risanò. ,, Era d' autunno (dic' egli) *soffiava la tramontana; sognai; e tosto dopo feci una corsa di dieci stadj*

sino al fiume scorrente per la villa di mia residenza; mi tuffai issofatto nell' acqua, e fui guerito. "

Riavutosi da questo male con un metodo così strano di cura, la durò fino a mezzo il verno, in cui, assalito da qualche nuovo incomodo, *Esculapio* gli prescrisse *una certa dieta*, che lo ridusse anche questa fiata a segno di poter viaggiar in Grecia a *Epidauro*, per colà ringraziar il suo *Servatore*, e successivamente far qualche soggiorno in *Atene*.

Da' Critici, e da' Biografi migliori si è fissato all' anno censessantadue, ch' era il 43, e 44 dell' età d' *Aristide* il termine della famosa *tredecennale sua malattia*, statogli pronosticato dall' Oracolo, come si è detto a suo luogo, e da lui nelle sue tante opere tante volte e tante, e con tante parole, e con tanto diverse frasi e circostanze diverse ricordata e descritta. A quest' epoca egli, dopo d' aver riconosciuto da *Esculapio la sua total guerigione*, *anzi la conservazion miracolosa di cadaun giorno della sua vita*, soggiunge, che, spirato il tempo predetto dall' Oracolo, nel 173 a mezzo l' estate si sparse la peste, e nella sua villa vicino a *Smirne* perdè quasi tutti i servi e gli armenti, e ne fu attaccato anch' egli con violenza tale, che i Medici l' avean abbandonato, e condannato fra pochi momenti al sepolcro. Ad onta di pronostico sì decisivo gli apparve *Esculapio*, e poco dopo *Minerva* con *l' Egida*, *propio com' era stata scolpita in Atene da Fidia*, *e questa lo confortò*, *e dalla morte lo preservò*.

Si pose in vettura, e si fece trasportar a *Smirne* (allora forse non erano ancor in uso le savie regole di precauzione in tempo di peste, che s' impiegano da i prudenti ed oculati Governi nostri, o per *Aristide* si fece una pericolosissima eccezione alle medesime) sebbene corresse rischio per viaggio: lì si riebbe alquanto, non però dalla febbre, che non l' abbandonò prima che il più caro di tutti i suoi Alunni ne fosse vittima: ed è stato precisamente osservato dal nostro sofista, che *ne fu libero affatto sol in quel giorno*, *che l' Alunno morì*. Con questo volendo egli dire, che il destino volea *Aristide*; Esculapio, e Minerva tanto fecero, che costui ne fu preservato, ma in sua vece gli fu rapito da morte l' Alunno il più caro!

Non terremo più dietro ormai a questa, e ad altre circostanze niente affatto luminose per la pratica della medicina. Un solo passo tratto dalle sue opere basti per provar l' avanzato fin da principio da me del suo carattere tutto consistente in orgoglio, e pazzia. Io lo trascrivo dall' *Orazione in Laude d' Esculapio* scritta (per quel che pare) nell' ultimo periodo del viver suo. Dopo di avervi ripetuto, che più e più volte era stato risuscitato dal suo *Servatore*, parla de' paesi, dove fu magnificamente ricevuto, e da vero pazzo glorioso soggiunge „ Id omnes excedit delicias, „ quod alias possim Europæ, & Asiæ urbes commemorare, „ in quibus versatus fueram, quæque mihi tamquam de „ suis commodis sint congratulatæ. Imo nec Civitas, nec „ Homo privatus, nec Magistratus quisquam fuit quin me „ (*notisi bene*) quin me magnis sit amplexatus encomiis „ postquam mecum vel tantillum esset versatus (*oh caro!*). „ Maximum vero in his est quod etiam in Divorum Impe- „ ratorum tantam familiaritatem venerim, & præter episto- „ larum commercium, coram ipsis maximo cum applausu „ dixerim (*oh quanto me lo godo!*), nec apud illos tantum, „ sed etiam apud Reginas & totam regiam Familiam. " Ne vogliamō di più?

Dopo una pruova così autentica, saravvi ancor veruno, che dubiti della cagion principale, e delle accessorie svelate da noi, di tutte le stranezze, delle finzioni, de' colpi di fantasia tarlita, e delle vere malattie, che troviam registrate nelle opere d' *Aristide*? Ciò che di buono per la cognizion delle malattie ostinate e ribelli, v' abbiam incontrato; ciò che d' utile alla medicina, e alla chirurgia v' abbiam potuto ravvisare, quantunque affogato in diluvii di parole e di circostanze straniere; tutto m' industriai di presentarlo ingenuamente. Sia gentilezza dei Leggitori il giudicar dell' esito del mio per me piacevolissimo lavoro, e basti d' *Aristide* quanto n' abbiamo raccolto fin quì. Non esiston documenti donde cavar l' anno preciso dell' età, a cui egli è giunto; sembra tuttavia potersi dedurre dalla vita, che era solito di menare, che non può esser giunto a tarda vecchiaja, benchè siasi moderato e abbia tenuto una condotta meno stravagante verso i cinquant' anni. Era ancor vivo nel centottanta, ma non ne sappiamo di più, *Fi-*

lostrato, e *Damiano* biografi suoi non avendocene lasciato nulla di certo. Concludiamo pertanto, che se costui non avrà fatto giudizio invecchiando, *Esculapio* non avrà poi sempre voluto multiplicar i' miracoli per liberarlo da' funesti effetti delle sue pazzie: onde *Elio Aristide Adrianèo* dopo d' avere per sua ventura potuto narrarci la singolar malattia de' tredici anni, sarà non ancor sessagenario caduto vittima del suo temperamento ipocondriaco, della sua boria, della sua incostanza, e delle sue stranezze.

RIFLESSIONI SOPRA L' INTEGRAZIONE DELLE EQUAZIONI LINEARI A DUE VARIABILI

DI SEBASTIANO CANTERZANI

Ricevuta li 3. Messidoro anno VI. (21. Giugno 1798.)

IL celebre Eulero nel §. 854. del secondo volume del suo Calcolo Integrale propone un metodo per integrare l'equazion lineare di second' ordine $ddy+Pdydx+Qydx^2=Xdx^2$, il qual consiste nel supporre $dy=tydx+udx$. Avendo voluto provare se colla medesima sostituzione si possa tentare l'integrazione delle equazioni lineari di qualunque ordine comprese sotto la forma generale

$$X=y+\frac{Pdy}{dx}+\frac{Qddy}{dx^2}+\frac{Rd^3y}{dx^3}+\frac{Sd^4y}{dx^4}\dots+\frac{Td^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\frac{Vd^ny}{dx^n},$$

dove P, Q, R, S .... T, V, X sono funzioni date di x, ho avuto occasione di fare alcune osservazioni che verrò quì brevemente esponendo.

Siccome t, u sono due nuove variabili, e dx vuolsi costante, così colla sostituzione dei valori di dy, ddy, $d^3y\dots d^ny$ provenienti dall' accennata supposizione si otterrà un' equazione, che avrà due classi di termini, perchè gli uni saran moltiplicati per y, gli altri non conterranno in verun modo y. Poichè dunque delle nuove due variabili t, u una è arbitraria, potrà volersi che ella sia tale, che renda eguale a zero la somma di tutti que' termini, che sono moltiplicati per y. Così sparirà affatto y, e si avranno le due equazioni

$$\text{(I.)}\quad 0=1+Pt+Q\left(t^2+\frac{dt}{dx}\right)+R\left(t^3+\frac{3tdt}{dx}+\frac{ddt}{dx^2}\right)$$
$$+S\left(t^4+\frac{6t^2dt}{dx}+\frac{3dt^2}{dx^2}+\frac{4tddt}{dx^4}+\frac{d^3t}{dx^3}\right)+\&c.$$

$$\text{(II.)}\quad X=Pu+Q\left(tu+\frac{du}{dx}\right)+R\left(t^2u+\frac{tdu}{dx}+\frac{2udt}{dx}+\frac{ddu}{dx^2}\right)$$
$$+S\left(t^3u+\frac{t^2du}{dx}+\frac{tddu}{dx^2}+\frac{studt}{dx}+\frac{3dtdu}{dx^2}+\frac{3uddt}{dx^2}+\frac{d^3u}{dx^3}\right)+\&c.$$

la prima delle quali non conosce altre variabili che x, t; onde trovata che siasi una funzione di x, la quale ne sia un integrale particolare, se la medesima funzione di x si sostituirà in luogo di t nella seconda equazione, indi si troverà un'altra funzione di x, che sia un integrale particolare di questa seconda equazione, si avrà un integral particolare dell' equazione proposta col porre in vece di t, e di u le corrispondenti due funzioni di x nella formola $y = e^{\int tdx} \int e^{-\int tdx} udx$, che nasce dalla supposizione $dy = tydx + udx$.

E' chiaro, che le due equazioni (I.), (II.) sono dell' ordine $n-1$, perchè la proposta è dell' ordine n, e nel supposto valor di $dy = tydx + udx$ non s' incontra nè dt, nè du. E' chiaro ancora, che facendo $t = \frac{dz}{zdx}$ l' equazione (I.) si muta in quest' altra

$$\text{(III.)}\ o = z + \frac{Pdz}{dx} + \frac{Qddz}{dx^2} + \frac{Rd^3z}{dx^3} + \frac{Sd^4z}{dx^4} \ldots\ldots + \frac{Td^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{Vd^nz}{dx^n}$$

che è l' equazione stessa proposta, in cui sia $X = o$, ed è una di quelle equazioni, alle quali è noto che se soddisfanno gl' integrali particolari $z = \varphi x$, $z = \varphi' x$, $z = \varphi'' x$, &c., soddisfa pur anche l' integrale $z = \alpha . \varphi x + \beta . \varphi x + \gamma . \varphi' x +$ &c., che consiste nella somma di quegl' integrali particolari moltiplicati ciascuno per una costante arbitraria. Finalmente è chiaro, che da che si sarà posto in vece di t un valore dato per x, che sia un integral particolare dell' equazione (I.), l' equazione (II.) prende la forma d' equazion lineare, poichè può essa scriversi così

$$X = (P + Qt + R(t^2 + \frac{2dt}{dx} + S(t^3 + \frac{stdt}{dx} + \frac{3ddt}{dx^2}) + \&c.)\, u$$
$$+ (Q + Rt + S(t^2 + \frac{3dt}{dx}) + \&c.) \frac{du}{dx} + (R + St + \&c.) \frac{ddu}{dx^2}$$
$$+ (S + \&c.) \frac{d^3u}{dx^3} + \&c.;$$

dove le quantità $u, \frac{du}{dx}, \frac{ddu}{dx^2}, \frac{d^3u}{dx^3}$, &c. sono moltiplicate per altrettante funzioni di x, di modo tale

le che dividendo tutta l' equazione pel coefficiente di u, risulta un' equazione della natura medesima della proposta, e dell' ordine prossimamente inferiore.

Supposto che si sieno trovati n valori di z, che sieno integrali particolari dell' equazione (III.), si avranno, mediante l' equazione $t = \frac{dz}{zdx}$, n valori di t, che sodisfaranno all' equazione (I.). Si rappresentino questi n valori di t per t', t'', t''', &c. Sostituendoli un dopo l' altro nell' equazione (II.), si avranno n equazioni dell' ordine $n-1$ tra u ed x. Si denoti per u' un valor di u, che soddisfaccia alla prima di tali equazioni. In qualunque maniera sia egli questo valore u' funzione di t', X, P, Q, R, S, &c., saravvi ancora un valore u'' espresso per una simil funzione di t'', X, P, Q, R, S, &c., che soddisfarà alla seconda equazione; ed un terzo valore u''' espresso per una simil funzione di t''', X, P, Q, R, S, &c., che soddisfarà alla terza equazione; e così via discorrendo.

Quì convien notare, che mettendo successivamente nella formola $y = e^{\int tdx} \int e^{-\int tdx} udx$ i diversi valori di t, e i loro corrispondenti valori di u, gl' integrali particolari dell' equazion proposta, che di mano in mano così si ricavano, non differiscono tra di loro se non per la diversa costante arbitraria, che a volta per volta può aggiungersi all' integrale espresso per $\int e^{-\int tdx} udx$. La verità di questa proposizione può facilmente rilevarsi per poco che si rifletta su la natura della cosa stessa. Pure giova dimostrarla: al qual effetto premetto che se t' indichi uno dei valori di t, che soddisfanno all' equazione (I.), e t'' un altro; e si denoti per u' il valor di u, che soddisfa all' equazione (II.), quando si è in essa posto t' in vece di t; ed u'' quello che le soddisfa, quando vi si è posto t'', sarà

$$\text{(IV.)} \quad \frac{du''}{dx} - \frac{du'}{dx} = t'u'' - t''u' + \frac{(u''-u')(dt'-dt'')}{(t'-t'')dx}.$$

Imperocchè differenziando, e sostituendo in luogo di $\frac{du''-du'}{dx}$ il suo valore, indi dividendo per dx, si avrà

$$\frac{ddu''}{dx^2} - \frac{ddu'}{dx^2} = \frac{u''dt'}{dx} - \frac{u'dt''}{dx} + \frac{t'du''}{dx} - \frac{t''du'}{dx} +$$
$$\frac{(t'u''-t''u')(dt'-dt'')}{(t'-t'')dx} + \frac{(u''-u')(ddt'-ddt'')}{(t'-t'')dx^2}$$; e tornando a differenziare, e a sostituir in luogo di $\frac{du''-du'}{dx}$ il suo valore, indi a divider tutto per dx, si avrà $\frac{d^3u''}{dx^3} - \frac{d^3u'}{dx^3} =$

$$\frac{u''ddt'}{dx^2} - \frac{u'ddt''}{dx^2} + \frac{t'ddu''}{dx^2} - \frac{t''ddu'}{dx^2} + \frac{2du''dt'}{dx^2} - \frac{2du\,dt''}{dx^2}$$
$$+ \frac{(t'du''-t''du')(dt'-dt'')}{(t'-t')dx^2} + \frac{2(t'u''-t''u')(ddt'-ddt'')}{(t'-t'')dx^2}$$
$$+ \frac{(u''-u')(t'dt''-t''dt')(dt'-dt'')}{(t'-t'')^2dx^2} + \frac{(n''-u')(d^3t'-d^3t'')}{(t'-t'')dx^3};$$

e proseguendo così a cavare i valori di $\frac{d^4u''}{dx^4} - \frac{d^4u'}{dx^4}$, e di $\frac{d^5u''}{dx^5} - \frac{d^5u'}{dx^5}$ &c., se si sostuiscano questi valori di $\frac{du''}{dx} - \frac{du'}{dx}$, $\frac{ddu''}{dx^2} - \frac{ddu'}{dx^2}$ &c., nell' equazione

$$o = P(u''-u') + Q(t''u''-t'u' + \frac{du''}{dx} - \frac{du'}{dx}) + R\,(t''^2u''$$
$$- t'^2u' + \frac{t''du''}{dx} - \frac{t'du'}{dx} + \frac{2u''dt''}{dx} - \frac{2u'dt'}{dx} + \frac{ddu''}{dx^2} - \frac{ddu'}{dx^2})$$
$$+ S\,(t''^3u'' - t'^3u' + \frac{t''^2du''}{dx} - \frac{t'^2du'}{dx} + \frac{t'ddu''}{dx^2} - \frac{t'ddu'}{dx^2}$$
$$+ \frac{5t''u''dt''}{dx} - \frac{5t'u'dt'}{dx} + \frac{3du''dt''}{dx^2} - \frac{3du'dt'}{dx^2} + \frac{3u''ddt''}{dx^2}$$
$$- \frac{3u'ddt'}{dx^2} + \frac{d^3u''}{dx^3} - \frac{d^3u'}{dx^3}) + \&c.,$$ la quale altro non è che l' equazione (II.), in cui si sono messi per t ed u i valori t', u' corrispondentisi, sottratta dalla stessa equazione,

sostituiti che sieno in essa per t ed u i valori pure corrispondentisi t'', u'', nasce un' equazione, che moltiplicata che sia per $\frac{t'-t''}{u''-u'}$ è $o = P(t'-t'') + Q(t'^2 - t''^2 + \frac{dt'}{dx} - \frac{dt''}{dx})$

$$+ R(t'^3 - t''^3 + \frac{3t'dt'}{dx} - \frac{3t''dt''}{dx} + \frac{ddt'}{dx^2} - \frac{ddt''}{dx^2})$$

$$+ S(t'^4 - t''^4 + \frac{6t'dt'}{dx} - \frac{6t''dt''}{dx} + \frac{3dt'^2}{dx^2} - \frac{3dt''^2}{dx^2}$$

$+ \frac{4t'ddt'}{dx^2} - \frac{4t''ddt''}{dx^2} + \frac{d^3t'}{dx^3} - \frac{d^3t''}{dx^3}) +$ &c.; la quale equazione è verissima consistendo essa nella differenza tra due equazioni verissime, quali sono le due, che risultano mettendo successivamente nell' equazione (I.) in luogo di t i suoi due valori t', t''.

Ciò premesso è evidente, che sussistendo l' equazione (IV.) sussisterà ancora

$$t'u'' - t''u'' = \frac{du''-du'}{dx} + t''u' - t''u'' - \frac{(u''-u')(dt'-dt'')}{(t'-t'')dx};$$

e dividendo per $t'-t''$, indi moltiplicando per $e^{-\int t''dx}dx$, sussisterà pur anche $e^{-\int t''dx}u''dx = \frac{(du''-du')e^{-\int t''dx}}{t'-t''}$

$$- \frac{(u''-u')e^{-\int t''dx}t''dx}{t'-t''} - \frac{(u''-u')(dt-dt'')e^{-\int t''dx}}{(t'-t'')^2};$$ la qual equazione integrata dà $A + \int e^{-\int t''dx}u''dx = \frac{(u''-u')}{t'-t''}e^{-\int t''dx}$;

onde viene ad essere $e^{\int t''dx}(A + \int e^{-\int t''dx}u''dx) = \frac{u''-u'}{t'-t''}$.

Ma suissstendo l' equazione (IV.), sussisterà pure

$$t'u' - t''u' = \frac{du''-du'}{dx} + t'u' - t'u'' - \frac{(u''-u')(dt'-dt'')}{(t'-t'')dx};$$

e dividendo per $t' - t''$, e insieme moltiplicando per $e^{-\int t' dx} dx$ sussisterà eziandio $e^{-\int t' dx} u' dx = \frac{(du'' - du') e^{-\int t' dx}}{t' - t''}$

$- \frac{(u'' - u') e^{-\int t' dx}}{t' - t''} - \frac{(u'' - u')(dt' - dt'') e^{-\int t' dx}}{(t' - t'')^2}$; che integrata dà $B + \int e^{-\int t' dx} u dx = \frac{(u'' - u')}{t' - t''} e^{-\int t' dx}$, onde si avrà

$$e^{\int t' dx} (B + \int e^{-\int t' dx} u' dx) = \frac{u'' - u'}{t' - t''}.$$

Dunque i due integrali particolari ottenuti, l'uno col prendere per t ed u i valori corrispondentisi t', u', l' altro col prendere gli altri valori pure corrispondentisi t'', u'', non possono differire tra di loro che per la costante arbitraria aggiunta A, o B; di modo tale che se queste costanti si facciano $=0$, gl' integrali sono affatto identici, come quei che riescono ciascuno eguale alla stessa quantità $\frac{u'' - u'}{t' - t''}$.

Non è però che non giovi conoscere gli n valori di t, che soddisfanno all' equazione (I.), e che denotiamo per t', t'', t''', &c.. Poichè sostituendoli un dopo l' altro nell' equazione (II.), indi sommando tutti i secondi membri delle equazioni che risultano, e mettendo questa somma eguale alla funzione X, che costituisce il primo membro dell' equazione proposta, onde abbiasi l' equazione

$$\text{(V.)}\ X = nPu + Q\left(u(t' + t'' + t''' + \&c.) + \frac{ndu}{dx}\right)$$
$$+ R\left(u\,(t'^2 + t''^2 + t'''^2 + \&c.) + (t' + t'' + t''' + \&c.)\frac{du}{dx}\right.$$
$$\left. + 2u\,(\frac{dt' + dt'' + dt''' + \&c.}{dx}) + \frac{nddu}{dx^2}\right) + S\left(u(t'^3 + t''^3 + t'''^3 + \&c.)\right.$$
$$-(t'^2 + t''^2 + t'''^2 + \&c.)\frac{du}{dx} + (t' + t'' + t''' + \&c.)\frac{ddu}{dx^2}$$
$$+ \frac{5u(t'dt' + t''dt'' + t'''dt''' + \&c.)}{dx} + \frac{3du(dt' + dt'' + dt''' + \&c.)}{dx^2}$$

$+ \frac{3n(ddt' + ddt'' + ddt''' + \&c.)}{dx^2} + \frac{nd^3n}{dx^2}) +$ &c.; se il valor di n, che è integral particolare di quest' equazione, si sostituirà nella formola seguente $y = e^{\int t' dx}(A + \int e^{-\int t' dx} n dx) + e^{\int t'' dx}(B + \int e^{-\int t'' dx} n dx) + e^{\int t''' dx}(C + \int e^{-\int t''' dx} n dx) +$ &c., si avrà in questa formola l' integrale dell' equazione proposta, il quale sarà completo, perchè le costanti arbitrarie A, B, C, &c. saranno appunto tante, quant' è l' ordine dell' equazione.

Infatti posta questa formola, e facendo per maggior comodo $A + \int e^{-\int t' dx} n dx = K'$, $B + \int e^{-\int t'' dx} n dx = K''$, $C + \int e^{-\int t''' dx} n dx = K'''$, e così via discorrendo, onde sia $e^{\int t' dx} dK' = e^{\int t'' dx} dK'' = e^{\int t''' dx} dK'''$, &c. $= n dx$, si avrà

$$y = e^{\int t' dx} K' + e^{\int t'' dx} K'' + e^{\int t''' dx} K''' + \&c.$$

$$\frac{dy}{dx} = e^{\int t' dx} t' K' + e^{\int t'' dx} t'' K'' + e^{\int t''' dx} t''' K''' + \&c. + nu.$$

$$\frac{ddy}{dx^2} = e^{\int t' dx}(t'^2 + \frac{dt'}{dx}) K' + e^{\int t'' dx}(t''^2 + \frac{dt''}{dx}) K'' + e^{\int t''' dx}(t'''^2 + \frac{dt'''}{dx}) K''' + \&c. + n(t' + t'' + t''' \&c.) + \frac{ndu}{dx}.$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = e^{\int t' dx}(t'^3 + \frac{3t'dt'}{dx} + \frac{ddt'}{dx^2}) K' + e^{\int t'' dx}(t''^3 + \frac{3t''dt''}{dx} + \frac{ddt''}{dx^2}) K'' + e^{\int t''' dx}(t'''^3 + \frac{3t'''dt'''}{dx} + \frac{ddt'''}{dx^2}) K'''$$

$$+ \&c. + n(t'^2 + t''^2 + t'''^2 + \&c. + \frac{2dt'}{dx}$$

$$+\frac{2dt''}{dx}+\frac{2dt'''}{dx}\ \&c.)+(t'+t''+t'''\ \&c.)\frac{du}{dx}+\frac{nddu}{dx^2}.$$

$$\frac{d^4y}{dx^4}=e^{\int t'dx}(t'^4+\frac{6t'^2dt'}{dx}+\frac{3dt'^2}{dx^2}+\frac{4t'ddt'}{dx^2}+\frac{d^3t'}{dx^3})K'$$

$$+e^{\int t''dx}(t''^4+\frac{6t''^2dt''}{dx}+\frac{3dt''^2}{dx^2}+\frac{4t''ddt''}{dx^2}+\frac{d^3t''}{dx^3})K''$$

$$+e^{\int t'''dx}(t'''^4+\frac{6t'''^2dt'''}{dx}+\frac{3dt'''^2}{dx^2}+\frac{4t'''ddt'''}{dx^2}+\frac{d^3t'''}{dx^3})K'''$$

$$+\ \&c.+n(t'^3+t''^3+t'''^3+\ \&c.+\frac{5t'dt'}{dx}$$

$$+\frac{5t''dt''}{dx}+\frac{5t'''dt'''}{dx}+\&c.+\frac{3ddt'}{dx^2}+\frac{3ddt''}{dx^2}+\frac{3ddt'''}{dx^2}+\&c.)$$

$$+(t'^2+t''^2+t'''^2+\&c.+\frac{3dt'}{dx}+\frac{3dt''}{dx}+\frac{3dt'''}{dx}+\&c.)\frac{du}{dx}$$

$$+(t'+t''+t'''+\&c.)\frac{ddu}{dx^2}+\frac{nd^3u}{dx^3};$$ e così di seguito.

Ora sostituendo questi valori di y, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{ddy}{dx^2}$, &c. nell' equazione proposta, risulterà come alla pagina seguente.

$$X' = e^{\int t'dx} K' \Big(1 + Pt' + Q(t'^2 + \frac{dt'}{dx}) + R(t'^3 + \frac{3t'dt'}{dx} + \frac{ddt'}{dx^2})$$
$$+ S(t'^4 + \frac{6t'^2dt'}{dx} + \frac{3dt'^2}{dx^2} + \frac{4t'ddt'}{dx^2} + \frac{d^3t'}{dx^3}) + \&c.\Big)$$
$$+ e^{\int t''dx} K'' \Big(1 + Pt'' + Q(t''^2 + \frac{dt''}{dx}) + R(t''^3 + \frac{3t''dt''}{dx} + \frac{ddt''}{dx^2})$$
$$+ S(t''^4 + \frac{6t''^2dt''}{dx} + \frac{3dt''^2}{dx^2} + \frac{4t''ddt''}{dx^2} + \frac{d^3t''}{dx^3}) + \&c.\Big)$$
$$+ e^{\int t'''dx} K''' \Big(1 + Pt''' + Q(t'''^2 + \frac{dt'''}{dx}) + R(t'''^3 + \frac{3t'''dt'''}{dx} + \frac{ddt'''}{dx^2})$$
$$+ S(t'''^4 + \frac{6t'''^2dt'''}{dx} + \frac{3dt'''^2}{dx^2} + \frac{4t'''ddt'''}{dx^2} + \frac{d^3t'''}{dx^3}) + \&c.\Big)$$
&c. . . . .
$$+ nPu + Q\Big(u(t' + t'' + t''' + \&c.) + \frac{ndu}{dx}\Big) + R\Big(u(t'^2 + t''^2 + t'''^2$$
$$+ \&c. + \frac{2dt'}{dx} + \frac{2dt''}{dx} + \frac{2dt'''}{dx} + \&c.) + (t' + t'' + t''' \&c.)\frac{du}{dx} + \frac{nddu}{dx^2}\Big)$$
$$+ S\Big(u(t'^3 + t''^3 + t'''^3 + \&c. + \frac{5t'dt'}{dx} + \frac{5t''dt''}{dx} + \frac{5t'''dt'''}{dx} + \&c.$$
$$+ \frac{3ddt'}{dx^2} + \frac{3ddt''}{dx^2} + \frac{3ddt'''}{dx^2} + \&c.) + (t'^2 + t''^2 + t'''^2 + \&c.$$
$$+ \frac{3dt'}{dx} + \frac{3dt''}{dx} + \frac{3dt''}{dx} + \&c.)\frac{du}{dx} + (t' + t'' + t''' + \&c.)$$
$$\frac{ddu}{dx^2} + \frac{nd^3u}{dx^3}\Big) + \&c.$$

dove le quantità, che moltiplicano $e^{\int t'dx} K'$, $e^{\int t''dx} K''$, $e^{\int t'''dx} K'''$, &c., sono per supposizione ognuna eguale a zerò, altro non essendo che il secondo membro dell' equazione (I.); onde tolte queste quantità resta appunto l' equazione (V.), alla quale per supposizione soddisfa il valore, che si vuol sostituito ad u nell' integrale assegnato.

Del resto senza dipartirsi dalla supposizione $dy = tydx + udx$ si potrà tentare l' integrazione dell' equazion lineare da principio proposta anche mediante una serie di successive integrazioni. Imperocchè trovata per t una funzione X' di x,

che soddisfaccia all' equazione (I.), e ne sia un integrale particolare, se si porrà X' in luogo di t nell' equazione (II.), questa, come si è notato di sopra, veste la forma di equazion lineare dell' ordine $n-1$ similissima alla proposta, e può per conseguenza trattarsi come la proposta supponendo $du = pudx + qdx$; il che facendosi di mano in mano per le nuove equazioni, alle quali successivamente si giunge, finalmente s' arriverà ad un' equazione finita del genere di quelle, che sono rappresentate dall' equazione (I.), ed insieme ad un' altra pure finita del genere di quelle, che sono rappresentate dall' equazione (II.); la prima delle quali sarà $o = 1 + \frac{Vm}{T+V(X'+X''+X'''+\&c.)}$, e l' altra sarà $X = Vr$ posto che l' ultima supposizione sia stata $dK = mKdx + rdx$, e che X', X'', X''', &c. sieno funzioni di x, che rispettivamente abbian soddisfatto alle successive equazioni (I.), alle quali si giunse di mano in mano nella serie delle integrazioni, di modo che l' ultima di queste quantità X', X'', X''', &c., che si può indicare per X^{ν}, sia $= m = -\frac{T}{V} - X' - X'' - X''' \ldots\ldots - X^{\nu-1}$.
Facilmente si vede, che per tal modo si riuscirà ad avere

$$y = e^{\int X'dx} \int e^{\int (X''-X')dx} dx \int e^{\int (X'''-X'')dx} dx \int \ldots\ldots .$$

$$\int e^{\int (X^{\nu}-X^{\nu-1})dx} dx \int e^{\int -X^{\nu}dx} \frac{X}{V} dx,$$ dove incontrandosi n integrali indicati col segno $\int$, vi sarà luogo all' addizione di n costanti arbitrarie, e così s' avrà l' integrale completo.

E' chiaro che questa condotta di calcolo non porterebbe, che si dovesse mai cercare l' integrale di veruna delle successive equazioni rappresentate dall' equazione (II.); e basterebbe soltanto cercar d' avere un integrale particolare di ciascuna delle successive equazioni rappresentate dall' equazione (I.), cioè X' per la prima, X'' per la seconda, &c.

Ma

Ma lo stesso vantaggio si può avere anche usando del primo metodo, potendosi far a meno d' investigare la funzione di x valore di u, che sia integrale particolare dell' equazione (V.). Poichè sieno indicate per z', z'', z''', &c. le n funzioni di x, che sono gl' integrali particolari dell' equazione (III.), le quali, com' è manifesto, sono pure gl' integrali particolari dell' equazione proposta, ove sia $X = 0$; e come si accennò da principio avrassi $z = Az' + Bz'' + Cz''' + \&c.$, essendo A, B, C, &c. altrettante costanti arbitrarie. Siccome si fece generalmente $t = \frac{dz}{zdx}$, onde $e^{\int tdx} = z$, così sarà $e^{\int t'dx} = z'$, $e^{\int t''dx} = z''$, $e^{\int t'''dx} = z'''$, &c.; e però l' integral generale $y = e^{\int t'dx}(A + \int^{-\int t'dx} udx) + e^{\int t''dx}(B + \int^{-\int t''dx} udx) + e^{\int t'''dx}(C + \int e^{-\int t'''dx} udx) +$ &c. che ottiensi con quel primo metodo, può mettersi anche sotto quest' altra forma $y = z'(A + \int \frac{udx}{z'}) + z''(B + \int \frac{udx}{z''}) + z'''(C + \int \frac{udx}{z'''}) + \&c.$, o sia $y = Az' + Bz'' + Cz''' + \&c. + z' \int \frac{udx}{z'} + z'' \int \frac{udx}{z''} + z''' \int \frac{udx}{z'''} + \&c.$ Ora indicando il differenziale col segno d, e la divisione co' due punti, alla somma $z' \int \frac{udx}{z'} + z'' \int \frac{udx}{z''} + z''' \int \frac{udx}{z'''} + \&c.$ si può sostituir la formola

$$z' \int d\frac{z''}{z'} \int d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right) \int d\left(d\left(d\frac{z''''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right) : d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right)\right) \int \ldots \int \frac{Xdx^n}{V.z'.d\frac{z''}{z'}.d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right).d\left(d\left(d\frac{z''''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right) : d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right)\right).\&c.}$$

dove più non comparisce la variabile u; e l' integrale completo dell' equazione proposta sarà $y = Az' + Bz'' + Cz''' + \&c.$

$$+ z' \int d\frac{z''}{z'} \int d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right) \int d\left(d\left(d\frac{z''''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right) : d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right)\right)$$

$$\int \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\int \frac{X dx^n}{V.z' . d\frac{z''}{z'} . d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right) . d\left(d\left(d\frac{z''''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right) : d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right)\right)} . \&c.$$

di che ognuno può facilmente convincersi separando prima A, indi differenziando; poi B, indi differenziando; poscia C, e tornando a differenziare; e così successivamente: poichè all'ultimo arriverà ad incontrare un'equazione, nella quale ravviserà l'equazion proposta, se non che in vece di P, Q, R, &c. vi troverà i loro valori quali risultano separando P, Q, R, &c. nelle n equazioni

$$o = z' + \frac{Pdz'}{dx} + \frac{Qddz'}{dx^2} + \frac{Rd^3z'}{dx^3} \ldots\ldots + \frac{Vd^nz'}{dx^n}$$

$$o = z'' + \frac{Pdz''}{dx} + \frac{Qddz''}{dx^2} + \frac{Rd^3z''}{dx^3} \ldots\ldots + \frac{Vd^nz''}{dx^n}$$

$$o = z''' + \frac{Pdz'''}{dx} + \frac{Qddz'''}{dx^2} + \frac{Rd^3z'''}{dx^3} \ldots\ldots + \frac{Vd^nz'''}{dx^n} .$$

&c.

Era già noto, che l'integrale dell'equazione proposta viene ad esser dato, subito che dati sieno gli n integrali particolari della medesima nel supposto di $X = o$. Quì si vede come egli da questi dipende; e in esso si potrà col noto metodo risolvere in ciascun caso la formola integrale composta in n formole integrali semplici. Sebben queste si possono anche assegnar generalmente. Imperocchè il prodotto

$$z' . d\frac{z''}{z'} . d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right) . d\left(d\left(d\frac{z''''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right) : d\left(d\frac{z'''}{z'} : d\frac{z''}{z'}\right)\right) \ \&c.$$

dei coefficienti delle successive sommatorie, il quale è pur un fattore del denominatore della quantità posta sotto la sommatoria ultima, è una frazione, di cui se il numeratore si indicherà per Ψ, e il denominatore per Π, si avrà

$z^{\nu}\int\frac{\Pi X dx''}{V\Psi}$ per l' ultima delle formole integrali semplici, dove z^{ν} denota l' ultimo nella serie degl' integrali particolari z', z'', z''', z'''', &c.; che se si indicherà per $z^{\nu-1}$ il penultimo de' medesimi integrali particolari, e per Π^{ν} si indicherà la quantità Π dopo di aver in essa cambiato $z^{\nu-1}$ in z^{ν}, si avrà per la penultima delle formole integrali semplici $z^{\nu-1}\int\frac{\Pi^{\nu} X dx''}{V\Psi}$; e similmente se per $z^{\nu-2}$ s' indicherà l' antepenultimo nella serie dei suddetti integrali particolari, e per $\Pi^{\nu-1}$ ciò che diviene Π^{ν} dopo d' aver in questo cambiato $z^{\nu-2}$ in $z^{\nu-1}$, si avrà $z^{\nu-2}\int\frac{\Pi^{\nu-1} X dx''}{V\Psi}$ per l' antepenultima delle formole integrali semplici; e con lo stesso metodo si avranno per ordine tutte l' altre formole integrali semplici fino alla prima, che sarà $z'\int\frac{\Pi' X dx''}{V\Psi}$, dove Π' denota ciò che è divenuto Π'' dopo d' aver posto in esso z'' in luogo di z': queste formole integrali semplici poi nell' integrale dell' equazione proposta disponendole secondo l' ordine dei loro coefficienti z', z'', z''', ec. riusciranno affette alternativamente del segno $+$, e del segno $-$, in modo che la prima, cioè quella che è moltiplicata per z', avrà il segno $-$ se l' ordine n dell' equazion proposta sia pari, ed il segno $+$, se l' ordine n sia dispari.

Fine della Parte prima del Tomo ottavo.

INDICE

Di ciò, che si contiene nella prima Parte.

Le Tavole delle Figure appartenenti a questa prima Parte sono dal N.° I. al IX. inclusive; e ciascuna d' esse porta in fronte il numero della pagina, alla quale deve esser posta dirimpetto.

Il Ritratto poi del Cav. Lorgna pongasi in faccia alla prima pagina del suo Elogio, segnata col Num. I.

ME-

Nella Parte prima del Tomo VIII.

pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI.
221. p.ª	22.	*cervello*	*cervelletto*
231. p.ª	14.	*Aposisi*	*Apofisi*
233. 2.ª	22.	fR	ZR
236. 2.ª	18.	perchè x è ancora $z = \frac{a^2}{t}$	perchè è ancora $t = \frac{a^2}{z}$
238. 2.ª	20.	Piacque	Giacque.
239. 2.ª	10.	$4c^2 - 4m\sqrt{\ldots}$	$4c^2 + 4m^2 - 4m\sqrt{\ldots}$
243. 2.ª	5.	$-4c^2$	$+4c^2$
255.	14.	$D = y$	$T = y$
	25.	$y = 38,71$	$y = 160,03$.
266.	29.	Ag, Af	Aq, AZ
267.	12.	$-2x$	$+2x$
269.	4.	della x	della z
	6.	$-Mz^2$	$+Mz^2$
270.	15.	EV	eV
307.	26.	$\frac{4tddt}{dx^4}$	$\frac{4tddt}{dx^2}$
312.	4.	udx	$u'dx$
313.	1.	$\frac{nd^3u}{dx^2}$	$\frac{nd^3u}{dx^3}$